

Studieanvisningar till kapitel 8

Kapitel 8 innehåller många nya och VIKTIGA begrepp.

Läs igenom TEXTEN NOGGRANT.

Vänj dig vid att vid varje GRÄNSVÄRDESBERÄKNING verifiera (kolla) vilken typ uppgiften handlar om. Detta gäller även alla exempel i boken.

Till kapitel 8 har vi avsatt 5 lektionspass (10 timmar).

Avsnitt 8.1

Diskutera i gruppen innebörden av orden ”**godtyckligt**” och ”**tillräckligt**”.

VIKTIGT! Koppla samman definitionen på sid 229 med efterföljande text och figuren 8.2.

Definitionen säger att funktionsvärdena för $f(x)$ skiljer sig hur lite som helst från gränsvärdet (det är vi som bestämmer) bara vi väljer x tillräckligt (funktionen bestämmer) stort.

Standardgränsvärdena på sidan 231 är mycket viktiga. Lär dig känna igen standardgränsvärden och koppla ihop dem med figuren 8.4 och texten. Observera att andra (i upplagan fyra tredje) standardgränsvärdet gäller för **alla** p . Strax före exempel 8.2 finns det en mening där det står: ”... saknar uttrycket gränsvärde.” Vad betyder detta? I exempel 8.2 kan sägas att $\ln x \rightarrow \infty$, då $x \rightarrow \infty$, dvs. funktionen $\ln x$ antar **godtyckligt** stora värden bara x väljs **tillräckligt** stort.

När man löser gränsvärdesproblem MÅSTE det omformas så att NÅGOT standardgränsvärde kan användas. Räknedosa eller/och intuition **DUGER INTE**. Funktionen i EXEMPEL 8.3 påminner om det anrda (i upplagan fyra tredje) standardgränsvärdet. Funktionen måste omformas så att standardgränsvärdet kan utnyttjas.

Lär dig **räknereglerna** som finns i rutan på sid 232. Lär dig metoder som används i EXEMPEL 8.5, 8.6 och 8.7.

Räkna (VIKTIGT) alla testproblem. Observera att funktionen i 1 a) måste omformas så att standardgränsvärdet 3 (i upplagan fyra 2) från sid 231 kan utnyttjas.

Avsnitt 8.2

Definitionen på sid 236 är mycket viktigt. OBSERVERA att funktionen $f(x)$ inte behöver vara definierad i punkten $x = a$ (se exempel 8.8 och fig 8.6) för att gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ skall existera. I exempel 8.9 är funktionen dock definierad för $x = 1$.

I exempel 8.8 behandlas täljaren och nämnaren var för sig, vilket inte är nödvändigt. **Standardgränsvärdena** på sid 238 är **MYCKET VIKTIGA**. Bevisen för dessa tas upp på föreläsningen.

Jämför standardgränsvärdet 2 på sid 238 med fig 1.9 på sid 22. Lägg märke till att dessa gränsvärden gäller då $x \rightarrow 0$. Alla STANDARDGRÄNSVÄRDEN (se appendix B på sid 552) gäller då $x \rightarrow 0$ eller då $x \rightarrow \infty$. Alla andra gränsvärden måste **omformas** till sådana. Studera alla EXEMPEL. I exempel 8.15 används en standardmetod, nämligen att förlänga med konjugatuttrycket till täljaren eller

nämnamnaren.

Kommentaren på sid 239 är överkurs. Räkna genom alla testproblem.

LEDNING till problemet 3 c): Inför en ny variabel t som går mot noll då $x \rightarrow -1$.

Avsnitt 8.3

På sid 241 finns två VIKTIGA definitioner.

Första definitionen säger vad som menas med **kontinuerlig** funktion i en punkt. Berätta för varandra i gruppen vad som menas med att en funktion är kontinuerlig i en punkt.

Andra definitionen på sid 241 säger vad som menas med **en kontinuerlig** funktion. Lär dig ordet "diskontinuerlig" som betyder "icke-kontinuerlig". Studera noggrant EXEMPEL 8.19. Observera begreppet **hävbar diskontinuitet**. Studera noggrant SATSEN 8.1 och 8.2 på sid 243. Satsen **om mellanliggande värden** säger att om en kontinuerlig funktion antar två värden så antar funktionen alla värden som ligger mellan de två. Även satsen på sid 244 (s.k. satsen om **största och minsta värde**) är VIKTIG.

Lös alla testproblem.

Avsnitt 8.4

Rationella funktioner är mycket viktiga. Speciellt viktigt är det att kunna beräkna gränsvärden för rationella funktioner. Studera därför noggrant exempel 8.24 i avsnittet. Förklara för varandra vad som menas med **en lodrät** resp. **en vågrät** asymptot. Det finns även **sneda** asymptoter som vi inte tar upp i denna kurs (se *Lösningssboken*, sid 45, uppg. 13 d)).

Lös testproblemen.

Avsnitt 8.5

Satsen 8.4 på sid 248 ger en metod att beräkna gränsvärden för **talföljder**. Studera EXEMPLEN och de två sista standardgränsvärden i appendix B.

EXTRA UPPGIFT: Bestäm $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 1}$.

Vi kan också lägga till standardgränsvärdet $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$. Det kan visas genom att skriva om

$$\sqrt[n]{n} \text{ som } e^{\frac{1}{n} \ln n}.$$

Lös alla testproblem men 12 b) kan betraktas som överkurs.

LÄMPLIGA UPPGIFTER: När ni börjar med gränsvärdesberäkning, kontrollera typen av gränsvärdet genom "insättning" av givet " x -värde".

8.1, 8.2 b, c, d, f, 8.3 a, c, e, f, 8.4 a, b, c, d, f, 8.5 a, b, c, d, e, f, 8.6 a, b, c, 8.7 a, b, c, e, 8.8, 8.9, 8.10, 8.13 b, c, e, (hur ligger grafen i förhållande till asymptoterna i uppgift b), 8.16.