

**Mer om integraler av rationella funktioner  
för elektro- och maskinprogrammen.**

**Kap. 10**

Läs de överhoppade exemplen 33, 34, 35, 38, 41 och 42.

Lös testproblem 7.

**Kap. 11**

Lös övningsexempel 11b, 13 (där b) och d) är generaliserade integraler), 16.

Studera följande exempel:

Beräkna  $\int \frac{x^3 + 4}{x^2 + x} dx$ .

Utför först polynomdivision,  $\frac{x^3 + 4}{x^2 + x} = x - 1 + \frac{x + 4}{x^2 + x}$ .

Gör faktorisering,  $\frac{x + 4}{x^2 + x} = \frac{x + 4}{x(x + 1)}$ .

Gör partialbråksansats,  $\frac{x + 4}{x(x + 1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x + 1}$ .

Beräkna  $A$  och  $B$ . Man får  $A = 4$  och  $B = -3$ , alltså

$$\int \frac{x^3 + 4}{x^2 + x} dx = \int x dx - \int 1 dx + \int \frac{4}{x} dx - \int \frac{3}{x + 1} dx = \frac{x^2}{2} - x + 4 \ln |x| - 3 \ln |x + 1| + C.$$

□

**Extra uppgifter:**

1. Gör en korrekt partialbråksansats för:

a)  $\frac{1}{(x + 1)^2(x^2 + 2x + 2)^2}$ ,      b)  $\frac{1}{(x^2 - 1)^2}$ .

2. Partialbråksuppdelning följande funktioner:

a)  $\frac{x^2}{x^2 - x - 2}$ ,      b)  $\frac{x^4}{x^2 + 1}$ ,      c)  $\frac{x^3 - 1}{x(x^2 + 1)}$ ,

3. Beräkna: a)  $\int \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6} dx$ ,      b)  $\int_0^1 \frac{x^3}{x^2 + 3x + 2} dx$ ,      c)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + 1}$

Ledning till upp. 3 c): Gör först ett lämpligt variabelbyte.

4. Beräkna  $\int \frac{x^3 - 2x + 23}{(x - 1)^2(x^2 + 4x + 6)} dx$