

Skrivtid: 08:00-13:00. Varje korrekt redovisad och välmotiverad uppgift ger inom parentes angiven poäng. För godkänt krävs minst 18 poäng inklusive eventuella bonuspoäng. Rimliga approximationer är tillåtna. Motivera eventuella antaganden. Lös endast en uppgift per papper, skriv bara på en sida och skriv tydligt.

Tillåtna hjälpmedel: Räknedosa. Formel- och Tabellsamling i Matematisk Statistik för Byggingenjörer. Personligt faktablad (endast för dem som läst kurs i Studieteknik parallellt med Statistik IP1).

1. På byggingenjör Liljekvist arbetsplats finns det tre stycken decibelmätare: A , B och C . Antingen ligger de i en låda på kontoret eller så används de ute på något bygge. Sannolikheten att decibelmätare A , B respektive C ligger i lådan är $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ respektive $\frac{1}{4}$ oberoende av varandra. Liljekvist behöver använda en decibelmätare och tittar följdaktligen i lådan.

Beräkna sannolikheten att

- (a) alla mätare ligger i lådan. (1p)
- (b) det finns minst en decibelmätare i lådan. (2p)
- (c) mätare C ligger i lådan givet att åtminstone en mätare finns i lådan. (3p)

2. Den stokastiska variabeln X har följande sannolikhetsfunktion:

$$p(x) = \frac{x+c}{9}, \quad x = 1, 2, 3.$$

- (a) Bestäm konstanten c . (2p)
- (b) Beräkna väntevärde och varians för X . (3p)
- (c) Beräkna $\mathbb{P}(\{X = 2\} \mid \{X \neq 3\})$. (3p)

3. Bilar registrerade i Sverige har ett nummer mellan 001 och 999 på sina registreringsplåtar. Niclas har som hobby att försöka se alla nummer i nummerordning. Antag att observationer av nya nummer sker slumpmässigt i tiden och att han i genomsnitt ser 8 nya nummer per månad.

- (a) Föreslå en lämplig fördelning för den diskreta stokastiska variabeln: $X = \text{antalet nya bilnummer Niclas ser under en månads tid}$. (1p)
- (b) Finn en lämplig kontinuerlig fördelning som approximativt beskriver den stokastiska variabeln: $Y = \text{antalet nya bilnummer Niclas ser under 10 års tid}$. (2p)
- (c) Beräkna sannolikheten att det tar högst 10 år för Niclas att se alla 999 nummer i ordning. (3p)

4. En maskin av typen *EPI Automatic* måste värmas upp innan den kan användas. Man gör två stycken oberoende stickprov på maskinens uppvärmningstid (enhet minuter). Ett stickprov tas då maskinen är ny och det andra tas då maskinen varit i bruk i 3 års tid.

Ny maskin:	(x_i)	27	18	28	18	28	
3-årig maskin:	(y_i)	31	41	59	26	53	59

Låt $X = \text{uppvärmningstid för ny maskin}$ och $Y = \text{uppvärmningstid för 3-årig maskin}$. Antag att $X \in N(\mu_x, \sigma_x^2)$ och $Y \in N(\mu_y, \sigma_y^2)$.

(a) Skatta μ_x och σ_x^2 samt μ_y och σ_y^2 . (2p)

(b) Beräkna ett 95% konfidensintervall för uppvärmningstiden μ_x . (2p)

Man vill undersöka om uppvärmningstiden blivit signifikant längre då maskinen utsatts för slitage under 3 års tid. Det är rimligt att anta att $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$ då stickproven kommer från samma maskin.

(c) Skatta variansen σ^2 . (2p)

(d) Beräkna ett 95% konfidensintervall för $\mu_x - \mu_y$. (3p)

(e) Tolka resultatet i föregående deluppgift. (1p)

Beräkningshjälp: $\sum_{i=1}^5 x_i = 119, \quad \sum_{i=1}^5 x_i^2 = 2945,$

$\sum_{i=1}^6 y_i = 269, \quad \sum_{i=1}^6 y_i^2 = 13089.$

5. Tabellen nedan anger genomsnittlig månadshyra för hyresrätter med 2 rum och kök under perioden 1998-2004. *Källa: SCB.*

År	(x_i)	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Månadshyra [kr]	(y_i)	3580	3595	3632	3678	3793	3903	4023

(a) Beräkna korrelationskoefficienten och kommentera resultatet. (2p)

(b) Skatta α, β och σ^2 i den linjära modellen $Y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$ där mätfelen ϵ_i är oberoende och $N(0, \sigma^2)$ -fördelade. (3p)

(c) Skatta vilket år den genomsnittliga månadshyran kommer vara ca 4500 kr förutsatt att det inte sker några trendbrott. (2p)

(d) Bilda ett 90% prediktionsintervall för den genomsnittliga månadshyran år 2006 förutsatt att det inte sker några trendbrott. (3p)

Beräkningshjälp: $\sum_{i=1}^7 x_i = 14007, \quad \sum_{i=1}^7 x_i^2 = 28028035,$

$\sum_{i=1}^7 x_i y_i = 52436310, \quad \sum_{i=1}^7 y_i = 26204, \quad \sum_{i=1}^7 y_i^2 = 98264320.$