

Matematik för signalbehandling

Skrivtid: 08.00-13.00.

Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon, räknedosa, BETA.

1. Bestäm antalet nollställen till polynomet $P(z) = z^4 + 2z^2 + z + 1$ i regionen $|z| < 2$.

2. Beräkna med hjälp av residykalkyl integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 5x^2 + 4} dx.$$

3. Bestäm den följd $\{a(n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ vars (bilaterala) z-transform ges av

$$A(z) = \frac{z - 3}{z^2 - 3z + 2}$$

i regionen $1 < |z| < 2$.

4. Ange bilden av enhetsdisken $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ under Möbiusavbildningen

$$T(z) = \frac{2z - 1}{3z - 2}.$$

5. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$x''(t) + 2x'(t) + x(t) = 6te^{-t}, \quad x(0) = 0, x'(0) = 0,$$

med hjälp av Laplace-transformen.

6. De stokastiska variablerna X och Y har simultan täthetsfunktion

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} x(y-x)e^{-y} & , 0 \leq x \leq y \\ 0 & , \text{annars} \end{cases} .$$

Beräkna $f_{Y|X}(y|x)$ och $E[Y|X = x]$.

7. Låt Y vara en exponentialfördelad stokastisk variabel med parameter 1, d.v.s.

$$f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y} & , y \geq 0 \\ 0 & , \text{annars} \end{cases} .$$

En stokastisk process $X(t)$ definieras av att $X(t) = e^{-Yt}$ för $t > 0$. Bestäm väntevärdet $E[X(t)]$ och autokorrelationsfunktionen $R_X(t, \tau)$.

8. En svagt stationär stokastisk följd X_n med autokorrelationsfunktion

$$R_X[n] = \begin{cases} 4, & n = 0 \\ 2, & n = \pm 1 \\ 0, & \text{annars} \end{cases} ,$$

är insignal till ett tidsdiskret LTI-filter med impulssvar

$$h_n = \begin{cases} 1/2 & , \text{om } n = 0 \text{ eller } n = 1 \\ 0 & , \text{annars} \end{cases} .$$

Bestäm autokorrelationsfunktionen $R_Y[n]$ samt spektraltätheten $S_Y(\omega)$ för utsignalen Y_n .

LYCKA TILL!