

Föreläsning 6

Kägelsnitt

Ellipser, hyperblar och parabler kallas gemensamt för kägelsnitt. Detta är de kurvor som man kan skära fram ur en (dubbel-)kon genom ett rakt snitt.

En annan geometrisk beskrivning

Vi tar och väljer två punkter som vi kallar brännpunkter och en linje som vi kallar styrlinje.

- En ellips bildas av alla punkter som har samma sammanlagda avstånd till brännpunkterna.
- En hyperbel bildas av alla punkter som har samma skillnad mellan avstånden till brännpunkterna.
- En parabel bildas av alla punkter som har samma avstånd till en brännpunkt som till styrlinjen.

Algebraisk beskrivning

Vi väljer koordinaterna så att brännpunkterna har samma x – eller y –koordinat respektive att styrlinjen är parallell med x –axeln.

En ellipsen beskrivs av ekvationen

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1.$$

Här är (x_0, y_0) ellipsens medelpunkt och a och b är ellipsens utsträckning från medelpunkten i x – resp. y –led.

En hyperbel beskrivs av ekvationen

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1.$$

En parabel beskrivs av ekvationen

$$y = ax^2 + bx + c,$$

vilket kan kvadratkompletteras till

$$y - y_0 = a(x - x_0)^2.$$

Här är (x_0, y_0) parabelns "vändpunkt", dvs antingen dess lägsta eller högsta punkt, och a beskriver hur fort parabeln växer eller minskar.