

Föreläsning 34

Ekvationen $ay''(x) + by'(x) + cy(x) = f(x)$ sägs vara en linjär diffekvation med konstanta koefficienter.

Om ekvationen är $ay''(x) + by'(x) + cy(x) = 0$ sägs den vara homogen.

Så här löser man de homogena ekvationen

$$ay''(x) + by'(x) + cy(x) = 0 :$$

1. Ställ upp och karakteristiska ekvationen

$$ar^2 + br + c = 0.$$

2. Lös ekvationen och kalla lösningarna r_1 och r_2 .

3.1 Om $r_1 \neq r_2$ är reella tal är allmänna lösningen

$$y(x) = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}.$$

3.2 Om $r_1 = r_2$ är allmänna lösningen

$$y(x) = (C_1 x + C_2) e^{r_1 x}.$$

3.3 Om $r_1 = \alpha + i\beta$ (och $r_2 = \alpha - i\beta$) är allmänna lösningen

$$y(x) = (C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)) e^{\alpha x}.$$

Så här löser man ekvationen

$$ay''(x) + by'(x) + cy(x) = f(x) :$$

1. Lös först den homogena ekvationen

$$ay_h''(x) + by_h'(x) + cy_h(x) = 0 \text{ enligt ovan.}$$

2. Hitta sen en lösning $y_p(x)$ till

$$ay''(x) + by'(x) + cy(x) = f(x)$$

genom att göra en befogad gissning och lösa det ekvationssystem som uppkommer.

3. Svaret är $y(x) = y_h(x) + y_p(x)$.

Hur ska man gissa?

Gissa att $y_p(x)$ är av "samma typ" som $f(x)$. Sätt godtyckliga konstanter framför varje term och lös ut deras värde.

Om en gissning inte fungerar kan det vara bra att multiplicera gissningen med x och försöka igen.