

Skrivtid: 09:00-14:00. Varje korrekt redovisad och välmotiverad uppgift ger inom parantes angiven poäng. För godkänt krävs minst 18 poäng inklusive eventuella bonuspoäng. Rimliga approximationer är tillåtna. Motivera eventuella antaganden. Lös endast en uppgift per papper, skriv bara på en sida och skriv tydligt.

Tillåtna hjälpmedel: Räknedosa. Formel- och Tabellsamling i Matematisk Statistik för Byggingenjörer.

1. Fotbolls VM är (numera) en turnering som omfattar 64 stycken matcher. I VM turneringen 2002 gjordes det totalt 161 mål. Antag att årets VM också kommer ha ett snitt på $161/64 \approx 2.5$ mål per match. Låt $X =$ Antal mål som görs i en slumpmässigt vald VM match, och gör modellantagandet $X \in Po(2.5)$.

Beräkna sannolikheten att det görs

- (a) minst 7 mål i en slumpmässigt vald VM match. (1p)
- (b) minst 7 mål i åtminstone någon av de 64 VM matcherna. (2p)
- (c) 1 eller 2 mål i en slumpmässigt vald VM match givet att det görs högst 3 mål i den matchen. (3p)

OBS: Bortse från det faktum att ett antal matcher redan spelats i årets VM vid lösandet av uppgiften.

2. Den stokastiska variabeln X har täthetsfunktionen

$$f(x) = cx^{-4}, \quad x > 1.$$

- (a) Bestäm konstanten c samt fördelningsfunktionen $F(x)$. (2p)
- (b) Beräkna väntevärde och varians för X . (2p)
- (c) Beräkna $\mathbb{P}(X > 4 \mid X > 2)$. (3p)

3. Ett visst godståg består av ett lok samt 52 vagnar. Varje enskild vagn är antingen lastad med en container som väger 3.0 ton eller helt olastad. Lasten på varje enskild vagn är oberoende av övriga vagnars last. En vagn är lastad med sannolikheten $\frac{2}{3}$.

- (a) Vilken fördelning har $X =$ Antalet lastade vagnar? (1p)
- (b) Låt $Y =$ Lastens totala vikt. Beräkna $\mathbb{E}(Y)$ och $\text{Var}(Y)$. (3p)
- (c) Beräkna sannolikheten att den totala lasten väger mer än 120 ton. (3p)

4. Vid bestämning av brottgränsen (i MPa) hos en viss typ av stålkabel fick man följande observationer:

124 116 102 119 108 123 113

Mätserien kan antas vara ett stickprov från en normalfördelning, $N(\mu, \sigma^2)$.

Beräkna ett 90% konfidensintervall för brottgränsens väntevärde. (5p)

5. Ett företag vill bestämma livslängden på en av sina produkter. Man undersökte totalt 40 st slumpmässigt utvalda enheter och erhöll medelvärdet $\bar{x} = 3.14$ samt stickprovsvariansen $s^2 = 2.72$.

Beräkna ett approximativt 99% konfidensintervall för väntevärdet. (5p)

6. Tabellen nedan anger antalet födslar (i tusental) i Sverige under perioden 2000-2005. *Källa: SCB.*

År	(x_i)	00	01	02	03	04	05
Födslar (i tusental)	(y_i)	90.4	91.5	95.8	99.2	100.9	101.3

- (a) Finns det anledning att anta ett linjärt samband för födelsetalsökningen? Beräkna ett lämpligt mått och kommentera. (2p)
- (b) Ställ upp en linjär regressionsmodell och skatta parametrarna till den rätta linje som skulle beskriva det linjära sambandet. (4p)
- (c) Skatta vilket år antalet födslar kommer uppgå till ca 110 tusen förutsatt att det inte sker några trendbrott. (1p)
- (d) Bilda ett 95% prediktionsintervall för antalet födslar år 2006 förutsatt att det inte sker några trendbrott. (3p)

$$\text{Beräkningshjälp:} \quad \sum_{i=1}^6 x_i = 15, \quad \sum_{i=1}^6 x_i^2 = 55,$$

$$\sum_{i=1}^6 x_i y_i = 1490.8, \quad \sum_{i=1}^6 y_i = 579.1, \quad \sum_{i=1}^6 y_i^2 = 56005.$$

Anm: Antalet födslar i tabellen är avrundat till närmsta hundratal för att göra uppgiften mer lättöverskådlig. Exakta siffror återfinns på <http://www.scb.se>

◇ *Lösningar till tentan läggs ut på kurshemsidan kl.14:15 den 14/6.*
<http://www.math.uu.se/~niclasp/bygg06/bygg06.html>