

Föreläsning 20

Tre grundläggande regler för integraler är att

$$\begin{aligned}\int_a^c f(x) dx &= \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx \\ \int_a^b (f(x) + g(x)) dx &= \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx \\ \int_a^b C f(x) dx &= C \int_a^b f(x) dx\end{aligned}$$

Om $f(x) \geq g(x)$ för $a \leq x \leq b$ så är

$$\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx,$$

ur detta följer triangelolikheten som säger att

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx.$$

Integralkalkylens fundamentalsats

Låt $f(x)$ vara en kontinuerlig funktion och definiera funktionen $F(x)$ genom $F(x) = \int_a^x f(t) dt$.

1. Då är $F(x)$ deriverbar och $F'(x) = f(x)$.
2. Om $G(x)$ är en funktion (vilken som helst) sådan att $G'(x) = f(x)$ för alla $a \leq x \leq b$, så kan man räkna ut $\int_a^b f(x) dx$ genom

$$\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a).$$