

Föreläsning 29

Frågeställning och idé

Vi antar att $a_n \geq 0$ och hittar test som avgör om $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ är konvergent eller divergent. Om a_n är för stor är serien divergent, men om a_n är tillräckligt liten är serien konvergent. Hur stora de första elementen är spelar ingen roll, det viktiga är storleken på talen i "svansen".

Jämförelsetest med generaliserad integral

Om $f(x)$ är en avtagande positiv funktion så gäller att $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$ är konvergent om och endast om $\int_1^{\infty} f(x) dx$ är konvergent.

Viktiga exempel

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ är konvergent om och endast om $\alpha > 1$.

Jämförelse med annan serie

Om $0 \leq a_n \leq K b_n$ för något tal $K > 0$ (som inte beror av n) så gäller att $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerar om $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergerar.

Ur detta följer att om $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergerar så måste $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergera.

Gränsvärdestest

Om $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = L$ där $L \neq 0$ är ett reellt tal så gäller att $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerar om och endast om $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergerar.

Kvottest

Om $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \rho$ gäller att:

- * Om $\rho < 1$ konvergerar $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- * Om $\rho > 1$ divergerar $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Rottest

Om $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \rho$ gäller att:

- * Om $\rho < 1$ konvergerar $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- * Om $\rho > 1$ divergerar $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.