

Föreläsning 14

Algebrans fundamentalsats

Varje polynom av grad minst 1 har minst ett komplext nollställe.

Följdsats 1

Ett polynom av grad n har n olika nollställen (komplexa och räknade med multiplicitet).

Annorlunda formulerat:

En n :tegradsekvation har n olika lösningar.

Följdsats 2

Ett polynom kan alltid faktoriseras som en produkt av (komplexa) förstegradspolynom enligt

$$p(x) = k(x - a_1)(x - a_2)\dots(x - a_n), \quad (1)$$

där k är koefficienten framför x^n och $a_1, a_2, \dots, a_n$ är polynomets nollställen.

Polynom med reella koefficienter

Låt $p(x)$ vara ett polynom med reella koefficienter. Om α är ett nollställe till $p(x)$ så är även $\bar{\alpha}$ ett nollställe till $p(x)$.

Man kan alltså para ihop de icke-reella nollställena till $p(x)$ i par där de två nollställena är konjugatet till varandra.

Om man multiplicerar ihop $x - \alpha$ och $x - \bar{\alpha}$ får man ett polynom med reella koefficienter. Man kan därför alltid faktorisera ett reellt polynom i reella polynom, gör så här:

Faktorisera först $p(x)$ med hjälp av komplexa första-gradspolynom (se (1)) och multiplicera sedan ihop de komplexkonjugerade faktorerna.