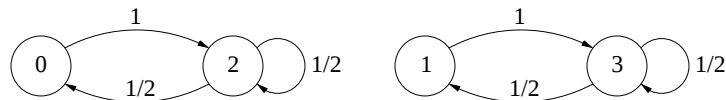


1. (a) 0.61.
 (b) 0.66.
 (c) 0.19.
2. (a) Kedjan är irreducibel men ej aperiodisk (samtliga tillstånd har perioden 2).
 (b) Låt $\mathbf{P}$ beteckna övergångsmatrisen för den ursprungliga Markovkedjan. Övergångsmatrisen för den nya Markovkedjan är då identisk med $\mathbf{P}^2$.

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{P}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

Den nya Markovkedjan har således följande övergångsdiagram:



- (c) Kedjan är aperiodisk men ej irreducibel. Asymptotisk fördelning existerar ej.
3. (a) $|c| < 1$.
 (b) $c = \frac{1}{2}$ och $\sigma^2 = 1$.
 (c) Prediktera Y_2 med $\hat{Y}_2 = a Y_0 = \frac{1}{4} \cdot (-1.7) = -0.425 \approx -0.43$.
4. Den förväntade tiden är 2 veckor och 14 timmar. Två tänkbara lösningsmodeller:
 - i Betrakta antalet obesvarade inbjudningar som en renodlad dödsprocess, med tillståndsrum $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, som startar i tillstånd 4. Beräkna den förväntade tiden tills kedjan absorberas i tillstånd 0.
 - ii Betrakta antalet obesvarade inbjudningar som ett system bestående av 4 parallellkopplade enheter. Beräkna den förväntade livslängden hos systemet.
5. (a) $m_{11} = \frac{9}{2}$, $m_{22} = \frac{9}{4}$ och $m_{33} = 3$.
 (b) $m_{12} = \frac{4}{3}$, $m_{13} = \frac{8}{3}$, $m_{21} = \frac{14}{3}$, $m_{23} = \frac{4}{3}$, $m_{31} = \frac{10}{3}$ och $m_{32} = \frac{5}{3}$.
 Båda uppgifterna går att lösa genom att "betinga med avseende på första händelsen". Om man visar att Markovkedjan har en asymptotisk fördelning $\pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3)$ kan man med fördel även använda satsen som säger att $m_{ii} = \frac{1}{\pi_i}$ för att lösa uppgift (a).
6. Låt $R(t)$ vara systemets funktionssannolikhet och T systemets livslängd.
 - (a) $R(t) = 4e^{-2t} - 3e^{-3t} - e^{-4t} + e^{-5t}$, $t \geq 0$.
 - (b) $\mathbb{E}(T) = \frac{19}{20}$.
 Uppgift (a) förenklas rejält om man först betingar systemet m.a.p komponent B och sedan betraktar vägarna genom de två delsystemen.
7. (a) $r(0) = 14$, $r(\pm 1) = -2$, $r(\pm 2) = 6$ och $r(\pm 3) = -3$.
 $r(\pm k) = 0$ för alla övriga $k \in \mathbb{Z}$.
 (b) Prediktera Y_{17} med $\hat{Y}_{17} = a Y_{16} + b Y_{15} = -\frac{1}{12} \cdot 1.8 + \frac{5}{12} \cdot (-3.0) = -1.4$.