

Tentamen i Diskret matematik 2005-12-14

Anders Öberg
Matematiska institutionen
Uppsala universitet

Hjälpmedel: miniräknare av valfri sort och skrivdon.

1. (a) Hur många delare har talet $\text{sgd}(3600, 216)$? (b) Bevisa med hjälp av matematisk induktion att

$$\sum_{i=1}^n i2^i = 2 + (n-1)2^{n+1}.$$

2. Avgör om utsagorna

$$p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

och

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

är logiskt ekvivalenta.

3. Hur många heltalslösningar har ekvationen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 24$$

om $x_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$?

4. Ge exempel på en graf som har en eulercykel, men inte en hamiltoncykel. Ge exempel på en graf som har en hamiltoncykel, men inte en eulercykel. Ge exempel på två icke-isomorfa grafer med 6 hörn vardera och så att alla hörn har samma valens.

5. Bestäm koefficienten för den term som innehåller x^{18} i utvecklingen av uttrycket $(-x^3 - y^9)^{18}$.

6. Konstruera en optimal huffmankod för alfabetet a, b, c, d, e, f, g relativt frekvenserna $a: 1, b: 4, c: 9, d: 16, e: 25, f: 36, g: 49$ (dvs a har frekvensen 1, b har frekvensen 4, etc).

V. g. vänd.

7. Gör en analys av Euklides algoritm som visar att denna är effektiv genom att använda Fibonacci-följden.

8. Använd algoritmer som du kan för att (a) bestämma ett minimalt uppspannande träd i grafen nedan, (b) bestämma den kortaste vägen mellan hörnet a och hörnet j i grafen. Vad kallas algoritmerna?