

Föreläsning 11

En funktion på formen $f(x) = a^x$ kallas exponentialfunktion.

Då x är ett positivt heltal betyder a^x a multiplicerat med sig själv x gånger. Ur detta får man:

Potenslagarna

$$a^{x+y} = a^x a^y$$

$$a^{xy} = (a^x)^y$$

$$(ab)^x = a^x b^x$$

Om man vill ha annat än heltalspotenser måste man kräva att $a > 0$, tex är inte $x^{1/2}$ definierat för $x < 0$.

Man kan utvidga definitionen av exponentialfunktionerna till att tillåta rationella potenser genom att definiera $a^{1/n}$ till att vara det positiva tal A sådant att $A^n = a$ och sen definiera $a^{m/n}$ genom $a^{m/n} = (a^m)^{1/n}$.

Genom kontinuitetsresonemang (och mycket jobb) kan detta ge en definition av a^x för $a > 0$ och alla x .

Lättare är det att istället definiera a^x för $a > 0$ genom

$$a^x = e^{(\ln(a)x)},$$

där $\ln x$ definieras för $x > 0$ genom

$$\ln x = \int_1^x \frac{dt}{t}$$

och e^x definieras som inversen till $\ln x$.

Inverser till exponentialfunktioner kallas logaritmer och logaritmlagarna är

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$$

$$\log_a(x^r) = r \log_a(x)$$