

Tentamen Diskret Matematik NV1 2006-12-14

Anders Pelander
Matematiska institutionen
Uppsala Universitet

Tillåtna hjälpmedel: Skrivdon. För betyget Godkänd krävs minst 18p, för Väl Godkänd krävs minst 28p. Alla svar skall åtföljas av utförliga motiveringar. Miniräknare ej tillåtet.

1. Avgör om utsagorna

$$(p \vee q) \rightarrow r$$

och

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$$

är logiskt ekvivalenta.

(4p)

2. Ange antalet heltalslösningar till ekvationen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 13,$$

givet att $x_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

(4p)

3. Bestäm koefficienten för termen $x^4 z^{21}$ i utvecklingen av

$$(2x - 3z^3)^{11}.$$

4. Ge ett exempel på, eller motivera varför det inte finns, en Eulercykel respektive en Hamiltoncykel i graferna G_1 och G_2 nedan. OBS! Båda typerna av cykler för båda graferna skall utredas.

(4p) VGV!

5. Lös rekurrensrelationen

$$a_n = 6a_{n-1} - 8a_{n-2},$$

med begynnelsevärdena $a_0 = 2$, $a_1 = 12$.

(4p)

6. En något orutinerad krypterare har gjort en RSA kryptering med offentliga krypteringsnycklar $z = 35$ och $n = 5$.

a) Kryptera meddelandet $a = 9$.

(3p)

b) "Knäck krypteringen" och dekryptera det krypterade meddelandet $c = 12$.

(2p)

7. a) Ge en optimal Huffmankod för tecknen A, B, C, D, E, F, G , med frekvenserna $A : 18$, $B : 13$, $C : 4$, $D : 9$, $E : 3$, $F : 12$, $G : 20$.

(4p)

b) Hur många bitar (nollor och ettor) behövs för att skicka ett meddelande innehållande 18st A , 13st B , 4st C , 9st D , 3st E 12st F och 20 st G med Huffmankoden från a)? Hur många hade krävts i en kod där varje tecken motsvaras av en binär sträng av fix längd?

(1p)

8. a) Visa att om sammansättningen $g \circ f$ av två funktioner $f : X \rightarrow Y$ och $g : Y \rightarrow Z$ är injektiv så måste f vara injektiv.

b) Visa att om $g \circ f$ är surjektiv så måste g vara surjektiv.

c) Ge ett exempel där $g \circ f$ är injektiv, men g inte är injektiv.

(5p)

9. Bestäm ett minimalt uppspännande träd i grafen nedan mha Prim's algoritm.

(5p)