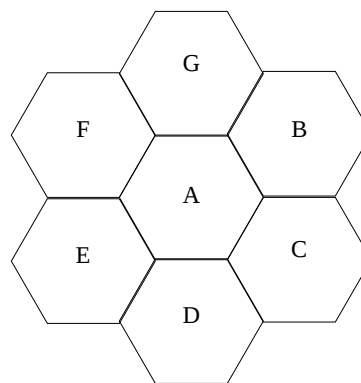


Senaste inlämningsdag: 28 september.

1. En mus vandrar omkring slumpmässigt i en försöksmodell som beskrivs av nedanstående figur. Modellen består av sju celler (A – G) och från varje cell finns det möjlighet för musen att flytta sig till alla angränsande celler. Man vill undersöka om musens förflyttningar sker slumpmässigt eller systematiskt. Slumpmässiga förflyttningar innebär att musen vid varje cellbyte går till de möjliga cellerna med lika stor sannolikhet och oberoende av vilka celler som tidigare besökts. Antag att musen förflyttar sig slumpmässigt och att den startar i cell G.



- (a) Motivera att musens förflyttningar kan beskrivas av en Markov-kedja och ange dess övergångsmatris.
 - (b) Vad är sannolikheten att musen befinner sig i cell A efter fyra cellbyten?
 - (c) Vad är sannolikheten att musen befinner sig i cell A efter många cellbyten?
2. Man har två urnor, tre röda och tre vita kulor. I den första urnan läggs tre kulor enligt följande metod: Man singlar slant tre gånger med ett välbalanserat mynt och lägger i en röd kula för varje krona och en vit kula för varje klave. De tre återstående kulorna läggs i den andra urnan. Därefter väljer man vid varje heltalstidpunkt en kula slumpmässigt ur vardera urnan och låter dessa byta plats. Antalet röda kulor i den första urnan blir då uppenbarligen en Markovkedja.
 - (a) Ange övergångsmatrisen.
 - (b) Ange startvektorn.
 - (c) Motivera att det finns en asymptotisk fördelning och beräkna denna.

Var god vänd!

3. På en parkeringsplats finns det plats för 15 bilar. Bilarna anländer enligt en Poisson-process med intensitet 5 bilar per timme. Parkeringstiderna är exponentialfördelade med väntevärde 3 timmar och oberoende av varandra och av ankomstprocessen. Ingen köbildning förekommer.
- (a) Hur stor är sannolikheten att samtliga platser är upptagna då en bil anländer?
 - (b) Hur många parkeringsplatser skulle behövas för att sannolikheten i (a) skall bli mindre än 5%?
4. På en verkstad finns två maskiner, A och B, och en reparatör. Maskinerna går, under drift, sönder oberoende av varandra; A med intensitet 0.5 och B med intensitet 2 (fel per timme). Reparatören kan bara reparera en maskin åt gången och reparationstiderna (oavsett vilken maskin som är trasig) är exponentialfördelade med väntevärde 10 minuter och oberoende av varandra.
- (a) Bestäm tillgängligheten för maskin A och maskin B (den andel av tiden maskinen är i drift).
 - (b) Bestäm reparatörens sysselsättningsgrad (den andel av tiden som ägnas åt reparationer).