

Skrivtid: 09:00-14:00. Varje korrekt redovisad och välmotiverad uppgift ger inom parentes angiven poäng. För godkänt krävs minst 18 poäng inklusive eventuella bonuspoäng. Rimliga approximationer är tillåtna. Motivera eventuella antaganden. Lös endast en uppgift per papper, skriv bara på en sida och skriv tydligt.

Tillåtna hjälpmedel: Räknedosa. Formel- och Tabellsamling i Matematisk Statistik för Byggingenjörer.

1. Anna, Bosse och Cissi träffas på en restaurang för att äta middag. Samtliga har ovanan att ibland "glömma" sin plånbok så att de övriga tvingas att betala notan. Anna glömmar sin plånbok med sannolikheten $\frac{1}{5}$, Bosse med sannolikheten $\frac{1}{3}$ och Cissi med sannolikheten $\frac{3}{5}$. Huruvida någon i sällskapet glömmar plånboken är oberoende av om de andra gör det.

Beräkna sannolikheten att

- (a) åtminstone en i sällskapet har sin plånbok med sig. (2p)
- (b) åtminstone en i sällskapet har sin plånbok med sig givet att Anna glömt sin. (1p)
- (c) Anna glömt sin plånbok givet att åtminstone en i sällskapet har sin plånbok med sig. (3p)

Låt $X = \text{antalet glömda plånböcker}$.

- (d) Beräkna $\mathbb{E}(X)$. (2p)

2. Ett företag vill bestämma livslängden på en av sina produkter. Man undersökte totalt 60 st slumpmässigt utvalda enheter och erhöll medelvärdet $\bar{x} = 242$ samt stickprovsvariansen $s^2 = 136$.

Beräkna ett approximativt 99% konfidensintervall för väntevärdet. (5p)

3. En viss buss ska avgå från stationen vid tidpunkten 0 enligt tidtabellen. Bussens verkliga avgångstid (dess försening i minuter) beskrivs av den stokastiska variabeln X som är $N(3, 2)$ -fördelad.

- (a) Beräkna sannolikheten att bussen är mer än 5 minuter försenad. (2p)

Manfred försöker vara på stationen 1 minut innan avgång. Hans verkliga ankomsttid till stationen beskrivs av den stokastiska variabeln Y som är $N(-1, 1.5)$ -fördelad samt oberoende av X .

- (b) Bestäm fördelningen för $Z = \text{Tiden Manfred får vänta på bussen}$. (2p)
- (c) Beräkna sannolikheten att Manfred missar bussen. (3p)

4. Den effektiva samtalstiden för en viss typ av mobiltelefonbatteri kan anses vara normalfördelad. Ett stickprov på 7 batterier gav följande samtalstider (i timmar) innan respektive batteri tog slut.

6.2 7.0 6.8 7.1 6.0 5.9 6.5

Beräkna ett 90% konfidensintervall för normalfördelningens väntevärde. (5p)

5. Petra och Petter ska gifta sig och har hyrt en festlokal som rymmer exakt 68 stolsplatser. Två av dessa platser måste naturligtvis brudparet själva ha. De har trots detta bjudit 70 gäster till festen då de räknar med ett visst bortfall. Anta att varje bjuden gäst uteblir med sannolikheten 0,08 oberoende av övriga gäster.

(a) Vilken fördelning har X = antalet gäster som inte kan komma på bröllopet? (1p)

(b) Hur stor är sannolikheten att stolarna räcker till samtliga gäster som kommer på bröllopet? (4p)

6. Den effektiva samtalstiden för ett fulladdat mobiltelefonbatteri beror även av hur pass mycket slitage batteriet utsatts för. Man har laddat ett och samma batteri 50 gånger och efter varje gång tömt batteriet fullständigt. Var tionde gång har man mätt den effektiva samtalstiden innan batteriet tar slut. Resultatet återfinns i tabellen:

Antalet uppladdningar	(x_i)	0	10	20	30	40	50
Samtalstid (i timmar)	(y_i)	6.5	6.3	6.0	5.6	5.2	4.9

(a) Beräkna korrelationskoefficienten och kommentera resultatet. (2p)

(b) Ställ upp en linjär regressionsmodell och skatta parametrarna till den räta linje som skulle beskriva det linjära sambandet. (4p)

(c) Bilda ett 95% prediktionsintervall för den effektiva samtalstiden efter 60 uppladdningar. (3p)

(d) Vilken matematisk metod används vid linjär regression för att anpassa regressionslinjen till mätvärdena? (1p)

$$\text{Beräkningshjälp: } \sum_{i=1}^6 x_i = 150, \quad \sum_{i=1}^6 x_i^2 = 5500,$$

$$\sum_{i=1}^6 x_i y_i = 804, \quad \sum_{i=1}^6 y_i = 34.5, \quad \sum_{i=1}^6 y_i^2 = 200.35.$$

◇ Lösningar till tentan läggs ut på kurshemsidan kl. 14:15 den 21/8.
<http://www.math.uu.se/~niclasp/bygg06/bygg06.html>