

AVRUNDNINGSRIKSDAG ?

OM SANNOLIKHETEN ATT EN VÄLJARMINORITET BLIR EN RIKSDAGSMAJORITET

Svante Janson, Matematiska institutionen, Uppsala univ.*

SAMMANFATTNING

En situation som den svenska med två partiblock studeras. Sannolikheten beräknas för att ett visst block får mandatflertal vid givna röstetal för blocken men med (delvis) slumpmässiga fördelningar inom blocken. I Sverige visar sig risken vara stor för att blocket med flest röster ändå inte får riksdagsmajoritet, om skillnaden mellan blocken är mindre än 10 000 röster. Vidare ger valsyste-
met det borgerliga blocket en fördel motsvarande knappt fyra röster. Som en jämförelse studeras två andra metoder. Valkvotsmetoden visar sig vara något bättre än uddatalsmetoden, men skillnaden är liten.

0. INLEDNING

Huvudproblemet vid proportionella val är att mandat inte kan delas, och därför används olika valsyste-
m för att på lämpligt sätt avrunda de ideala, exakt proportionella, mandattalen till heltal. Med fler än två partier finns då en risk att ett eller flera partier tillsammans får en majoritet av rösterna men inte av mandaten. Detta aktualiseras av riksdagsvalet 1979 då $M + C + Fp$ fick en röstövervikt motsvarande 0,55 mandat över $S + VPK$. Nu fick de ju också ett mandat mer, men en annan fördelning av rösterna inom blocken kunde ha givit ett annat resultat. Sak samma gäller för valet 1973 då den socialistiska röstövervikten motsvarade 0,26 mandat, och vi fick den s.k. jämviktsriksdagen med lika många mandat för båda blocken. Med 349 riksdagsledamöter redan då hade majoriteten blivit borgerlig.

*Denna forskning har delvis skett med stöd av Matematiska föreningen i Uppsala.

Syftet med detta arbete är att, för givna sammanlagda röstetal för blocken, beräkna sannolikheten för en "avrundningsriksdag" där det ena blocket får majoritet trots en röstminoritet. Det antas att rösterna fördelas slumpvis inom vardera blocket, men det kommer att visa sig onödigt att antaga att alla röstfördelningar inom blocken är lika sannolika. Det räcker med det mer realistiska antagandet att röster motsvarande några få mandat omfördelas slumpvis inom blocken.

Den (jämkade) uddatalsmetoden används genomgående, men i avsnitt 8 görs jämförelser med d'Hondts metod och valkvotsmetoden. Två enkla fall, med 3 resp. 4 partier, behandlas geometriskt i avsnitt 3 och 4, medan det allmänna fallet behandlas algebraiskt i avsnitt 5. Några andra slutsatser ur samma beräkningar dras i avsnitt 7.

Föreliggande arbete inspirerades av [3] som studerar problemet med simulering. Simulering har också använts i andra undersökningar av valsystem. t ex [2] och [4]. En omfattande litteraturförteckning finns i [4].

1. SVERIGES VALSYSTEM

I Sverige används enligt 3 kap. 8 § Regeringsformen den jämkade uddatalsmetoden. "Vid fördelningen ... tilldelas mandatet ett efter annat det parti som för varje gång uppvisar det största jämförelsetalet. Jämförelsetalet beräknas så länge partiet ännu ej tilldelats något mandat, genom att partiets röstetal delas med 1,4. Därefter erhålles jämförelsetalet genom att partiets röstetal delas med det tal som är 1 högre än dubbla antalet mandat som redan tilldelats partiet" (14 kap. 9 § Vallagen).

Metoden kompliceras i Sverige av att mandat fördelas valkretsvis. Men det sammanlagda antalet mandat för varje parti bestäms av regeln ovan med hela riket som en valkrets; valkretsindelningen är alltså ovidkommande för våra syften. Dessutom finns en spärregel: ett parti måste ha minst 4 % av rösterna (eller 12 % i en viss valkrets) för att få något mandat alls. Därför betraktar vi endast omfördelningar av rösterna som inte minskar något partis röstandel till under 4 %. Detta är ingen allvarlig inskränkning eftersom det ändå är orimligt med stora förändringar.

Vi antar alltså att riksdagspartierna är givna, och vi kan helt

bortse från småpartierna utan mandat. Jämknings-, att första divisorn är 1,4 och inte 1, är också en spärregel som inte påverkar dem som väl har fått mandat. Den är alltså betydelselös för mandatantalet. (Däremot påverkas fördelningen inom partierna mellan olika valkretsar).

2. BETECKNINGAR

Låt n vara antalet partier och M antalet mandat som skall fördelas mellan dem. Det i :te partiets röstetal betecknas med R_i och dess antal mandat med M_i . Låt vidare R vara totalantalet röster (på riksdagspartierna) och definiera de reducerade röstetalen r_i som $R_i M / R$, dvs de exakt proportionella mandattalen.

Det gäller alltså att $\sum_{i=1}^n R_i = R$ och $\sum_{i=1}^n M_i = \sum_{i=1}^n r_i = M$.

För uddatalsmetoden gäller

$$\frac{R_i}{2M_i + 1} \leq \frac{R_j}{2M_j - 1}, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

och dessa olikheter bestämmer mandatfördelningen entydigt utom då likhet gäller i någon olikhet. I detta undantagsfall är flera mandatfördelningar möjliga och i praktiken tillgrips lottning. I fortsättningen försummas detta fall, och jag kommer att underlåta att upprepa denna reservation som egentligen borde stå vid nästan varje olikhet.

Partierna är uppdelade på två block med n' och n'' partier. R' och R'' är blockens röstetal, R'_i det för parti i i block I osv.

3. 1+2 PARTIER

Vi antar att $n = 3$, att partierna 2 och 3 bildar ett block och att M är udda. $R' = R_1$ och $R'' = R_2 + R_3$ är givna.

För att parti 1 skall få $\frac{M+1}{2}$ mandat (dvs. majoritet) krävs att

$$\frac{R_2}{2M_2 + 1}, \frac{R_3}{2M_3 + 1} \leq \frac{R_1}{2M_1 - 1} = \frac{R_1}{M} \iff$$

$$\iff R_2 \leq (2M_2 + 1)R_1/M \quad \text{och}$$

$$R'' - R_2 = R_3 \leq (2M_3 + 1)R_1/M = (M - 2M_2)R_1/M \iff$$

$$\iff (2M_2 + 1)R_1/M \geq R_2 \geq R'' - R_1 + 2M_2R_1/M.$$

Om R_2 uppfyller dessa olikheter för något M_2 får parti 1 majoritet, annars inte. Se fig. 1.

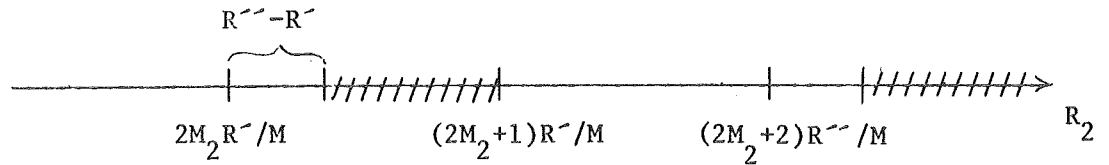


Fig. 1. 1 + 2 partier. Parti 1 får majoritet om R_2 ligger i ett av de streckade intervallen.

De för parti 1 gynnsamma intervallen har längd $R'/M + R' - R''$ och de ogynnsamma $R'/M + R'' - R'$. Om nu R_2 är slumpmässigt fördelad blir sannolikheten att parti 1 får majoritet

$$\frac{R'/M + R' - R''}{2R'/M} = \frac{1}{2} + \frac{M}{2R'} (R' - R'') = \frac{1}{2} + \frac{R}{2R'} (r' - r'').$$

(Om $-1 \leq (R' - R'')M/R' \leq 1$, annars är utgången given oavsett R_2 .)

Då $R' \approx R/2$ kan vi approximera sannolikheten med $\frac{1}{2} + r' - r''$.

4. 2 + 2 PARTIER

Med 4 partier, grupperade två och två, kan vi åskådliggöra mandatfördelningen med en rektangel med sidorna R' och R'' . En röstfördelning representeras av punkten med koordinater R'_1 och R''_1 , och områdena där block I får majoritet streckas, se fig. 2. Det antas att M är udda.

För att block I skall få $(M+1)/2$ mandat krävs att

$$\frac{R'_1}{2M'_1 - 1} \geq \frac{R''_1}{2M''_1 + 1}, \quad \frac{R'_1}{2M'_1 - 1} \geq \frac{R''_2}{2M''_2 + 1} = \frac{R'' - R''_1}{M - 2M''_1}, \quad \frac{R' - R'_1}{M - 2M'_1} = \frac{R'_2}{2M'_2 - 1} \geq \frac{R''_2}{2M''_2 + 1}$$

och

$$\frac{R' - R'_1}{M - 2M'_1} \geq \frac{R'' - R''_1}{M - 2M''_1}.$$

Om $R'' \geq R'$, men skillnaden inte är större än att block I kan få majoritet, är detta fyrhörningar, en för varje M'_1 och M''_1 , som inte överlappar varandra. (Komplikationerna vid randen spelar ingen roll.) Fyrhörningarna har olika form, men elementära beräkningar visar att alla har en horisontell diagonal $2R''/(M+1) + R' - R''$ och en vertikal diagonal $2R'/(M-1) + R' - R''$, och alltså har alla samma area $(2R''/(M+1) + R' - R'')(2R'/(M-1) + R' - R'')/2$.

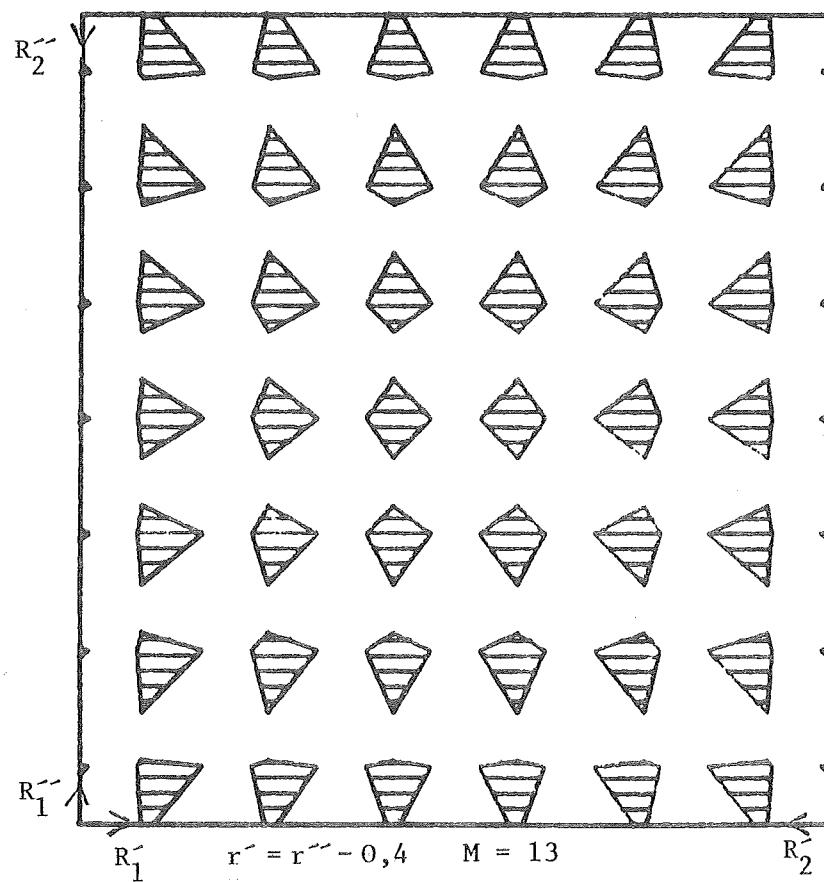
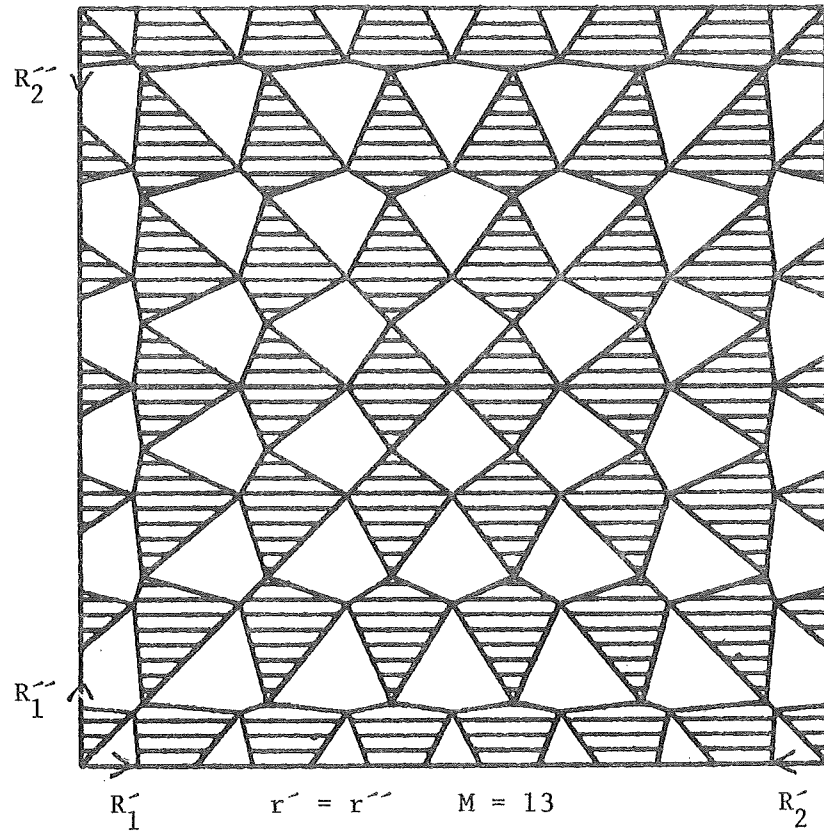


Fig. 2. 2+2 partier. Block I får majoritet om röstetalen hamnar i ett av de streckade områdena.

Eftersom fyrhörningarna ligger på avstånd $2R''/(M+1)$ och $2R'/(M+1)$ från varandra, är sannolikheten för majoritet för block I = den del av arean som ligger i fyrhörningarna =

$$\begin{aligned} &= (2R''/(M+1) + R' - R'') \cdot (2R'/(M-1) + R' - R'') (M+1)(M-1)/8R'R'' = \\ &= ((M+1)R' - (M-1)R'')^2 / 8R'R'' = \frac{(R' + R'' - M(R'' - R'))^2}{2((R' + R'')^2 - (R'' - R')^2)} = \\ &= \frac{(1 - (r'' - r'))^2}{2(1 - (r'' - r')^2/M^2)} \approx (1 - (r'' - r'))^2/2. \end{aligned}$$

5. DET ALLMÄNNA FALLET

I princip fungerar det geometriska resonemanget i föregående avsnitt även för 5 partier, men vi nödgas då betrakta stympade dubbelpyramider i tre dimensioner ochräkningarna blir besvärliga. En av komplikationerna med fler än fyra partier är att blocket med röstminoritet t.o.m. kan få flera mandats majoritet. Låt därför m' och m'' vara heltal så att $m' + m'' = M$. Vi skall beräkna sannolikheten för att block I får minst m' , och alltså block II högst m'' , mandat då R' och R'' är givna. Detta inträffar om och endast om det finns heltal m'_i och m''_j så att $\sum_1^{n'} m'_i = m'$, $\sum_1^{n''} m''_j = m''$ och

$$\frac{R'_i}{2m'_i - 1} \geq \frac{R''_j}{2m''_j + 1}, \quad i = 1 \dots n', \quad j = 1 \dots n'',$$

dvs.

$$\min_i \frac{R'_i}{2m'_i - 1} \geq \max_j \frac{R''_j}{2m''_j + 1}.$$

Låt A beteckna minimum av högerledet för alla tillåtna val av $m''_1 \dots m''_{n''}$. A beror på $R''_1 \dots R''_{n''}$ och är alltså en slumpvariabel som är oberoende av $R'_1 \dots R'_{n'}$.

Block I får alltså minst m' mandat om det finns m'_i med $\sum m'_i = m'$ och

$$\frac{R'_i}{2m'_i - 1} \geq A \Leftrightarrow \frac{R'_i}{A} \geq 2m'_i - 1 \Leftrightarrow m'_i \leq \frac{R'_i}{2A} + \frac{1}{2}.$$

Eftersom m'_i skall vara heltal är detta möjligt precis då summan

av heltalsdelarna $\left[\frac{R_i}{2A} + \frac{1}{2} \right]$ är minst m' . Inför $X_i = \left[\frac{R_i}{2A} + \frac{1}{2} \right] - \frac{R_i}{2A}$, m.a.o. avrundningsfelet då $R_i/2A$ approximeras med närmaste heltal. $-\frac{1}{2} \leq X_i < \frac{1}{2}$ och vårt antagande att röstetalet R_i varierar slumpvis tolkar vi som att X_i är likformigt fördelad på $(-1/2, 1/2)$ för varje A . Sådana slumpvariabler kallas i fortsättningen för avrundningsfel. $X_i, i = 1 \dots n'$, är inte oberoende, ty $\sum_1^{n'} X_i$ skiljer sig med ett heltal från $\sum_1^{n'} R_i/2A$. Vi uppfattar $X_1 \dots X_{n'}$ som erhållna ur n' oberoende avrundningsfel genom betingning med detta villkor på summan. Detta medför att $A, X_1 \dots X_{n'-1}$ är oberoende, men att dessa bestämmer $X_{n'}$. Låt $S' = \sum_1^{n'-1} X_i$.

Vi kan skriva villkoret för att block I skall få minst m' mandat som

$$\sum_1^{n'-1} \left[\frac{R_i}{2A} + \frac{1}{2} \right] + \frac{R_{n'}}{2A} + \frac{1}{2} \geq m'$$

$$\sum_1^{n'-1} \left(\frac{R_i}{2A} + X_i \right) + \frac{R_{n'}}{2A} + \frac{1}{2} \geq m'$$

$$\frac{R'}{2A} \geq m' - S' - \frac{1}{2}$$

$$\frac{R'}{2m' - 2S' - 1} \geq A$$

Kalla vänsterledet för B . Enligt definitionen av A betyder den sista olikheten att det finns $m_1'' \dots m_{n''}''$ med $\sum_1^{n''} m_j'' = m''$ så att

$$B \geq \frac{R_j''}{2m_j'' + 1} \iff m_j'' \geq \frac{R_j''}{2B} - \frac{1}{2}.$$

Som ovan får vi med $Y_j = \frac{R_j''}{2B} - \left[\frac{R_j''}{2B} + \frac{1}{2} \right]$ och $S'' = \sum_1^{n''-1} Y_j$,

$$m'' \geq \sum_1^{n''-1} \left(\frac{R_j''}{2B} - Y_j \right) + \frac{R_{n''}''}{2B} - \frac{1}{2}$$

och

$$m'' + S'' + 1/2 \geq R''/2B.$$

Slutligen kan detta skrivas om på följande sätt:

$$\begin{aligned} R^{\prime}(2m^{\prime\prime} + 2S^{\prime\prime} + 1) &\geq R^{\prime\prime}(2m^{\prime} - 2S^{\prime} - 1) \\ 2R^{\prime}S^{\prime\prime} + 2R^{\prime\prime}S^{\prime} &\geq 2R^{\prime\prime}m^{\prime} - 2R^{\prime}m^{\prime\prime} - R = 2Rm^{\prime} - 2R^{\prime}M - R \\ \frac{2R^{\prime}}{R} S^{\prime\prime} + \frac{2R^{\prime\prime}}{R} S^{\prime} &\geq 2m^{\prime} - 2r^{\prime} - 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Här är, enligt ovan, S^{\prime} och $S^{\prime\prime}$ oberoende summor av $n^{\prime} - 1$ resp. $n^{\prime\prime} - 1$ avrundningsfel.

Om vi som tidigare antar att M är udda och väljer $m^{\prime} = (M+1)/2$ ser vi att block I får flest mandat om

$$\frac{2R^{\prime}}{R} S^{\prime\prime} + \frac{2R^{\prime\prime}}{R} S^{\prime} \geq M - 2r^{\prime} = r^{\prime\prime} - r^{\prime}. \quad (2)$$

Då $R^{\prime} \approx R^{\prime\prime}$ kan vi approximera sannolikheten för detta med

$P(S^{\prime\prime} + S^{\prime} \geq r^{\prime\prime} - r^{\prime}) = F_{n-2}(r^{\prime} - r^{\prime\prime})$, där F_{n-2} är fördelningsfunktionen för en summa av $n-2$ oberoende avrundningsfel.

För låga n kan F_{n-2} lätt beräknas och vi finner de approximativa sannolikheterna för att block I får majoritet:

$$\begin{aligned} n = 3 & \quad r^{\prime} - r^{\prime\prime} + 1/2 & \quad -\frac{1}{2} \leq r^{\prime} - r^{\prime\prime} \leq \frac{1}{2} \\ n = 4 & \quad (r^{\prime} - r^{\prime\prime} + 1)^2/2 & \quad -1 \leq r^{\prime} - r^{\prime\prime} \leq 0 \\ n = 5 & \quad \begin{cases} (r^{\prime} - r^{\prime\prime} + 3/2)^2/6 \\ 1/2 + 3(r^{\prime} - r^{\prime\prime})/4 - (r^{\prime} - r^{\prime\prime})^3/3 \end{cases} & \quad \begin{cases} -\frac{3}{2} \leq r^{\prime} - r^{\prime\prime} \leq -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \leq r^{\prime} - r^{\prime\prime} \leq \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

För större n kan vi approximera med normalfördelning. Eftersom standardavvikelsen för $S^{\prime} + S^{\prime\prime}$ är $\sqrt{\frac{n-2}{12}}$ gäller

$$P(\text{block I får majoritet}) \approx \Phi\left(\sqrt{\frac{12}{n-2}}(r^{\prime} - r^{\prime\prime})\right).$$

I Sverige, med $n^{\prime} = 2$, $n^{\prime\prime} = 3$ och $M = 349$, visar (3) att sannolikheten för "fel" riksdagsmajoritet är ca $1/4$ vid 5 000 rösters skillnad mellan blocken och $1/10$ vid 10 000 rösters skillnad; därefter avtar sannolikheten snabbt.

1979 var $R^{\sim} = 2661\ 654$, $R^{\sim\sim} = 2670\ 058$ och $r^{\sim} - r^{\sim\sim} = -0,550$ vilket enligt (3) gäve de socialistiska partierna sannolikheten 14,3 % att vinna om rösterna inom blocken fördelades slumpvis. Jfr [3]. 1973 var $M = 350$ och $r^{\sim} - r^{\sim\sim} = 0,26$. Med dessa siffror finner man ur (1) sannolikheten 7,4 % för socialistisk majoritet, 0,2 % för borgerlig och 92,4 % för jämvikt.

6. EN MYCKET LITEN ORÄTTVISA

Approximationen (3) ovan är symmetrisk och ger ingen fördel åt någondera blocket. Likaså ger den exakta formeln (2) samma chans åt båda blocken om de får lika många röster. Om blocken består av olika många partier finns ändå en liten fördel för det största blocket. Orsaken är att "slumpfaktorn" $\frac{2R^{\sim}}{R} S^{\sim\sim} + \frac{2R^{\sim\sim}}{R} S^{\sim}$ får större spridning då det minsta blocket får flest röster. Detta visas bland annat av att antalet röster som behövs för att säkra segern för block I är $R(M+n^{\sim}-1)/(2M+n^{\sim}-n^{\sim\sim})$ vilket om $n^{\sim} < n^{\sim\sim}$ är lite mer än $R(M+n^{\sim\sim}-1)/(2M+n^{\sim\sim}-n^{\sim})$ som block II behöver. (Dessa värden följer ur (2), men kan också erhållas enklare.) Skillnaden är dock liten; $R(n+2)(n^{\sim\sim}-n^{\sim})/(4M^2-(n^{\sim\sim}-n^{\sim})^2)$ (≈ 75 röster vid riksdagsvalen).

Det är möjligt att beräkna exakta uttryck ur (2) motsvarande (3) ovan. Detta inkluderar fallen i avsnitt 3 och 4, men för $n \geq 5$ blir beräkningar och uttryck rätt komplicerade. Istället skall vi ge ett enkelt uttryck för den genomsnittliga orättvisan. Vi omformar (2) till

$$\begin{aligned} \frac{2R^{\sim}}{R} (S^{\sim\sim} - S^{\sim}) + 2S^{\sim} &\geq M - 2 \frac{M}{R} R^{\sim} \\ \frac{R^{\sim}}{R} &\geq \frac{M - 2S^{\sim}}{2(M + S^{\sim\sim} - S^{\sim})} = \frac{1}{2} - \frac{S^{\sim} + S^{\sim\sim}}{2(M + S^{\sim\sim} - S^{\sim})} = \\ &= \frac{1}{2} - \frac{S^{\sim} + S^{\sim\sim}}{2M} \left(1 + \frac{S^{\sim} - S^{\sim\sim}}{M} + \left(\frac{S^{\sim} - S^{\sim\sim}}{M} \right)^2 + \dots \right). \quad (4) \end{aligned}$$

Väntevärdet av antalet röster som block 1 behöver för seger är därför

$$\begin{aligned} \frac{R}{2} - RE\left(\frac{S^+ + S^{--}}{2M} + \frac{(S^+ + S^{--})(S^{+-} - S^{--})}{2M^2} + \dots\right) &\approx \frac{R}{2} - R \frac{ES^{--2} - ES^{+-2}}{2M^2} = \\ &= \frac{R}{2} - \frac{R(n^{+-} - n^{--})}{24M^2}. \end{aligned}$$

Block 1 missgynnas alltså systematiskt med $\frac{R(n^{+-} - n^{--})}{24M^2}$ röster, medan block 2 gynnas med lika mycket. Totalt ger alltså uddatalsmetoden det större blocket en fördel motsvarande $\frac{R(n^{+-} - n^{--})}{12M^2}$ röster = $\frac{n^{+-} - n^{--}}{12M}$ mandat. Vid svenska riksdagsval är detta mellan tre och fyra röster i borgerlig favör.

7. ANDRA SLUTSATSER

Enligt (1) får block I minst m^+ mandat om

$$m^+ \leq r^+ + \frac{1}{2} + \frac{2R^+}{R} S^{--} + \frac{2R^{--}}{R} S^+.$$

Detta visar att antalet mandat är heltalsdelen av högerledet, dvs.

$$r^+ + \frac{2R^+}{R} S^{--} + \frac{2R^{--}}{R} S^+$$

avrundat till närmaste heltal. r^+ är det exakt proportionella mandattalet, och vi kan ånyo tolka $\frac{2R^+}{R} S^{--} + \frac{2R^{--}}{R} S^+$ som ett slumpfel.

Speciellt kan vi studera antalet mandat för ett parti. Vi betraktar då alla övriga partier som ett block; $n^+ = 1$ och $n^{--} = n - 1$. S^+ är noll och S^{--} är summan av $n - 2$ oberoende avrundningsfel. Antalet mandat för parti i är alltså $r_i + \frac{2R_i}{R} S^{--}$ avrundat till närmaste heltal. Detta visar att uddatalsmetoden tenderar att ge större fel till större partier. Så länge partiet är litet är $\frac{2R_i}{R} S^{--}$ litet och antalet mandat är nästan alltid r_i avrundat. Felet $M_i - r_i$ är därför periodiskt. I stort sett ökar spridningen då röstandelen ökar. Väntevärdet av felets belopp ökar men vänte-

värdet av felet minskar eftersom positiva och negativa fel tenderar att ta ut varandra och periodiciteten försvinner mer eller mindre [4]. För stora partier kan felet bli flera mandat (jfr [1]) men det relativa felet är ungefär konstant.

8. ANDRA VALMETODER

Det är välkänt att d'Hondts metod missgynnar små partier och därför block med många partier. En härledning parallell med avsnitt 5 visar att sannolikheten för att block I får majoritet är

$$P\left(\frac{2R'}{R} S'' + \frac{2R''}{R} S' \geq r'' - r' + n' - n \frac{R'}{R}\right) \approx P\left(S'' + S' \geq r'' - r' + \frac{n' - n''}{2}\right),$$

där S' och S'' ånyo är summor av $n' - 1$ resp. $n'' - 1$ oberoende avrundningsfel. Partisplittring bestraffas alltså med ett halvt mandat per parti (oberoende av storleksförhållandena inom blocken) men för övrigt (och speciellt om $n' = n''$) blir det approximativt samma resultat som för uddatalsmetoden.

För valkvotsmetoden visar en liknande, fast enklare, härledning att (1) och (2) ersätts av

$$\frac{2n'}{n} S'' + \frac{2n''}{n} S' \geq 2m' - 2r' - 1$$

resp.

$$\frac{2n'}{n} S'' + \frac{2n''}{n} S' \geq r'' - r',$$

där S' och S'' är som ovan.

Om blocken består av lika många partier ger detta (3) vilket är mycket nära uddatalsmetodens (2) (approximationen (3) är speciellt bra då $n' = n''$, jfr avsnitt 6). Om blocken består av olika många partier blir däremot resultatens spridning, och sannolikheten för en avrundningsriksdag, mindre för valkvotsmetoden än för uddatalsmetoden. Detta visas dels av att den majoritet som block I behöver för att vara garanterad seger är $r' - r'' > 2n'n''/n - 1$ för valkvotsmetoden, men $\approx n/2 - 1$ vilket är mer för uddatalsmetoden. $n' = 2$ och $n'' = 3$ ger gränserna 1,4 resp. 1,5, vilket i riksdagsvalen svarar mot ca 21 500 resp. 23 000 röster. Vi kan också som i avsnitt 6 beräkna antalet röster R' som behövs för seger och beräkna spridningen $E(R' - R/2)^2$. För uddatalsmetoden får vi approximativt

$$E\left(\frac{R}{2M}(S^+ + S^-)\right)^2 = \frac{R^2}{4M^2}(ES^{+2} + ES^{-2}) = \frac{R^2}{48M^2}(n-2),$$

och för valkvotsmetoden

$$E\left(\frac{R}{M}\left(\frac{n^+}{n}S^{++} + \frac{n^-}{n}S^{-}\right)\right)^2 = \frac{R^2}{M^2} \cdot \frac{n^{+2}(n^{++}-1) + n^{-2}(n^- - 1)}{12n^2},$$

vilket är mindre då $n^+ \neq n^-$. För $n^+ = 2$ och $n^- = 3$ är kvoten mellan de två uttrycken $68/75$. Denna kvot, eller snarare dess kvadratrots $\sqrt{68/75} \approx 0,95$ är ett mått på skillnaden mellan de två valmetoderna i detta avseende.

Dessutom kan det påpekas att valkvotsmetoden enligt ovan verkar helt symmetriskt utan att systematiskt gynna något block även om dessa är av olika storlek.

Om vi slutligen, liksom i avsnitt 7, studerar ett enstaka partis mandattal får vi för valkvotsmetoden $r_i + S^{++}/n$ avrundat till närmaste heltal. Slumpfelet här, S^{++}/n , är större än uddatalsmetodens $R_i S^{++}/R$ för partier under medelstorlek men större för större partier. (S^{++} betecknar olika men likafördelade slumpvariabler för de olika metoderna.) Valkvotsmetoden definieras av att totala felet $\sum |r_i - M_i|$ skall vara så litet som möjligt, men vi ser att uddatalsmetoden i genomsnitt inte är mycket sämre [2].

9. SLUTSATS

Sannolikheten för att fel block får riksdagsmajoritet är stor om marginalen mellan blocken är mindre än 10 000 röster. Att marginalerna har varit så små två gånger under 70-talet visar att det finns en avsevärd risk för en "avrundningsriksdag". Detta är dock knappast någon orsak att ändra valsystemet. Valkvotsmetoden är visserligen något bättre, men skillnaden är liten. De små marginalerna får snarare skyllas på väljarna än på valsystemet.

REFERENSER

- 1 M.L. Balinski och H.P. Young, The quota method of apportionment.
Amer. Math. Monthly 82 (1975) 701-730.
- 2 C.-E. Fröberg, Proportionella valmetoder. Nordisk Matematisk
Tidskrift 5 (1957) 91-98.
- 3 C. Hammar och A. Sjölund, Vem vinner på poströsterna?
Dagens Nyheter 18 september 1979, s. 2.
- 4 C.-G. Janson, Mandattilldelning och regional röstfördelning.
Stockholm 1961.
- 5 Vallagen, SFS 1979:456.