

Tentamen i Diskret matematik 2006-08-16

Anders Öberg
Matematiska institutionen
Uppsala universitet

Hjälpmedel: miniräknare av valfri sort och skrivdon.

1. Bevisa med hjälp av matematisk induktion att

$$\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

2. Antag att utsagorna p och r är falska och att utsagorna q och s är sanna. Bestäm med hjälp av sanningsvärdetabell sanningsvärdet hos

$$((p \wedge \neg q) \rightarrow (q \wedge r)) \rightarrow (s \vee \neg q).$$

3. Hur många heltalslösningar har ekvationen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \cdots + x_{10} = 10$$

om $x_i \geq 0$, $1 \leq i \leq 10$?

4. Gör en analys av Euklides algoritm som visar att denna är effektiv genom att använda Fibonacci-följden.

5. Bestäm koefficienten för den term som innehåller $x^2 y^3 z^4$ i utvecklingen av uttrycket $(z + y + z)^9$.

6. Konstruera en optimal huffmankod för alfabetet a, b, c, d, e, f, g relativt frekvenserna a : 1, b : 4, c : 9, d : 16, e : 25, f : 36, g : 49 (dvs a har frekvensen 1, b har frekvensen 4, etc).

V. g. vänd.

7. Beskriv med ett eget exempel hur RSA-kryptering går till. Genomför både krypteringen och dekrypteringen.
8. Använd Prims algoritm för att finna ett minimalt uppspännade träd i den viktade grafen nedan.