

Föreläsning 22 och Föreläsning 23

Partialintegrerings-sats

Om $f(x)$ är en kontinuerlig funktion med anti-derivatan $F(x)$ och $g(x)$ är en kontinuerligt deriverbar funktion så är

$$\int_a^b f(x)g(x) dx = [F(x)g(x)]_a^b - \int_a^b F(x)g'(x) dx.$$

(Att F är anti-derivata till f betyder att $F'(x) = f(x)$.)

Partialbråksuppdelning

Man kan hitta anti-derivata till uttryck på formen $\frac{p(x)}{q(x)}$, där $p(x)$ och $q(x)$ är polynom.

* Dela först $p(x)$ med $q(x)$ så gott det går (tex med hjälp av liggande stolen),
dvs så att polynomet i täljaren har lägre grad än det i nämnaren.

* Faktorisera $q(x)$ och skriv varje faktor i nämnaren till ett bråk.

* Ansätt att täljaren till samma bråk är ett godtyckligt polynom av grad ett mindre än det i nämnaren.

* Lös ekvationssystemet.

* Hitta anti-derivata för varje ingående bråk.

Exempel på korrekta ansatser:

$$\frac{x}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$$

$$\frac{2x+1}{x(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

$$\frac{1}{(x+1)^2(x^2+1)} = \frac{Ax+B}{(x+1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$$