UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Pepe Winkler

MATEMATIK OCH STATISTIK NV1

Studieanvisningar till KAPITEL 6 i kursboken

Derivata

Förklara begreppen ändringskvot (differanskvot) och derivata. Lägg på minnet att derivata är ett annat ord för momentanhastigheten.
Ge några exempel med naturvetenskaplig och ekonomisk anknytning på ändringskvot och derivata.
Ändringskvoten $\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ är **riktningskoefficienten** för den räta linjen som går genom punkterna $(x, f(x))$ och $(a, f(a))$. Derivatan av funktionen $f(x)$ i punkten a kan definieras som $f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ eller $f'(a) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$.
Härled derivatan av $f(x) = x^4$ på båda sätten. Vad är $f'(2)$ för denna funktion?
Hur kan man bestämma ekvationen för **tangent** och **normal** i en given punkt på en kurva?
Lägg märke till sats 6.1 på sid 171. Satsen säger att en diskontinuerlig funktion i punkten x_0 saknar derivatan där. Några av de viktigaste deriveringsreglerna är produktregeln, kvotregeln (sats 6.3 på sid 175) och **kedjeregeln** (sats 6.4 på sid 181).
Formulera dessa regler. När du utför en derivering: tänk **alltid** på **INREDERIVATAN**.
Lär dig standardderivator (appendix C). Med hjälp av dem och deriveringsreglerna kan du derivera varje funktion.
Beskriv vilken samband som gäller mellan derivatan av en funktion och derivatan av funktionens invers (sats 6.5 på sid 185).
Ge ett par enkla exempel på funktioner som är kontinuerliga men saknar derivata i en viss punkt.
Lär dig s.k. **implicitderivering**. Detta sätt att derivera är mycket praktiskt vid derivering av s.k. implicita funktioner.
Även **logaritmisk** derivering är värt att känna till, speciellt om man ska derivera mer komplicerade uttryck. Hur definierar man **andraderivatan** $f''(x)$ och högre derivator?

Lös alla testproblem.

ÖVNINGAR: 6.1 c, d, 6.2, 6.3 b, d, f, 6.4 a, b, c, 6.5 b, c, d, 6.6 b, c, d, 6.7, 6.9, 6.11, 6.14 – 6.16, 6.18 – 6.20, 6.24, 6.27, 6.28..

EXTRA UPPGIFTER TILL KAP. 6

1. Låt $f(x) = x^2 + 4x$.

a) Vad betyder $f(3)$?

b) Vad betyder $f(3+h)$?

c) Vad betyder $f(3+h) - f(3)$?

d) Vad betyder $\dfrac{f(3+h) - f(3)}{h}$?

e) Beräkna $\dfrac{f(3+h) - f(3)}{h}$.

f) Vad betyder $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$?

g) Beräkna $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$.

2. Derivera med avseende på x:

a) $y = \sqrt{x}$,

b) $y = \sqrt{x^3}$,

c) $y = \sqrt{(x+5)^3}$,

d) $y = \sqrt{(4x+5)^3 + 7x}$,

e) $y = \sqrt{(4x^6+5)^3 + 7x}$,

f) $y = \sqrt{\left(4(3x^5+1)^6 + 5x^2\right)^3 + 7x}$,

g) Låt $x = x(t)$. Bestäm i uppgifterna a) – f) $\dfrac{dy}{dt}$.

FACIT TILL EXTRA UPPGIFTER TILL KAP. 6.

1.

a) $f(3) = 21$ är funktionsvärdet för $x = 3$.

b) $f(3+h) = 21 + h^2 + 10h$ är funktionsvärdet för $x = 3 + h$,

c) $f(3+h) - f(3) = h^2 + 10h$ är tillväxt av funktionen då x ändras från 3 till $3 + h$,

d) $\dfrac{f(3+h) - f(3)}{h} = h + 10$ är ändringskvoten (diffaranskvoten).

e) $\dfrac{f(3+h) - f(3)}{h} = h + 10$,

f) $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(3+h) - f(3)}{h} = 10$ är derivatan för $f(x)$ i punkten $x = 3$,

g) $f'(3) = 10$.

2.

a) $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$,

b) $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x^3}} \cdot 3x^2$,

c) $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{(x+5)^3}} \cdot 3(x+5)^2$,

d) $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{(4x+5)^3 + 7x}} \cdot \big(3(4x+5)^2 \cdot 4 + 7\big)$,

e) $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{(4x^6+5)^3 + 7x}} \cdot \big(3(4x^6+5)^2 \cdot 24x^5 + 7\big)$,

f) $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{\left(4(3x^5+1)^6 + 5x^2\right)^3 + 7x}} \left(3\left(4(3x^5+1)^6 + 5x^2\right)^2 \cdot \left(24(3x^5+1)^5 \cdot 15x^4 + 10x\right) + 7\right)$,

g) Kedjeregeln ger att faktorn $\dfrac{dx}{dt}$ skall tillfogas efter varje derivata i uppg. a) – f).