

Föreläsning 10

Komplexa tal

Vi låter i beteckna ett tal, kallat den imaginära enheten, sådant att $i^2 = -1$.

Alla tal z som kan skrivas som $z = x + iy$, där x och y är reella tal, kallas för komplexa tal.

x kallas för realdelen av z , skrivet $\operatorname{Re}(z)$.

y kallas för imaginärdelen av z , skrivet $\operatorname{Im}(z)$.

Om vi byter tecken på imaginärdelen får vi konjugatet till z , skrivet $\bar{z}$. Med andra ord är

$$\bar{z} = x - iy.$$

En kvot mellan två komplexa tal förenklas genom att man förlänger kvoten med konjugatet till nämnaren och sedan använder konjugatregeln.

Samband mellan komplexa tal och geometri

Man kan representera $z = x + iy$ som en punkt i (x, y) –planet och detta ger en koppling mellan geometri i planet och räkning med komplexa tal.

Avståndet mellan origo och z kallas för beloppet av z , skrivet $|z|$. Med andra ord är

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Vinkeln ned till x –axeln kallas för argumentet av z , skrivet $\arg(z)$.

Sats 1 Då man ska beräkna beloppet av $z \cdot w$ kan man istället beräkna beloppet av z och beloppet av w multiplicera ihop dessa.

Sats 1' Det gäller att $|zw| = |z||w|$.

Sats 2 Då man ska beräkna argumentet av $z \cdot w$ kan man istället beräkna argumentet av z och argumentet av w addera ihop dessa.

Sats 2' Det gäller att $\arg(zw) = \arg(z) + \arg(w)$.