$\mathcal{Z}$-transformen

$$f(n) \overset{\mathcal{Z}}{\rightleftharpoons} \sum_{n=0}^{\infty} f(n)\, z^{-n} = F(z)$$

Transformregler

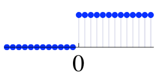
	$\left(f(0), f(1), f(2), \ldots\right)$	$f(n)$	$F(z)$
Lineäritet		$\alpha\, f_1(n) + \beta\, f_2(n)$	$\alpha\, F_1(z) + \beta\, F_2(z)$
Vänstershift (en gång)	$\left(f(1), f(2), f(3), \ldots\right)$	$f(n+1)$	$z\, F(z) - f(0)\, z$
Vänstershift (två gånger)	$\left(f(2), f(3), f(4), \ldots\right)$	$f(n+2)$	$z^2\, F(z) - f(0)\, z^2 - f(1)\, z$
Vänstershift (N gånger)	$\left(f(N), f(N+1), f(N+2), \ldots\right)$	$f(n+N)$	$z^N\, F(z) - f(0)\, z^N - f(1)\, z^{N-1} - \ldots - f(N-1)\, z$
z−derivering	$\left(0, 0, -f(1), -2\, f(2), \ldots\right)$	$(1-n)\, f(n-1)\, \theta(n-1)$	$\frac{dF(z)}{dz}$
	$\left(0, f(1), 2\, f(2), 3\, f(3), \ldots\right)$	$n\, f(n)$	$-z\, \frac{dF(z)}{dz}$
Högershift (en gång)	$\left(0, f(0), f(1), f(2), \ldots\right)$	$f(n-1)\, \theta(n-1)$	$\frac{F(z)}{z}$
Högershift (N gånger)		$f(n-N)\, \theta(n-N)$	$z^{-N}\, F(z)$
Skalning	$\left(f(0), c\, f(1), c^2\, f(2), \ldots\right)$	$c^n\, f(n)$	$F\left(\frac{z}{c}\right)$
Faltning	$\left(f(0)\, g(0),\; f(1)\, g(0) + f(0)\, g(1),\; f(2)\, g(0) + f(1)\, g(1) + f(0)\, g(2),\; \ldots\right)$	$\sum_{k=0}^{n} f(k)\, g(n-k)$	$F(z)\, G(z)$

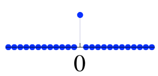
Speciella transformpar

$\left(1, 0, 0, 0, \ldots\right)$	$\delta(n)$	1
$\left(1, c, c^2, c^3, \ldots\right)$	c^n	$\frac{z}{z-c}$
$\left(0, 1, c, c^2, \ldots\right)$	$c^{n-1}\, \theta(n-1)$	$\frac{1}{z-c}$
$\left(0, 0, 1, 2\, c, 3\, c^2, \ldots\right)$	$c^{n-2}\, (n-1)\, \theta(n-1)$	$\frac{1}{(c-z)^2}$
$\left(1, 1, 1, 1, \ldots\right)$	$\theta(n)$	$\frac{z}{z-1}$
$\left(0, c, 2\, c^2, 3\, c^3, \ldots\right)$	$c^n\, n$	$\frac{c\, z}{(c-z)^2}$
$\left(0, 0, 1, 3\, c, 6\, c^2, \ldots\right)$	$\frac{1}{2}\, c^{n-2}\, (n-1)\, n$	$\frac{z}{(z-c)^3}$
$\left(1, \cos(b), \cos(2\, b), \cos(3\, b), \ldots\right)$	$\cos(b\, n)$	$\frac{z\, (z-\cos(b))}{z^2 - 2\cos(b)\, z + 1}$
$\left(0, \sin(b), \sin(2\, b), \sin(3\, b), \ldots\right)$	$\sin(b\, n)$	$\frac{z\, \sin(b)}{z^2 - 2\cos(b)\, z + 1}$

De diskreta $\theta(n)$ och $\delta(n)$

$$\theta(n) = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ 1 & n \geq 0 \end{cases} \qquad \delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$





Laplacetransformen

$$f(t) \underset{}{\overset{\mathcal{L}}{\rightleftharpoons}} \int_0^\infty f(t)\, e^{-s\,t}\, dt = F(s)$$

Transformregler

	$f(s)$	$F(s)$
Lineäritet	$\alpha\, f_1(t) + \beta\, f_2(t)$	$\alpha\, F_1(s) + \beta\, F_2(s)$
s−translation	$e^{s_0\, t}\, f(t)$	$F(s - s_0)$
Skalning	$a\, f(a\, t),\ a > 0$	$F\left(\frac{s}{a}\right)$
t−fördröjning	$f(t - t_0)\, \theta(t - t_0),\ t_0 > 0$	$e^{-t_0\, s}\, F(s)$
s−derivering	$t^n\, f(t)$	$(-1)^n\, F^{(n)}(s)$
t−derivering (en gång)	$f'(t)$	$s\, F(s) - f(0)$
t−derivering (två gånger)	$f''(t)$	$s^2\, F(s) - s\, f(0) - f'(0)$
t−derivering (n gånger)	$f^{(n)}(t)$	$s^n\, F(s) - s^{n-1}\, f(0) - s^{n-2}\, f'(0) - \ldots - f^{(n-1)}(0)$
Faltning	$(f * g)(t) \; = \; \int_0^t f(u)\, g(t-u)\, du$	$F(s)\, G(s)$
	$\int_0^t f(u)\, du$	$\frac{F(s)}{s}$

Speciella transformpar

$\delta(t)$	1
$\theta(t)$	$\frac{1}{s}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	s^{-n}
$e^{c\, t}$	$\frac{1}{s-c}$
$\cos(b\, t)$	$\frac{s}{b^2+s^2}$
$\sin(b\, t)$	$\frac{b}{b^2+s^2}$
$t\cos(b\, t)$	$\frac{s^2-b^2}{(b^2+s^2)^2}$
$t\sin(b\, t)$	$\frac{2\, b\, s}{(b^2+s^2)^2}$

Fourierkoefficienterna och Fourierserien

$$c_n = c_n(f) = \frac{1}{|\mathbb{T}|} \int_{\mathbb{T}} f(t)\, e^{-i\, n\, \Omega\, t}\, dt, \text{ där } \Omega = \frac{2\pi}{|\mathbb{T}|}$$

$$a_n = 2\,\mathrm{Re}(c_n) = \frac{2}{|\mathbb{T}|} \int_{\mathbb{T}} f(t) \cos(n\, \Omega\, t)\, dt$$

$$b_n = -2\,\mathrm{Im}(c_n) = \frac{2}{|\mathbb{T}|} \int_{\mathbb{T}} f(t) \sin(n\, \Omega\, t)\, dt$$

Fourierserien

$$f(t) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n\, e^{i\, n\, \Omega\, t} = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos(n\, \Omega\, t) + b_n \sin(n\, \Omega\, t)\right)$$

Parsevals formel

$$\frac{1}{|\mathbb{T}|} \int_{\mathbb{T}} |f(t)|^2\, dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 = \left(\frac{a_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n^2 + b_n^2\right)$$

Några trigonometriska formler

$$2\cos(\alpha)\cos(\beta) = \cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)$$
$$2\sin(\alpha)\sin(\beta) = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$$
$$2\cos(\beta)\sin(\alpha) = \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$$
$$2\cos^2(\alpha) = 1 + \cos(2\,\alpha)$$
$$2\sin^2(\alpha) = 1 - \cos(2\,\alpha)$$

Fouriertransformen

$$f(t) \overset{\mathcal{F}}{\rightleftharpoons} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-i\,\omega\,t}\, dt = \hat{f}(\omega)$$

Transformregler

	$f(t)$	$\hat{f}(\omega)$
Lineäritet	$\alpha\, f_1(t) + \beta\, f_2(t)$	$\alpha\, \hat{f}_1(\omega) + \beta\, \hat{f}_2(\omega)$
t–derivering	$f'(t)$	$i\,\omega\, \hat{f}(\omega)$
ω–derivering	$-i\, t\, f(t)$	$\frac{d\hat{f}(\omega)}{d\omega}$
t–translation	$f(t - t_0)$	$e^{-i\,\omega\,t_0}\, \hat{f}(\omega)$
ω–translation	$e^{i\,t\,\omega_0}\, f(t)$	$\hat{f}\,(\omega - \omega_0)$
Skalning	$f(a\,t), \quad a \neq 0$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}\hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right)$
	$f(-t)$	$\hat{f}(-\omega)$
Symmetri	$\hat{f}(t)$	$2\pi\, f(-\omega)$
Faltning	$\int_{-\infty}^{\infty} f(u)\, g(t-u)\, du$	$\hat{f}(\omega)\, \hat{g}(\omega)$

Speciella transformpar

$\delta(t)$	1
$\sqcap_{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(t)$	$\operatorname{sinc}\left(\frac{\omega}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}{\frac{\omega}{2}}$
$\Lambda_{-1,1}(t)$	$\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2}\right) = \frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right)}{\left(\frac{\omega}{2}\right)^2}$
$e^{-\lvert t\rvert}$	$\frac{2}{\omega^2+1}$
$e^{-t}\,\theta(t)$	$\frac{1}{i\,\omega+1} = \frac{1}{\omega^2+1} - \frac{i\,\omega}{\omega^2+1}$
$e^{-\frac{t^2}{2}}$	$e^{-\frac{\omega^2}{2}}\sqrt{2\,\pi}$

Plancharels formler

$$\int_{-\infty}^{\infty} \lvert f(t)\rvert^2\, dt = \frac{1}{2\,\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left|\hat{f}(\omega)\right|^2 d\omega \qquad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,\overline{g\,(t)}\, dt = \frac{1}{2\,\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega)\,\overline{\hat{g}\,(\omega)}\, d\omega$$