

Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
Staffan Rodhe, Magnus Jacobsson,
Inger Sigstam

Prov i matematik
Baskurs i matematik
Alla program
Fristående kurs
2010-01-16

Skrivtid: 9.00-14.00. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Poäng: varje uppgift ger maximalt 5 poäng. För betyget tre fordras minst 18 poäng, för betyget fyra minst 25 poäng och för betyget fem minst 32 poäng. Endast välskrivna och tydliga lösningar accepteras för rättning.

1. För vilka reella tal x gäller nedanstående olikhet?

$$\left| \frac{x+3}{x-2} \right| \leq 1$$

2. Lös ekvationen

$$\log_2(x) + \log_2(10-x) = 4$$

3. Visa med induktion att för alla positiva heltal n är $9^n - 1$ delbart med 8 (d.v.s. att $9^n - 1$ är lika med 8 gånger något heltal k).

4. Lös ekvationen

$$\sin(5x + \pi) = \sin(x).$$

5. a) Skriv på formen $a + bi$ det komplexa talet

$$z = \frac{(2+i)^3}{(3-i)^2}.$$

- b) Bestäm beloppet $|z|$ och ett argument $\arg(z)$ i intervallet $[0, 2\pi)$ för det komplexa talet

$$z = (1 + \sqrt{3}i)(1 + i).$$

6. a) Rita andragradskurvan

$$x^2 + 6x - y + 7 = 0.$$

Är det en ellips, en parabel eller en hyperbel?

- b) Bestäm kurvans skärningspunkter med linjen $6x - y + 9 = 0$ om det finns några.

var god vänd!

7. Polynomet

$$p(z) = z^5 + z^3 - z^2 - 1$$

har ett nollställe av formen bi , där b är ett reellt tal. Lös ekvationen $p(z) = 0$ fullständigt.

8. a) N stycken punkter är markerade på en cirkel. Hur många trianglar kan man rita som har sina hörn bland dessa punkter? Uttryck svaret som ett polynom i variabeln N .

b) N punkter är markerade på var och en av två parallella linjer. Hur många trianglar kan man rita som har sina hörn bland dessa $2N$ punkter? Uttryck svaret som ett polynom i variabeln N .

LYCKA TILL!