UPPSALA UNIVERSITET
MATEMATISKA INSTITUTIONEN

Studieanvisning 11
Envariabelanalys IP1
Ingenjörsprogrammen
Höstterminen 2001

Studieanvisningar till kapitel 11

Läs igenom TEXTEN NOGGRANT och studera alla exempel.
I dessa studieanvisningar har vi valt ut de moment som är EXTRA VIKTIGA.

Till kapitel 11 har vi avsatt 4 lektionspass (8 timmar).

Avsnitt 11.1
Vad menas med att funktionen $f(x)$ är **positiv** och **linjär**?
OBSERVERA att för sådana funktioner är $\int_a^b f(x)\,dx$ **ett tal** (antalet areaenheter) och **inte** någon funktion till skillnad mot den obestämda integralen $\int f(x)\,dx$ som är **en funktion**.
Lös testproblem 1 och 2 på liknande sätt som i exempel 11.1.

Avsnitt 11.2
VIKTIGA begrepp: **trappstegsfunktion**, **underfunktion**, **överfunktion**, **undersumma** och **översumma**. Försök förklara för varandra i gruppen hur man **approximerar** arean av det skuggade området i fig 11.3 med hjälp av undersummor och översummor enligt fig 11.4 till 11.6.
Lös testproblem 3.

Avsnitt 11.3 Definitionen på sid 326 är **MYCKET VIKTIG**! Observera dock att det är inte nödvändigt att delintervallen har samma längd. Det räcker att längden för det största delintervallet går mot noll då $n \to \infty$. Lägg märke till att villkoret (1) i definitonen säger att för **en integrerbar** funktion $f(x)$ kan man finna en indelning av intervallet $[a, b]$ så att skillnaden mellan över- och undersummorna blir så liten som **vi** vill, bara indelningen är tillräckligt "**fin**"
(se fig 11.6).
Läs noggrant (och förstå) texten efter definitionen. Observera skillnaden mellan $\int_a^b f(x)\,dx$ och $\int f(x)\,dx$.
Definition på sid 328 är VIKTIG. Observera att den här definitionen tillåter oss att definiera $\int_a^b f(x)\,dx$ för godtyckliga a och b (alltså t.ex. för $a > b$).
Lösningsmetoden i EXEMPEL 11.6 och 11.7 bygger på **areaberäkning**.
EXTRA UPPGIFT: Beräkna $\int_1^{-1} \sqrt{1-x^2}\,dx$.
Sats 11.1 ger oss en klass av **integrerbara** funktioner. Man skall vara medveten om att det finns även diskontinuerliga funktioner som är integrerbara (se exempel 11.2).
Lös testproblem 5 och 6 med hjälp av areatolkning.

Avsnitt 11.4
Integralkalkylens medelvärdessats är MYCKET VIKTIG!
Observera att funktionen $f(x)$ är en **kontinuerlig** funktion i intervallet $[a, b]$.
Funktionsvärdet $f(c)$ kallas för funktionens **medelvärde** på intervallet $[a, b]$.
Lös testproblem 7 a.

Avsnitt 11.5 Detta avsnitt innehåller "**kronan på verket**", dvs de VIKTIGASTE satserna i INTEGRALKALKYLEN som binder ihop differential- och integralkalkyl, dvs derivata och integral. Läs och förstå BEVISEN till de båda satserna. Kom ihåg att man skriver $[F(x)]_a^b$ istället för $F(b) - F(a)$. Observera ordningen.
Resten av avsnittet borde vara enkelt för dig om du har lärt dig att hitta **primitiva** funktioner. Studera alla exempel. Observera hanteringen av **absolutbeloppstecknet** i exempel 11.13.
Lös testproblem 8 (Observera absolutbeloppstecknet i d) och e)).

Avsnitt 11.6
I detta avsnitt får du mera träning i beräkning av integraler. Studera metoderna i de olika exemplen. Hoppa över exempel 11.22. Detta exempel tas upp senare för **E** och **M**.
Lös testproblem 9 och 10 (Övertyga dig om att $\arctan(-3) = -\arctan 3$ och att $\ln \frac{1}{5} = -\ln 5$).

Avsnitt 11.7
Här **generaliseras** integralbegrepp till funktioner som är definierade på obegränsade intervall. DEFINITIONEN på sid 341 är VIKTIG! Nya begrepp att lägga på minnet: **konvergent** och **divergent** integral.
Studera exemplen. Alla exemplen skall behandlas som 11.23, 11.24 eller 11.27. Var noggrann med **gränsvärdesberäkningarna**. Exempel 11.26 utgår.
Efter exempel 11.28 införs en ny typ av **generaliserad** integral. Här är det funktionen $f(x)$ som är **obegränsad** på ett begränsat intervall. I detta fall definieras integralen på liknande sätt som i tidigare fallet, dvs med hjälp av gränsövergång.
Studera exemplen. Kontrollera gränsvärdesberäkningarna.
Lös testproblem 11, 12 och 13.

LMPLIGA VNINGAR: 11.2, 11.3 b, c, d, e, 11.4 a, c, e, 11.5 b, f, g, h, 11.6 b, c, d, e, f, 11.7 (tänk på satsen 11.3), 11.10, 11.11 a, 11.14, 11.16 a, b, d.