DUGGA
BASKURS
2010-09-30

1. $\frac{x+2}{2-x} \geq 3 \iff \frac{x+2}{2-x} - 3 \geq 0 \iff \frac{x+2-3(2-x)}{2-x} \geq 0 \iff$

$\iff \frac{x+2-6+3x}{2-x} \geq 0 \iff \frac{4x-4}{2-x} \geq 0 \iff \boxed{\frac{4(x-1)}{2-x} \geq 0}$

Teckenschema:

x:	1	2
$x-1$	$- - -$ 0 $+ + + + + +$	
$2-x$	$+ + + + + +$	0 $- - -$
$\frac{4(x-1)}{2-x}$	$- - -$ 0 $+ +$	∤ $- - -$

Svar: Vi ser att olikheten gäller för $\boxed{1 \leq x < 2}$, dvs på intervallet $[1, 2)$

2. Basfall: $k=0$ ger VL: $\sum_{k=0}^{0}(2k+1) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$ OK.

HL: $(0+1)^2 = 1$

Induktionsantagandet

Visa: $\sum_{k=0}^{n}(2k+1) = (n+1)^2 \Rightarrow \sum_{k=0}^{n+1}(2k+1) = (n+2)^2$ (*)

$VL(*) = \sum_{k=0}^{n}(2k+1) + (2(n+1)+1) \underset{\text{[induktionsantagandet]}}{=} (n+1)^2 + (2n+3)$

$= n^2 + 2n + 1 + 2n + 3 = n^2 + 4n + 4 = (n+2)^2$

och detta är HL(*)! Så induktionsteget är korrekt och slutligen ger induktionsaxiomet att formeln gäller för $n \geq 0$. □

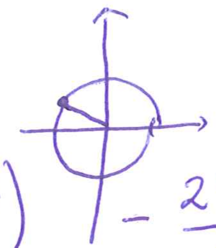
③ $\sin v = 1/5$ med för via trigonometriska ettan

att $\sin^2 v + \cos^2 v = 1$ dvs.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \cos^2 v = 1 \Rightarrow \cos^2 v = 1-\left(\frac{1}{5}\right)^2 = 1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25}.$$

Då är $\cos v = \pm\sqrt{\frac{24}{25}} = \pm\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{25}} = \cancel{\pm\frac{2}{\sqrt{5}}}$. $\pm\frac{\sqrt{24}}{5} = \pm\frac{2\sqrt{6}}{5}$

Eftersom $\frac{\pi}{2} \le v \le \pi$ ligger v i andra kvadranten och där är cosinus negativ.



Svar: $\cos v = \cancel{-\frac{2}{\sqrt{5}}}$ $\cancel{\left(= -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)}$ $-\frac{2\sqrt{6}}{5}$

④ $2x^2+12x+y^2-4y+14=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2(x^2+6x+9)-18+(y^2-4y+4)-4+14=0 \Leftrightarrow$$

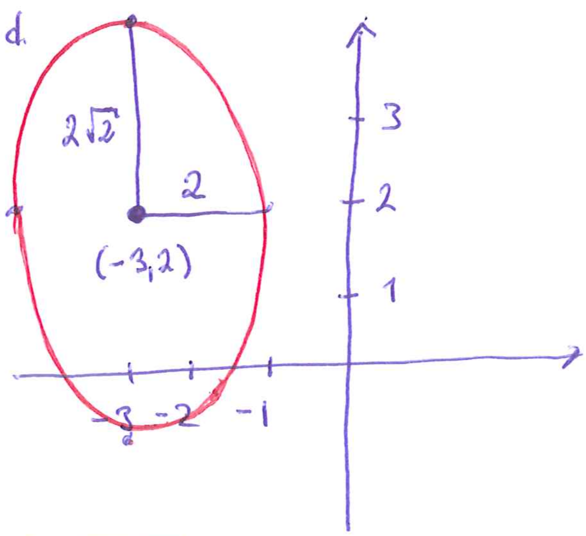
$$\Leftrightarrow 2(x+3)^2+(y-2)^2 = 8 \Leftrightarrow \frac{2(x+3)^2}{8} + \frac{(y-2)^2}{8} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{8} = 1 \Leftrightarrow \boxed{\frac{(x+3)^2}{2^2} + \frac{(y-2)^2}{(2\sqrt{2})^2} = 1}$$

Vi har en ellips med medelpunkt i $(-3,2)$.

halv storaxel $2\sqrt{2}$ i y-led

〃 lillaxel 2 i x-led



—— x ——