

UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Gunnar Berg
Tel. 471 32 75

Prov i matematik
Baskurs
Dugga
3 oktober 2008

Skrivtid: 15-17. Tillåtna hjälpmedel: skrivdon. Poäng: varje uppgift ger maximalt 5 poäng. För Godkänd krävs minst 12 poäng och detta innebär att du får tillgodoräkna dig första problemet vid sluttentan den 17 oktober. Observera att helhetsintrycket påverkar bedömningen så skriv tydligt och motivera resonemangen.

1. Bestäm de x som uppfyller olikheten

$$\left| \frac{x+2}{2-x} \right| < 3.$$

2. Visa med induktion

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

3. Kören *Glada göken* består av trettio personer och de skall utse en resekommitté på sex personer. På hur många sätt kan detta ske om man uppfyller det krav som medlemmarna Tina och Agnes ställer, nämligen att antingen skall de båda vara med i kommittén eller så skall ingen av dem vara det?

4. Visa att ekvationen

$$2x^2 + 12x + y^2 - 4y + 14 = 0$$

definierar en ellips, samt bestäm läget för dess medelpunkt och längden av dess storaxel och lillaxel. Skissa också ellipsen. (Det är inte nödvändigt, men ger en stjärna i himlen, om du också beräknar läget för brännpunkterna.)

LYCKA TILL!