

Föreläsning 2

Gränsvärden

Om vi kan få $f(x)$ att vara så nära L vi vill genom att välja $x \neq a$ tillräckligt nära a säger vi att $f(x)$ går mot L då x går mot a och skriver

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L.$$

Om man bara väljer x till vänster om a (dvs $x < a$) kallar vi detta vänstergränsvärdet och skriver

$$\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = L.$$

Om man bara väljer x till höger om a (dvs $x > a$) kallar vi detta högergränsvärdet och skriver

$$\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = L.$$

Satser om gränsvärden

Att $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existerar och är lika med L är ekvivalent med att både vänster- och höger-gränsvärdet existerar och är lika med L .

Om $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ och $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ existerar och är lika med L respektive M , då gäller: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) + g(x) = L + M$
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = LM$ och så vidare. Dessutom gäller att om $f(x) \leq g(x)$ så är $L \leq M$.

Om $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ och $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$, då existerar gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ och

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L.$$