

MATEMATIK FÖR SIGNALBEHANDLING

Kursupplägg:

Kursens syfte är att lära ut matematik av fundamental betydelse i modern signalbehandling. Kursen kan sägas bestå av två delar. Den första delen behandlar komplex analys. Den andra behandlar grundläggande sannolikhets teori samt teori för stokastiska processer. Undervisningen består av föreläsningar, huvudsakligen behandlande den allmänna teorin, samt problemdemonstrationer. Jag har därtill rekommenderat ett antal övningsuppgifter som jag anser speglar kursens innehåll. Dessa löses lämpligen i samband med att ni studerar teorin i boken. Det betyder *inte* att ni bör räkna dem alla. Välj ett lämpligt urval.

Kurslitteratur:

Del 1: Fundamentals of Complex Analysis, av E.B. Saff och A.D. Snider.

Del 2: Probability and Stochastic Processes - A friendly introduction for Electrical and Computer Engineers, av Roy D. Yates och David J. Goodman.

Kursinnehåll:

För detaljer om kursens exakta innehåll, se under föreläsningsplaneringens rubrik *Avsnitt i bok*. Notera att kapitel 6–9 samt 12 i den andra kursboken (Yates & Goodman) helt utgår.

Examination:

Kursen avslutas med en tentamen bestående av 8 problem om vardera 5 poäng. De första 5 problemen kommer att behandla kursens första del, och de 3 sista kursens andra del. För godkänt krävs minst 18 poäng. Betygsgränser är enligt följande:

- Betyg 5: 32 – 40 poäng.
- Betyg 4: 25 – 31 poäng.
- Betyg 3: 18 – 24 poäng.
- Betyg U: 0 – 17 poäng.

Tillåtna hjälpmedel på tentamen är skrivdon, räknedosa samt BETA - Mathematics Handbook, varför det kan vara lämpligt att bekanta sig med den senare så snart som möjligt.

Tentamensdatum är satt till torsdagen den 23:e oktober.

Jörgen Östensson

PRELIMINÄR FÖRELÄSNINGSPLAN – KOMPLEX ANALYS

Föreläsning	Innehåll	Avsnitt i bok
1	Komplexa tal. Enkla komplexvärda funktioner.	Kap. 1
2	Mer om funktioner. Gränsvärde. Kontinuitet. Deriverbarhet. Analyticitet. Cauchy-Riemanns ekvationer. Harmoniska funktioner.	Kap. 2.1 – 2.6
3	Problemdemonstration.	
4	Elementära funktioner.	Kap. 3
5	Komplex integration. Linjeintegraler. ML-olikheten. Primitiva funktioner. Vägoberoende.	Kap. 4.1 – 4.3
6	Problemdemonstration.	
7	Mer om komplex integration. Cauchys integralsats. Cauchys integralformel.	Kap. 4.4 – 4.5
8	Tillämpningar av Cauchy's integralformel. Cauchy-estimat. Liouvilles sats. Algebrans fundamentalsats. Maximumprincipen.	Kap. 4.6 – 4.7
9	Problemdemonstration.	
10	Taylorserier. Potensserier.	Kap. 5.1 – 5.4
11	Laurentserier. Nollställen och poler. Klassificering av isolerade singulariter. Analytisk fortsättning.	Kap. 5.5 – 5.6 Kap. 5.8
12	Problemdemonstration.	
13	Residy-satsen. Reella integraler.	Kap. 6.1 – 6.3
14	Mer integralkalkyl. Jordans sats.	Kap. 6.4 – 6.6
15	Problemdemonstration.	
16	Argumentvariationsprincipen och Rouches sats.	Kap. 6.7
17	Konforma avbildningar. Möbiusavbildningar.	Kap. 7.1 – 7.4
18	Problemdemonstration.	
19	Transformteori. Fouriertransformen och Laplacetransformen.	Kap. 8.1 – 8.3
20	Mer om transformer. z-transformen.	Kap. 8.4
21	Problemdemonstration.	

REKOMMENDERADE ÖVNINGSUPPGIFTER – KOMPLEX ANALYS

- 1.1: 2, 3, 4, 7, 9
1.2: 7, 10, 14
1.3: 5, 7, 15, 16, 22
1.4: 1, 3, 5
1.5: 4, 5, 7, 9, 11
1.6: 19, 21
- 2.1: 1, 3, 6
2.2: 3, 7, 11, 13, 14
2.3: 7, 9, 11, 13
2.4: 1, 3, 5, 7, 12, 15
2.5: 1, 3, 12
- 3.2: 1, 5, 10, 11, 17, 20
3.3: 1, 3, 5, 8, 9
3.5: 1, 3, 7
- 4.1: 1, 3, 5
4.2: 3, 7, 9, 11, 14
4.3: 1
4.4: 11, 15, 18
4.5: 3, 7
4.6: 2, 3, 5, 7, 10
4.7: 14
- 5.1: 1, 2, 5, 6, 7, 11
5.2: 1, 5, 11
5.3: 2, 3, 12
5.4: 12
5.5: 1, 3, 5, 9
5.6: 1, 3, 17, 18
5.8: 1, 2, 3
- 6.1: 1, 3, 7
6.2: 1, 2, 5
6.3: 1, 3, 4
6.4: 1, 3, 4, 6
6.5: 2
6.6: 1, 2, 8
6.7: 1, 6, 7, 11
- 7.3: 1, 3, 5, 7
7.4: 1, 3, 5, 7, 9, 19, 20
- 8.2: 3
8.3: 1, 3, 5
8.4: 1, 2, 3, 4, 5, 7

**PRELIMINÄR FÖRELÄSNINGSPLAN –
SANNOLIKHETSTEORI OCH STOKASTISKA PROCESSER**

Föreläsning	Innehåll	Avsnitt i bok
1	Sannolikhetsteorins grunder: Utfallsrum, händelse, sannoliketsmått. Betingad sannolikhet. Oberoende händelser. Permutationer och kombinationer. Multinomialsatsen.	Kap. 1
2	Stokastiska variabler - diskreta och kontinuerliga. Viktiga exempel: Bernoulli, binomial, Poisson respektive likformig, exponential och gaussisk (normal). Funktioner av stokastiska variabler. Väntevärde och varians. Betingning av stokastisk variabel m.a.p. händelse. Betingat väntevärde.	Kap. 2 – 3
3	Problemdemonstration.	
4	Par av stokastiska variabler. Simultanfördelning. Marginalfördelning. Funktioner av två stokastiska variabler. Kovarians och korrelation. Betingning m.a.p. händelse. Betingning m.a.p. stokastisk variabel. Den stokastiska variabel $E[X Y]$. Itererat väntevärde. Oberoende stokastiska variabler.	Kap. 4.1 – 4.10
5	Problemdemonstration.	
6	Vektorer av stokastiska variabler. Generalisering av kapitel 4 till flera stokastiska variabler. Auto-korrelationsmatris och auto-kovariansmatris. Korskorrelationsmatris och korskovariansmatris. Bivariata och multivariata gaussiska stokastiska variabler.	Kap. 5 Kap. 4.11
7	Problemdemonstration.	
8	Stokastiska processer. Bernoulliprocess. Poissonprocess. Wienerprocess (Brownsk rörelseprocess).	Kap. 10.1 – 10.7
9	Mer om stokastiska processer. Autokovarians och autokorrelation. Starkt och svagt stationära processer. Korskorrelation. Simultant svagt stationära processer. Gaussiska processer.	Kap. 10.8 – 10.11
10	Problemdemonstration.	
11	Signalbehandling. Linjär filtrering av (tidskontinuerliga och tidsdiskreta) stokastiska processer.	Kap. 11.1 – 11.2
12	Signalbehandling fortsättning. Spektraltäthetsfunktionen. Wiener-Khintchines sats. Korrspektraltäthetsfunktionen. Filterrelationer i frekvensdomänen.	Kap. 11.5 – 11.8
13	Problemdemonstration.	
14	Reservtid.	

REKOMMENDERADE ÖVNINGSUPPGIFTER – SANNOLIKHETSTEORI OCH STOKASTISKA PROCESSER

Kapitel 1:

1.2.1 1.2.3 1.3.2 1.3.3 1.4.1 1.5.1 1.6.3 1.6.7 1.7.4 1.8.1 1.9.1

Kapitel 2:

2.2.4 2.3.3 2.4.1 2.5.11 2.6.1 2.8.1 2.9.1 2.9.7

Kapitel 3:

3.1.2 3.2.2 3.2.4 3.3.2 3.4.2 (3.4.14) 3.5.9 3.7.1 3.7.2 3.8.2

Kapitel 4:

4.1.1 4.2.1 4.3.1 4.4.3 4.5.1 4.6.1 4.6.6 4.7.9 4.8.1 4.8.3
4.8.7 4.9.4 4.9.9 4.10.2 4.10.3 4.10.13 4.10.15 4.11.2 4.11.3

Kapitel 5:

5.2.2 5.3.4 5.4.4 5.6.1 5.6.8 5.7.1 5.7.2

Kapitel 10:

10.3.1 10.4.3 10.5.1 10.5.3 10.5.5 10.6.1 10.7.2 10.7.3 10.8.1
10.8.2 10.8.4 10.9.1 10.9.2 10.9.5 10.10.2 10.11.1 10.12.1

Kapitel 11:

11.1.3 11.2.1 11.2.8 11.5.1 11.8.2 11.8.3 11.8.6 11.8.7