UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Pepe Winkler

MATEMATIK OCH STATISTIK NV1

Studieanvisningar till KAPITEL 1 i kursboken

Olika talsystem. Lär dig olika de vedertagna beteckningarna för olika talmängder.
Naturliga tal är de tal som karakteriserar antalet element i en mängd.
Negativa tal tillåter oss att prata om vinst och förlust på samma sätt.
Rationella tal är alla tal av typ $\dfrac{p}{q}$ där $q \neq 0$ och $\dfrac{p_1}{q_1} = \dfrac{p_2}{q_2} \Leftrightarrow p_1 \cdot q_2 = p_2 \cdot q_1$.
I testproblem 1 behöver du inte motivera ditt svar med bevis. Försök få känslan för rationella och irrationella tal.

Likheter och olikheter.
Likhetstecknet " $=$ " används för att beskriva ett och samma objekt. T.ex. $2 = 1 + 1 = 3 - 1 = \dfrac{6}{3}$.
Om två utryck beskriver olika objekt används beteckningen " $\neq$ ", t.ex. $3 \neq 2$, $\sqrt{4} \neq -2$. För reella tal $\mathbf{R}$ har vi även relationen "mindre än" som betecknas " $<$ " och "större än" som betecknas " $>$ ".

Observera att " $\leq$ " eller " $\geq$ " säger "mindre än eller lika med" resp. "större än eller lika med"(se exempel 1.1 d) och e)).
Tänk på vilka räkneoperationer är tillåtna på olikheterna. Varför (i allmänhet) för man inte multiplicera en olikhet med ett utryck som innehåller en variabel (obekant)? Lär dig hantera **teckenstudium**. Lös testproblem 2 b) och 3 c), d).

Absolutbelopp.
Lägg märke till att $|x| < r$ beskriver en dubbelolikhet, den säger att $-r < x$ **samtidigt** som $x < r$. Olikheten $|x| > r$ säger däremot att antingen $x < -r$ **eller** $x > r$.
Lös testproblem 4 dels analitiskt dels geometriskt genom att tolka absolutbelopp av differansen som avståndet mellan talen.
VIKTIGT: Lös testuppgift 5.

Potenser och logaritmer.
Sats 1.9 är mycket viktigt och förhoppningsvis välbekant. Tänk på att **logaritm** är ett annat namn på **exponenten**. Mera exakt $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$, dvs det är den exponent c till vilken skall a höjas för att potensen a^c skall vara lika med b .
Lagarna I – III i sats 1.3 är mycket viktiga och svarar mot lagarna I – III i sats 1.2. Lag IV och V följer direkt ur definitionen för en logaritm . Lag VI och följdsats 1.3' på sid 35 är bra att känna till, men du behöver inte lära dig formlerna utantill. Lär dig istället metoden som finns i beviset.
Exempel:
Skriv $\log_{25} 100$ med hjälp av logaritmer med basen 5.
Lösning:
Låt $c = \log_{25} 100$. Detta innebär att $25^c = 100 \Leftrightarrow \log_5 25^c = \log_5 100$. Lag III ger oss att
$c \cdot \log_5 25 = \log_5 100 \Leftrightarrow c = \dfrac{\log_5 100}{\log_5 25} = \dfrac{\log_5 (4 \cdot 25)}{2} = \dfrac{\log_5 4 + \log_5 25}{2} = \dfrac{\log_5 4 + 2}{2} = \dfrac{2 \log_5 2 + 2}{2}$
$= \log_5 2 + 1$,
alltså $\log_{25} 100 = 1 + \log_5 2$.
Räkna alla testproblem utan miniräknare.

Algebra

När man förenklar algebraiska uttryck använder man ofta s.k. kvarderingsreglerna: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ och konjugatregeln: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$. Det är värt att veta att $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$. Kontrollera detta.
Kvadratkomplettering som beskrivs på sid 42 är ett mycket viktigt redskap vid t.ex. lösningen av kvadratiska ekvationer och vid karakteriseringen av kurvor som kan beskrivas med hjälp av andragradsekvationer.
Lös testproblemen 11 och 12.

Komplexa tal.

Komplexa talen är "nya" obiekt som skapas med hjälp av reella tal. Man definierar i som sådant tal som har egenskapen $i^2 = -1$. Vidare $z = a + b \cdot i$ är ett komplext tal om a och b är reella tal. Man definierar naturligt addition och multiplikation av komplexatal enligt följande: om $z_1 = a_1 + b_1 \cdot i$ och $z_2 = a_2 + b_2 \cdot i$ då $z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) \cdot i$ och $z_1 \cdot z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1) \cdot i$.
Lär dig de begrepp som definieras i rutan på sid 49 och lägg märket till de regler som gäller för de definierade begreppen (övning 1.47).
Observera att till varje komplext tal $z = a + b \cdot i$ kan ordnas en punkt i planet (med koordinaterna (a, b)) och tvärrtom. Vidare tänk på att $z_1 = z_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$ och $b_1 = b_2$. Två komplexa tal är antingen **lika** eller **olika**. I mängden C av komplexa tal finns inte ordningsrelation, dvs vi kan **inte** säga att det ena talet är större eller mindre än det andra. Däremot vi kan jämföra allt som kan beskrivas med hjälp av reella tal, t.ex absolutbellopp, reella eller imagimära delar.
!Lös testproblem 16 med hjälp av kvadratkomplettering.
Mer om komplexa tal ska vi läsa senare i kursen (se avsnitt 13.7).

ÖVNINGAR: 1.1, 1.2, 1.3 b, 1.4, 1.5 e och f, 1.6 a och d, 1.7, 1.8, 1.9 f, h och i, 1.13, 1.15, 1.19, 1.21, 1.22, 1.24, 1.26, 1.43, 1.45, 1.46.