

Studieanvisningar till kapitel 7

Läs igenom TEXTEN NOGGRANT och studera alla exempel.

I dessa studieanvisningar har vi valt ut de moment som är EXTRA VIKTIGA.

Till kapitel 7 har vi avsatt 3 lektionspass (6 timmar).

Avsnitt 7.1

Läs igenom avsnitt 7.1. Studera figuren 7.4 på sid 205.

En variabel y är en **funktion** av en variabel x , om det till varje värde, som x kan anta, är tillordnat endast ett av de värden, som y får anta.

OBSERVERA att en **funktion** är definierad om man anger både **tillordningsregeln** och **definitionsområdet**.

Tänk på meningen som finns strax efter figuren 7.2 och 7.3. Om ingen definitionsomängd är angiven, så menas att funktionen har **den största möjliga** definitionsomängden

Lös testproblem 1.

Avsnitt 7.2

Talföljder kan betraktas som funktioner ofta definierade på mängden av positiva heltal ($D_f = \mathbf{Z}_+$).

Lös testproblem 2 och 3.

Avsnitt 7.3

Studera EXEMPEL 7.11. Förklara för varandra i gruppen hur man får grafen till funktionen $y = \sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$ med hjälp av grafen till $y = \sin x$.

Lär er att känna igen graferna till $y = \frac{1}{x}$ och $y = \frac{1}{x^2}$. Lös testproblem 4 och 5.

Förklara i testproblem 5, hur man får grafen till funktionen $y = \frac{1}{(x+1)^2} - 3$ med hjälp av grafen till $y = \frac{1}{x^2}$.

Avsnitt 7.4

Studera EXEMPEL 7.16 och 7.17. Vad är **inre** och vad är **yttre** funktionen i båda exemplen ?

Lös testuppgift 7.6. Ange i c - f även inre och yttre funktionen.

EXTRA UPPGIFT: Förenkla $(f \circ f \circ f)(x)$ om $f(x) = \frac{1}{1-x}$. Rita grafen ordentligt!

Avsnitt 7.5

Här finns det några VIKTIGA definitioner. Lär er skilja mellan **växande** och **strängt växande** funktioner.

OBSERVERA att **monotonitet** är en egenskap som är definierad i ett intervall (ej i en enda punkt).

EXTRA UPPGIFT: Skissera graferna till funktionerna: $\frac{1}{x^2}$, $\frac{1}{x}$, $2x - 5$ och x^2 .

På vilka intervall är funktionerna strängt växande resp. strängt avtagande?

Diskutera i gruppen vad som gäller för en funktion som är sammansatt av två växande funktioner. Är den också växande? Styrk resonemanget med eget exempel. Gäller analogt påståendet för två avtagande funktioner? Välj något exempel. Kan ni formulera ett påstående om sammansättningen av två avtagande funktioner?

Avsnitt 7.6

Om vi från sambandet $y = f(x)$ endtydigt kan beräkna x , skrivet på formen $x = g(y)$, då säger vi att funktionen f har den **inversa** funktionen g . Den inversa funktionen $g(x)$ brukar man beteckna som $f^{-1}(x)$, alltså $g = f^{-1}$.

En funktion $f(x)$ är **inverterbar** om varje linje parallell med x -axeln skär grafen i **högst** en punkt.

Studera noggrant VARNINGEN på sid 217.

Studera fig 7.15 och försök förklara för varandra i gruppen hur man med hjälp av grafen för $y = f(x)$ får grafen för $f^{-1}(x)$.

Läs Sats 7.1 på sid 219. Tänk speciellt på meningen som finns några rader nedanför fig. 7.17, där det står: "Däremot gäller det *inte*, att alla funktioner, som har en invers, är strängt monotona."

Lägg märke till sambanden mellan **definitions mängder** och **värde mängder** för funktionen f och f^{-1} . Studera figuren 7.18. Vad är för skillnad mellan $f \circ f^{-1}$ och $f^{-1} \circ f$? Får man samma funktion i EXEMPEL 7.21 för $f \circ f^{-1}$ och $f^{-1} \circ f$? Ange skillnaden. Jämför grafen till extra uppgiften i 7.4.

Lös testproblem 8.

Avsnitt 7.7

Inversen till funktionen $y = \sin x$ definierad på **intervallet** $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ kallas för **arccusinus** och betecknas med $y = \arcsin x$.

Alltså $y = \arcsin x \Leftrightarrow y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ och $x = \sin y$. Detta kan uttryckas med ord på följande sätt: $y = \arcsin x \Leftrightarrow y$ är den vinkel (i radianer) från intervallet $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ vars sinus är lika med x . Vilken definitions mängd har $y = \arcsin x$? Jämför graferna i figur 7.19 och 7.20.

På motsvarande sätt definieras funktionerna **arcuscosinus** och **arcustangens**. Lägg märke till värde mängderna resp. definitions mängderna för de olika arcusfunktionerna. Studera noggrant alla exempel i avsnittet.

Lös testproblem 9 och 10.

LÄMPLIGA övningar: 7.1 b), c), d), f), g), h), 7.2 b), 7.3 b), e), 7.5, 7.6, 7.9, 7.10, 7.11, 7.12, 7.15, 7.16, 7.17, 7.18, 7.19, 7.20, 7.21, 7.22, 7.23, 7.26, 7.27 (utan miniräknare), 7.28, 7.29. Rita även grafen för $y = |\arctan x|$ och jämför med resultatet i övn. 7.29.

Extra övningsuppgifter på funktionens definitionsmängd

UPPGIFT 1:

Bestäm definitionsmängden till funktionerna nedan. Motivera genom att hänvisa till grundfunktionernas definitionsmängder.

Ex: $\ln(x-1)$ är definierad för $x > 1$ ty $\ln x$ är definierad för $x > 0$.

- | | | |
|-------------------------------|-------------------|-------------------|
| a) $\arcsin 2x$ | b) $\arcsin(4-x)$ | c) $\arcsin(x-4)$ |
| d) $\arcsin(x^2-2)$ | e) $\ln(x^2-1)$ | f) x^2 |
| g) $\sqrt{x-4}$ | h) $\sqrt{x^2-1}$ | i) $\tan 4x$ |
| j) $\arctan 4x$ | k) $\tan(4x+1)$ | l) $\arccos(x-4)$ |
| m) $\arccos(x^2-2)$ | n) $\sin(x+2)$ | o) $\cos(x+2)$ |
| p) skissera grundfunktionerna | | |

UPPGIFT 2:

Låt $f(x) = -x^2 + 5x$.

Bestäm a) $f(2)$ b) $f(-4)$, c) $f(t)$, d) $f(-t)$, e) $f(t-1)$,
f) $f(f(t))$, g) $f(f(x))$.

vik här!!! _____

SVAR:

UPPGIFT 1:

- | | | |
|---|---|---|
| a) $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ | b) $3 \leq x \leq 5$ | c) $3 \leq x \leq 5$ |
| d) $1 \leq x \leq \sqrt{3}$ | e) $ x > 1$ | f) alla x |
| g) $x \geq 4$ | h) $ x \geq 1$ | i) $-\frac{\pi}{8} + n\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{8} + n\frac{\pi}{4}$ |
| j) alla x | k) $-\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4} + n\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4} + n\frac{\pi}{4}$ | l) $3 \leq x \leq 5$ |
| m) $1 \leq x \leq \sqrt{3}$ | n) alla x | o) alla x |

UPPGIFT 2:

- a) 6, b) -36, c) $-t^2 + 5t$, d) $-t^2 - 5t$, e) $-t^2 + 7t - 6$,
f) $-t^4 + 10t^3 - 30t^2 + 25t$, g) $-x^4 + 10x^3 - 30x^2 + 25x$.