

UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Gunnar Berg, Inger Sigstam
Tel. 471 32 75

Prov i matematik
Baskurs i matematik

Alla program
2009-08-17

Skrivtid: 8-13. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Poäng: varje uppgift ger maximalt 5 poäng. För Godkänd fordras minst 18 poäng, för betyget fyra minst 25 poäng och för betyget fem minst 32 poäng. Observera att helhetsintrycket påverkar bedömningen så skriv tydligt och motivera resonemangen.

1. För vilka reella tal x gäller olikheten

$$1 \leq \frac{x}{x-4} \leq 2 \text{ ?}$$

2. Lös ekvationen

$$\log_2 \frac{x}{1+x} + \log_2 \frac{x}{1-x} = 1.$$

3. Visa med induktion att

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

för alla heltal $n \geq 1$.

4. a) Skriv det komplexa talet $\frac{1-2i}{2-i}$ på formen $a + bi$ där a och b är reella tal.
b) Skriv talet $3 + i\sqrt{3}$ på polär form.

5. Lös ekvationen

$$3 \sin^2 x - \cos^2 x = 0.$$

6. Bevisa att ekvationen

$$4x^2 + 8x + 6y^2 - 24y + 4 = 0$$

definierar en ellips och bestäm dess medelpunkt samt längden av stor- och lillaxel.

7. Ur en grupp bestående av sju kvinnor och fem män skall man välja en kommitté bestående av fyra personer. På hur många sätt kan detta ske om kommittéen skall innehålla minst en man och minst en kvinna?

8. Ekvationen

$$2z^4 - 3z^3 + 4z^2 - 9z - 6 = 0$$

har minst en rent imaginär rot. Lös ekvationen fullständigt.

LYCKA TILL!