

## Matematik för signalbehandling

**Skrivtid: 09.00–14.00.**

**Tillåtna hjälpmedel:** Skrivdon, räknedosa, *BETA*.

1. Bestäm hur många nollställen funktionen  $f(z) = z^5 - 3z^2 + z + 2$  har i  $|z| < 2$ .

2. Bestäm lösningen till differensekvationen

$$y(n+1) - ay(n) = 0, \quad y(0) = 1,$$

för *alla* värden på den reella konstanten  $a$ .

3. Beräkna kurvintegralen

$$\int_{C_2(2)} \frac{z^2}{z^3 - 1} dz,$$

där  $C_2(2)$  förutsätts positivt orienterad.

4. Bestäm bilden av enhetsskivan under Möbiusavbildningen

$$T(z) = \frac{z+1}{3z+1}.$$

5. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' + 4y' + 3y = 0, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1,$$

med hjälp av Laplacetransform.

6. De stokastiska variablerna  $X$  och  $Y$  har simultan täthetsfunktion

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{4x+3}{2} & \text{om } 0 \leq y \leq x^2 \leq 1, \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

- (a) Beräkna  $E[XY]$ .
- (b) Bestäm  $f_Y(y)$ .
- (c) Bestäm  $f_{X|Y}(x|y)$ .
- (d) Beräkna  $E[X|Y = y]$ .

7. Låt  $a$  och  $b$  vara konstanter, och  $X(t)$  en stationär stokastisk process. Undersök huruvida processen  $Y(t) = X(at + b)$  är stationär.

8. Antag att den svagt stationära stokastiska processen  $X(t)$ , med autokorrelationsfunktion  $R_X(\tau) = e^{-4|\tau|}$ , är insignal i ett linjärt tidsinvariant filter med impulssvar

$$h(t) = \begin{cases} e^{-7t} & \text{om } t \geq 0, \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

Låt  $Y(t)$  beteckna utsignalen för detta filter.

- (a) Bestäm korspektraltätheten  $S_{XY}(f)$ .
- (b) Bestäm korskorrelationen  $R_{XY}(\tau)$ .

**LYCKA TILL!**