

Transformmetoder för

ES / Fysikkand / Q / W

Kurslitteratur

Håkan Sollervall och Bo Styf, *Transformteori för ingenjörer*, 3:e upplagan, Studentlitteratur.

Kurshemsida: <http://www.math.uu.se/staff/pages/?uname=ostensson>

Här finner du aktuell information om kursen, exempelvis utdelade papper i pdf-format.

Undervisning

Undervisning sker i form av föreläsningar (15 stycken) och lektioner (5 stycken). Dessutom tillkommer ett antal projektföreläsningar.

Preliminär föreläsningsplan

Föreläsning	Innehåll	Avsnitt
1–3	Laplacetransformen	Kap. 1
4–5	Z-transformen	Kap. 2
6	Problemdemonstration	
7–9	Fourierserier	Kap. 3
10–11	Fouriertransformen	Kap. 4
12	Problemdemonstration	
13–14	Partiella differentialekvationer	Kap. 5
15	Repetition	

Examination

Kursen har två examinationsmoment: en skriftlig tentamen (4 hp) samt en projektredovisning (1 hp). Tentamensdatum är satt till den 18/12. Maximalt kan på tentan erhållas 40 poäng. Det krävs 18 poäng för betyget 3, 25 poäng för betyget 4 och 32 poäng för betyget 5.

Vid eventuella frågor beträffande projektet kontaktas programmets projektansvarige.

Kontaktuppgifter för projektansvariga

- Projektet för ES:

Lars Ericsson

e-mail: Lars.Ericsson@angstrom.uu.se

- Projektet för Q och Fysikkand:

Bengt Lindgren

e-mail: Bengt.Lindgren@fysik.uu.se

- Projektet för W:

Erik Gudmundson

e-mail: Erik.Gudmundson@it.uu.se

Mål

För godkänt betyg på kursen skall studenten

- kunna redogöra för följande transformers definitioner och egenskaper: Laplacetransformen, z-transformen, fouriertransformen;
- kunna tillämpa transformregler för att beräkna enkla funktioners transformer, och kunna använda tabeller för att beräkna inversa transformer;
- kunna beräkna periodiska funktioners fourierkoefficienter samt känna till något kriterium för fourierseriens punktvisa konvergens;
- kunna redogöra för begreppet fullständigt ON-system samt känna till och kunna använda Parsevals och Plancherels satser;
- kunna formulera viktigare resultat och satser inom kursens område;
- kunna använda transformer för att lösa differential- och differensekvationer;
- kunna använda transformmetoder inom något för utbildningsprogrammet karaktäristiskt tillämpningsområde och i detta sammanhang kunna genomföra och presentera ett mindre projekt.

Innehåll

Laplacetransformen, z-transformen, fourierserier, fouriertransformen. Tillämpningar på ordinära och partiella differentialekvationer. Projekt inom valt tillämpningsområde, exempelvis kretselektronik, spektralanalys, diskreta fouriertransformen.

Lektionsplanering

Försök att behandla så många problem som möjligt *innan* lektionen. På själva lektionen kan du då få hjälp med de problem som du har fastnat på.

Lektion 1

Kapitel 1: Testproblemen 1b, 4, 5b, 9, 10, 12, 13A,B,D, 15A,C, 19a, 20b, 26 och övningarna 1.3, 1.4, 1.6a.

Lektion 2

Kapitel 5: Testproblem 1 och övning 5.4.

Kapitel 2: Testproblemen 4, 5, 6, 7 och övningarna 2.1, 2.2a,b, 2.7a,c, 2.8a.

Lektion 3

Kapitel 3: Testproblemen 9, 10, 11, 12a,b, 14a, 15a, 22c och övningarna 3.4, 3.10, 3.11, 3.12.

Lektion 4

Lös följande problem:

- Bestäm fouriertransformerna till följande funktioner genom att
I) använda transformens definition; II) utnyttja formelsamlingen.

$$\text{a) } f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases} \quad \text{b) } f(t) = \begin{cases} t & -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

$$\text{c) } f(t) = \begin{cases} \sin t & -10 \leq t \leq 10 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

- Bestäm fouriertransformen till funktionen,

$$f(t) = \begin{cases} \sin 5t & -2 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases},$$

förlagsvis genom att använda formelsamlingen och resultatet i 1 c).

- Bestäm fouriertransformen till $f(t) = e^{-t}H(t)$, där H är Heavisidefunktionen.

- Bestäm $\hat{f}(\omega)$, om

$$\text{a) } f(t) = te^{-t^2/2} \quad \text{b) } f(t) = e^{-|t|} \sin t \quad \text{c) } f(t) = \frac{1}{t^2 + 2t + 2}.$$

- Lös faltningskvationen $\int_{-\infty}^{\infty} f(t-y)e^{-y^2/2} dy = e^{-t^2/4}$.

- Beräkna integralen $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(1+x^2)^2} dx$ med hjälp av Plancherels formel genom att först beräkna fouriertransformen till den udda funktionen $f(t) = e^{-t}$ för $t > 0$, $f(t) = -e^t$ för $t < 0$.

7. Sätt $f(t) = 1 - t^2$ för $|t| < 1$, och $= 0$ för övrigt. Bestäm fouriertransformen $\hat{f}$ och använd denna för att beräkna de båda integralerna

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin t - t \cos t}{t^3} dt \quad \text{och} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\sin t - t \cos t)^2}{t^6} dt.$$

Svar till problemen från lektion 4:

1. a) $\frac{\sin 2\omega - i 2 \sin^2 \omega}{\omega}$ b) $2i \frac{\omega \cos \omega - \sin \omega}{\omega^2}$

c) $i \left(\frac{\sin 10(\omega + 1)}{\omega + 1} - \frac{\sin 10(\omega - 1)}{\omega - 1} \right)$

2. $i \left(\frac{\sin(2\omega + 10)}{\omega + 5} - \frac{\sin(2\omega - 10)}{\omega - 5} \right)$

3. $\frac{1}{1 + i\omega}$

4. a) $-i\sqrt{2\pi} \omega e^{-\omega^2/2}$ b) $-\frac{4i\omega}{\omega^4 + 4}$ c) $\pi e^{i\omega - |\omega|}$

5. $f(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2/2}$

6. $\hat{f}(\omega) = \frac{-2i\omega}{\omega^2 + 1}$. Integralen $= \frac{\pi}{2}$.

7. $\hat{f}(\omega) = 4 \frac{\sin \omega - \omega \cos \omega}{\omega^3}$. Integralernas värden är $\frac{\pi}{2}$ resp. $\frac{2\pi}{15}$.

Lektion 5

Kapitel 5: Testproblem 9 och övningarna 5.9, 5.10, 5.11, 5.13, 5.16.