

Tentamen i Diskret matematik 2006-01-12

Anders Öberg
Matematiska institutionen
Uppsala universitet

Hjälpmedel: miniräknare av valfri sort och skrivdon.

1. (a) Vilka delare har 8? (b) Vilken är koefficienten för $x^{27}y^{22}$ i utvecklingen av $(2x^3 - 4y^2)^{20}$?

2. Avgör om utsagorna

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow p)$$

och

$$(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \wedge (r \leftrightarrow p)$$

är logiskt ekvivalenta.

3. Hur många heltalslösningar har ekvationen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \cdots + x_{30} = 7$$

om $x_i \geq 0$, $1 \leq i \leq 30$?

4. Beskriv med ett eget exempel hur RSA-kryptering går till. Genomför både krypteringen och dekrypteringen.

5. Vad menas med en eulercykel och en hamiltoncykel? Rita en sammanhängande graf med hörn som har följande valanser: 4, 4, 3, 3, 2, 2. Har denna graf en eulercykel? Varför/varför inte?

6. Bevisa med hjälp av matematisk induktion att

$$f_{n+1}^2 = 4f_n f_{n-1} + f_{n-2}^2,$$

för $n \geq 3$, där $\{f_n\}$ är Fibonacci-följden som definieras genom $f_{k+2} = f_{k+1} + f_k$ för $k \geq 1$ och där $f_2 = 1$, $f_1 = 1$.

7. K_n är den kompletta grafen med n hörn, dvs grafen med n hörn där alla par av hörn är grannar. Hur många kanter har K_n ?
8. (a) Hitta ett minimalt uppspannande träd i grafen nedan. (b) Bestäm med Dijkstras algoritm den kortaste vägen mellan hörnet a och hörnet k i grafen nedan.