EXEMPEL PÅ BERÄKNINGAR AV SANNOLIKHETER FÖR ATT FELAKTIGT HANTERADE RÖSTER PÅVERKAR VALUTGÅNGEN

SVANTE JANSON OCH SVANTE LINUSSON

1. Inledning

Vi skall här ge exempel på och försöka förklara matematiken bakom beräkningarna av sannolikheter som vi gjort åt Valprövningsnämnden. Vi ger flera exempel som tillsammans ger en bild av hur sannolikt det är att ett litet fel i rösträkningen påverkar mandatfördelningen i ett läge där det råkar vara väldigt jämnt vid fördelningen av det sista mandatet. (Exemplen är avsedda att vara realistiska, men är inte tagna direkt ur verkligheten.) I avsnitt 2 listar vi våra exempel och sannolikheterna för ett mandatbyte i vart och ett av dessa. I avsnitt 4 beskriver vi hur man går tillväga när man räknar ut dessa sannolikheter; detta avsnitt kräver större matematiska kunskaper än övriga avsnitt. I avsnitt 5 diskuterar vi några antaganden som vi gjort och källor till osäkerheter.

Vi har för tydlighets skull valt exempel där sannolikheterna är ganska stora. Observera att sannolikheterna i de fall som Valprövingsnämnden behandlat i år är mycket mindre, beroende på att marginalerna där är större i förhållande till antalet felräknade röster.

I denna rapport beskriver vi exakta beräkningar (utförda med dator). Vi har också studerat ungefärliga beräkningar med normalapproximation, vilket leder till en enklare formel som redovisas i en kommande rapport [1]. Sådana beräkningar skulle t.ex. kunna användas för överslagsberäkningar av sannolikheterna, vilket ofta kan vara tillräckligt. Formeln ger också mer information om hur sannolikheten beror på t.ex. antalet felräknade röster och antalet röster som behövs för att ändra mandatfördelningen.

2. Åtta exempel

I alla exempel nedan antar vi att det finns 5 partier A, B, C, D och E som i en viss valkrets har fått röstandelar i valet ungefär enligt följande:

	A	B	C	D	E
Röstandel	5%	10%	20%	20%	45%

Vi antar att några röster har blivit felräknade, antingen så att några röster av misstag blivit oräknade, eller så att några röster blivit godkända och räknade fast det i efterhand avgjorts att de skulle ha underkänts. (Eller både och. Observera att de två felen inte tar ut varandra; exempel 3 nedan visar att olika fel istället samverkar och tillsammans kan ha större effekt än var för sig.) Vi antar också att man vet hur många röster som blivit felräknade, men inte vilka. Vi förutsätter att

9 december 2010.

det inte finns någon anledning att tro att de felräknade rösterna skiljer sig från typiska röster i valkretsen.

Vi tänker oss att man skulle korrigera felet genom att lägga till de saknade rösterna och ta bort de felaktigt räknade. Eftersom man inte vet vilka de felaktigt hanterade rösterna är, så tänker vi oss att de är slumpmässigt valda, med samma fördelning som alla röster i valkretsen, och vi beräknar sannolikheten för att detta skulle påverka mandatfördelningen.

Exakta röstetal och mandattal för de olika exemplen ges i avsnitt 4, där också beräkningarna beskrivs närmare.

Observera att ett uttryck som "A behöver 5 röster till för att ta ett mandat från E" betyder att A tar mandatet om A får 5 röster till men E får oförändrat antal röster. Om även E får fler röster (vilket ju är troligt) så är det inte säkert att 5 röster till på A räcker. Se avsnitt 4 för utförliga exempel på detta.

Exempel 1. 100 oräknade röster och A behöver 5 röster till för att ta ett mandat från E.

Sannolikheten att A tar mandat från E är 3,6%, det vill säga ungefär 1 chans på 28.

Exempel 2. (Samma röstetal som i exempel 1.) 100 röster för mycket har räknats och E förlorar ett mandat till A om E tappar 41 röster.

Sannolikheten att E förlorar mandat till A är 1,4%, det vill säga ungefär 1 chans på 70.

Exempel 3. (Samma röstetal som i exempel 1.) 100 röster för mycket har räknats och 100 giltiga röster har inte räknats. Parti A tar ett mandat från E om A får 5 röster till eller om E tappar 41 röster. (Kombination av exempel 1 och 2.)

Sannolikheten att A tar mandat från E är 8,5%, det vill säga ungefär 1 chans på 12.

Exempel 4. (Samma röstetal som i exempel 1.) 20 oräknade röster och A behöver 5 röster till för att ta ett mandat från E.

Sannolikheten att A tar mandat från E är 0,05%, det vill säga ungefär 1 chans på 2000.

Exempel 5. 4 oräknade röster och A behöver 1 röst till för att ta ett mandat från E.

Sannolikheten att A tar mandat från E är 19%, det vill säga lite mindre än 1 chans på 5.

Exempel 6. 100 oräknade röster och E behöver 5 röster till för att ta ett mandat från A.

Sannolikheten att E tar mandat från A är 43%, det vill säga lite mindre än 1 chans på 2.

Exempel 7. 100 oräknade röster och C behöver 5 röster till för att ta ett mandat från D.

Sannolikheten att C tar ett mandat från D är 21%, det vill säga lite större än 1 chans på 5.

Exempel 8. 100 oräknade röster och A behöver 5 röster till för att ta ett mandat från E. Detta är som i exempel 1, men nu antar vi också att om E får bara 1 röst till så måste A få 6 röster för att vara säker på att ta sista mandatet från E.

Sannolikheten att A tar mandat från E är 2,8%, det vill säga ungefär 1 chans på 36.

3. Jämförelser mellan de olika fallen

1) Låt oss först jämföra exemplen 1, 2 och 3. I exempel 1 är det 100 giltiga röster som inte räknats och i exempel 2 är det 100 ogiltiga röster som felaktigt har räknats. I exempel 3 så är det både och. En viktig observation är att de två felen inte alls tar ut varandra utan tvärtom så finns det en synergieffekt där sannolikheten för de båda osäkerheterna i exempel 3 blir större än summan av sannolikheterna i exempel 1 och 2. (Denna effekt blir ännu större vid mindre sannolikheter.)

2) I exemplen 1, 6 och 7 är det 100 röster som inte räknats och ett parti som är 5 röster från att ta mandat från ett annat parti. Man ser hur sannolikheten är starkt beroende av de båda inblandade partiernas röstetal.

Det är mycket troligare att ett stort parti får 5 röster till än att ett litet parti får det.

3) I exemplen 1 och 4 är parti A 5 röster från att ta ett mandat från parti E. Här ser vi hur starkt beroende sannolikheten är av antalet röster som har hanterats fel.

4) I exempel 4 behöver parti A 5 av 20 röster för att ta ett mandat. I exempel 5 behöver parti A 1 röst av 4. En missuppfattning som förekommit är att detta skulle leda till samma sannolikhet på grund av att relationen $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$. Detta är dock fel. Vi ser att det är mycket svårare att få 5 röster av 20 än att få 1 röst av 4 för ett litet parti. (Detta är precis som vid tärnings- och kortspel. Det är t.ex. mycket svårare att få 5 sexor om man kastar 10 tärningar, än att få en sexa om man kastar 2.)

5) Exemplen 1 och 8 har båda som förutsättning att 100 röster inte har räknats och att A behöver 5 röster till för att ta sista mandatet från E. Det som skiljer är det exakta röstetalet för E. I exempel 1 så antar vi, se avsnitt 4 nedan, att E har 45 041 röster och i exempel 8 att E har 45 044 röster. Det gör att i exempel 8 så räcker det med 1 röst till för E för att göra så att 5 röster inte säkert räcker för att A skall ta ett mandat från E (jämförelsetalen blir lika och då skulle det bli lottning). I exempel 1 behöver E få minst 4 röster till för att kunna rädda sitt mandat om A får 5 röster till. Som vi ser så beror sannolikheten även på denna information.

Man hade också kunnat anta att E istället hade 45 037 röster. Då hade A fortfarande varit 5 röster ifrån att ta ett mandat, men E hade behövt få minst 8 röster till för att behålla mandatet om A får 5 röster till. Sannolikheten hade i det fallet blivit 5,0%.

(Man kan säga att A matematiskt behöver 4,56 röster till i exempel 1, 4,89 röster till i exempel 8 och 4,11 om E har 45037 röster, vilket är ett sätt att se skillnaden.)

4. Beräkningar

Som sagts i avsnitt 2 så tänker vi oss att om några röster inte räknats, så lägger vi till detta antal röster, och låter de nya rösterna vara slumpmässigt valda, med samma fördelning som alla röster i valkrestsen. Om istället några röster för mycket har räknats, så tar vi istället bort detta antal slumpmässigt valda röster. Har båda felen gjorts så tar vi först bort och lägger sedan till. Vi beräknar sannolikheten för att detta skulle påverka mandatfördelningen.

Vi utgår från att läsaren är bekant med uddatalsmetoden.[1] (Exemplen är valda så att jämkningsfaktorn på 1,4 inte spelar någon roll.) I tabellerna nedan redovisar vi sannolikheter med de första sex decimalerna. Det har vi gjort av pedagogiska skäl. En så stor noggrannhet i svaren är inte rimlig och i avsnitt 2 redovisar vi med två värdesiffror. Tal i tabellerna som är mindre än en miljondel är skrivna som 0,00000∗. Även om alla siffror är avrundande när de redovisas här så är alla beräkningar gjorda med rationella tal och alltså exakta.

Exempel 1. Vi antar nu att de exakta röstetalen är följande, och att 30 mandat fördelas i valkretsen, vilket ger den angivna fördelningen.

	A	B	C	D	E
Röster	5 000	10 000	20 000	20 000	45 041
Mandat	1	3	6	6	14

Vid fördelningen av det sista mandatet har A (som redan har 1 mandat) jämförelsetalet $\frac{5000}{3} = 1666{,}667$ och E (som nu har 13 mandat) jämförelsetalet $\frac{45041}{27} = 1668{,}185$; B har jämförelsetalet $\frac{10000}{7} = 1428{,}571$ och C och D båda jämförelsetalet $\frac{2000}{13} = 1538{,}461$. E har alltså störst jämförelsetal och får det sista mandatet. E får alltså sammanlagt 14 mandat.

Som synes har A nästan samma jämförelsetal, och det fattas bara 5 röster för A för att ta sista mandatet från E. Om A skulle ha 5005 röster vore nämligen jämförelsetalet $\frac{5005}{3} = 1668{,}333$ vilket är större än $\frac{45041}{27} = 1668{,}185$. (Det räcker inte med 4 röster till eftersom $\frac{5004}{3} = 1668 < \frac{45041}{27}$.)

Det skulle alltså räcka för A att få 5 röster till givet att E inte får några fler röster alls. Faktum är att E kan få upp till 3 röster till och A skulle ändå ta mandatet från E, ty $\frac{5005}{3} > \frac{45044}{27}$. Om A får 5 röster fler och E får 4 röster fler så blir jämförelsetalen identiska och då skall man lotta. I beräkningarna i detta avsnitt kommer vi för enkelhets skull att räkna lika jämförelsetal som att valutgången har påverkats. (I våra exakta beräkningar multiplicerar vi de fallen med $\frac{1}{2}$, sannolikheten att lottningen verkligen skulle ändra resultatet.)

Om A istället får 6 röster extra så kan E få upp till 13 röster och A tar ändå det sista mandatet från E. Tabell 1 ger alla möjliga röstfördelningar med upp till 100 extra röster där A tar sista mandatet från E (inklusive fall med lottning, som nyss sagts). Notera att de övriga partiernas röster inte spelar någon roll. Det är en allmän egenskap hos uddatalsmetoden att det bara är röststyrkan hos de två partier som slåss om sista mandatet som spelar någon roll.

Tabell 1 visar också sannolikheterna för de olika fallen när 100 extra röster fördelas, och deras summa.

Låt oss, för den matematiskt intresserade, förklara hur man räknar ut sannolikheten för fallet där parti A får 10 extra röster. Fallet består av 50 delfall, med olika antal röster för parti E, och sannolikheten ges av en summa över dessa delfall; om

[1] Se t.ex. Valmyndighetens information på
`http://www.val.se/det_svenska_valsystemet/valresultat/mandatfordelning/`

Extra röster för A	Extra röster för E	Sannolikhet
5	$0-4$	0,00000∗
6	$0-13$	0,00000∗
7	$0-22$	0,00000∗
8	$0-31$	0,000350
9	$0-40$	0,010148
10	$0-49$	0,015442
11	$0-58$	0,007178
12	$0-67$	0,002801
13	$0-76$	0,000998
14	$0-85$	0,000326
$15-100$	Godtyckligt	0,000135
Summa		0,037378

Tabell 1. Sannolikhet för mandatförändring i exempel 1. A måste få minst 5 extra röster. Sannolikheter under en miljondel betecknas 0,00000∗.

vi låter e beteckna antalet extra röster för E så ges sannolikheten av formeln[2]

$$\sum_{s=0}^{49} \binom{100}{10}\binom{90}{e} 0{,}05^{10} \cdot 0{,}45^{e} \cdot 0{,}5^{90-e} = 0{,}015442$$

På samma sätt räknas sannolikheterna ut för de andra fallen i tabell 1, varefter de summeras. I detta fall blir alltså summan 0,037, eller 3,7%.

Räknar vi med faktorn $\frac{1}{2}$ vid de fall som leder till lottning så reduceras resultatet till 3,6%.

Exempel 2. Vi fortsätter med samma röstetal som i exempel 1, men nu tar vi istället bort 100 röster som har räknats felaktigt. A kan ta sista mandatet om E förlorar 41 röster, men om också A förlorar röster så behöver E förlora ännu fler. Alla möjliga fall som skulle ge mandatskifte mellan A och E är redovisade i tabell 2, tillsammans med motsvarande sannolikheter, beräknade på samma sätt som i 1.[3] Resultatet är alltså 1,5%.

Räknar vi med faktorn $\frac{1}{2}$ vid de fall som leder till lottning så reduceras resultatet till 1,4%.

Exempel 3. I detta fall kombinerar vi de två möjligheterna från exempel 1 och 2. Vi fortsätter med samma röstetal och skall nu både lägga till 100 röster och dra ifrån 100 röster. Dessa tar inte ut varandra utan leder till en större total osäkerhet. Detta exempel leder till lite krångligare formler vid beräkningar, även om principen

[2] Varje term i summan är ett exempel på en s.k. multinomialsannolikhet. Formeln förklaras av att $\binom{100}{10}$ är antalet sätt att välja vilka 10 av de hundra nya rösterna som är för A, och $\binom{90}{e}$ är antalet sätt att välja vilka e av de återstående 90 som är för E. För varje sådant val är sannolikheten $0{,}05^{10}$ att de 10 bestämda rösterna verkligen är för A, $0{,}45^{s}$ sannolikheten att de e utvalda rösterna är för E, och $0{,}5^{90-e}$ sannolikheten att de återstående $90-e$ rösterna varken är för A eller E. De olika faktorerna multipliceras.

[3] En liten teknisk skillnad är att vi här räknar med dragning utan återläggning. Skillnaden är dock försumbar vid realistiskt stora röstetal; i detta exempel avrundas resultatet till 0,0154 oberoende av metod.

Färre röster för A	Färre röster för E	Sannolikhet
0	41 – 100	0,005425
1	50 – 99	0,009386
2	59 – 98	0,000593
3	68 – 97	0,00000∗
4	77 – 96	0,00000∗
5	86 – 95	0,00000∗
Summa		0,015405

Tabell 2. Sannolikhet för mandatförändring i exempel 2. E måste tappa minst 41 röster. Sannolikheter under en miljondel betecknas 0,00000∗.

är densamma, eftersom det finns fler fall att behandla: om parti A får t.ex. 3 extra röster kan detta ske på flera olika sätt, t.ex. kan det vara 10 A-röster som man missat räkna som läggs till, och samtidigt 7 felaktigt räknade röster som tas bort. För vart och ett av dessa fall blir det sedan på samma sätt olika fall för tillagda och borttagna röster på parti E. Resultatet sammanfattas i tabell 3. Slutsumman är 8,8%. Räknar vi med faktorn $\frac{1}{2}$ vid de fall som leder till lottning så reduceras resultatet till 8,5%.

Exempel 4. Vi fortsätter med samma röstsiffor som i exempel 1. Beräkningarna sker på samma sätt som i exempel 1, men nu blir det bara de två översta fallen i tabell 1 och ett fall där parti A får 7 till 20 extra röster, se tabell 4. Slutsumma blir 0,052%, betydligt mindre än i exempel 1. Räknar vi med faktorn $\frac{1}{2}$ vid de fall som leder till lottning så reduceras resultatet till 0,046%.

Exempel 5. Vi antar nu att de exakta röstetalen är följande, fortfarande med 30 mandat i valkretsen:

	A	B	C	D	E
Röster	5 000	10 000	20 000	20 000	45 003
Mandat	1	3	6	6	14

Då räcker det med 1 röst till av de 4 extra på parti A oavsett hur många nya som parti E får, ty E kan i så fall få högst 3 till och $\frac{5001}{3} > \frac{45006}{27}$. Då behöver vi bara räkna ut den enkla summan:

$$\sum_{a=1}^{4} \binom{4}{a} 0{,}05^{i} \cdot 0{,}95^{4-a} = 0{,}1855.$$

Sannolikheten är alltså 19%. (Här kan det aldrig bli lottning.)

Exempel 6. Vi antar nu att de exakta röstetalen är följande, fortfarande med 30 mandat:

	A	B	C	D	E
Röster	5 001	10 000	20 000	20 000	45 004
Mandat	2	3	6	6	13

I detta fall har A fått det sista mandatet, med jämförelsetalet $\frac{5001}{3} = 1667$ mot $\frac{45004}{27} = 166{,}815$ för E. (Övriga partier är långt ifrån.) Vi ser att det krävs 5 röster till för E för att jämförelsetalen för A och E skall bli lika (och alltså lottning om

Extra röster för A	Extra röster för E	Sannolikhet
-5	≤ -86	0,00000$*$
-4	≤ -77	0,00000$*$
-3	≤ -68	0,00000$*$
-2	≤ -59	0,00000$*$
-1	≤ -50	0,00000$*$
0	≤ -41	0,00000$*$
1	≤ -32	0,00000$*$
2	≤ -23	0,000088
3	≤ -14	0,003161
4	≤ -5	0,019367
5	$\leq\ 4$	0,028660
6	≤ 13	0,018974
7	≤ 22	0,009781
8	≤ 31	0,004567
9	≤ 40	0,001955
10	≤ 49	0,000770
11	≤ 58	0,000280
12	≤ 67	0,000094
13	≤ 76	0,000030
14	≤ 85	0,000009
$15-100$	Godtyckligt	0,000003
Summa		0.087740

Tabell 3. Sannolikhet för mandatskifte i exempel 3; 100 röster felaktigt räknade och 100 röster felaktigt inte räknade. A måste få minst 5 extra röster om E får oförändrat antal. Sannolikheter under en miljondel betecknas 0,00000$*$.

Extra röster för A	Extra röster för E	Sannolikhet
5	$0-4$	0,000195
6	$0-13$	0,000295
$7-20$	Godtyckligt	0,000034
Summa		0,000524

Tabell 4. Sannolikhet för mandatförändring i exempel 4. A måste få minst 5 extra röster.

mandatet) ty $\frac{5001}{3} = \frac{45009}{27}$. Vi räknar i detta exempel, liksom i alla andra exempel, för enkelhets skull med att även lika jämförelsetal påverkar mandatfördelningen. Om A också får extra röster så behövs ännu fler för E enligt tabell 5. Räknar vi med faktorn $\frac{1}{2}$ vid de fall som leder till lottning så reduceras resultatet till 43%.

Exempel 7. Vi antar nu att de exakta röstetalen är följande, den här gången med 27 mandat i valkretsen:

	A	B	C	D	E
Röster	5 000	10 000	20 000	20 005	45 000
Mandat	1	3	5	6	12

Extra röster för A	Extra röster för E	Sannolikhet
0	5 – 100	0,005916
1	14 – 99	0,031141
2	23 – 98	0,081143
3	32 – 97	0,139326
4	41 – 96	0,150589
5	50 – 95	0,031980
6	59 – 94	0,000287
7	68 – 93	0,00000∗
8	77 – 92	0,00000∗
9	86 – 91	0,00000∗
Summa		0,440382

Tabell 5. Sannolikhet för mandatförändring i exempel 6. E måste få minst 5 extra röster. Sannolikheter under en miljondel betecknas 0,00000∗.

Det sista mandatet gick till D. I detta fall är det enkelt att se att om parti C får minst 6 fler röster än parti D så tar parti C det sista mandatet från parti D. Om parti C får exakt 5 fler röster än parti D så får partierna lika många röster och det blir lottning. Räknar vi lottning som påverkan på valutgången så blir formeln, med samma metod som i tidigare fall:

$$\sum_{c=5}^{100} \sum_{d=0}^{\min\{c-5,100-c\}} \binom{100}{c}\binom{100-c}{d} 0{,}2^{c+d} \cdot 0{,}6^{100-c-d} = 0{,}23803.$$

Om man i detta fall räknar lottning vid lika jämförelsetal som att det är 50% chans för mandatskifte och därför multiplicerar dessa fall med $\frac{1}{2}$ så får man en lite mer komplierad formel som istället ger 0,21. I detta fall finns det många möjligheter att det blir lika och därför lottning, och därför en större skillnad i sannolikhet än i tidigare exempel.

Exempel 8. Vi antar nu att de exakta röstetalen är följande, vilket endast är liten skillnad mot exempel 1.

	A	B	C	D	E
Röster	5 000	10 000	20 000	20 000	45 044
Mandat	1	3	6	6	14

Beräkningarna i detta fall är helt analoga med exempel 1 och redovisas i tabell 6.

Räknar vi med faktorn $\frac{1}{2}$ vid de fall som leder till lottning så reduceras resultatet till 2,76%.

5. Osäkerheter och felkällor

Vi har, som sagts, gjort exakta beräkningar, men vi vill påpeka att exaktheten i sådana beräkningar kan vara illusorisk, eftersom beräkningarna bygger på antaganden som är rimliga men som inte är helt självklara. Dessa antaganden får bedömas från fall till fall.

En faktor som man i praktiken kan vara tvungen att ta ställning till är vilken information man har om de felaktigt hanterade rösterna. Skall man betrakta

Extra röster för A	Extra röster för E	Sannolikhet
5	$0-1$	$0,00000*$
6	$0-10$	0,00000$*$
7	$0-19$	0,00000$*$
8	$0-28$	0,000045
9	$0-37$	0,004128
10	$0-46$	0,013204
11	$0-55$	0,007162
12	$0-64$	0,002801
13	$0-73$	0,000997
14	$0-82$	0,000326
$15-100$	Godtyckligt	0,000135
Summa		0,028797

Tabell 6. Sannolikhet för mandatförändring i exempel 8. A måste få minst 5 extra röster. Sannolikheter under en miljondel betecknas 0,00000$*$.

de felaktigt hanterade rösterna som typiska för hela valkretsen eller som typiska för någon tydligt avgränsad delmängd av valkretsen som man vet att de kommer ifrån. I de beräkningar som vi gjort åt Valprövningsnämnden för Värmlands läns valkrets, se [2], använde vi det faktum att vi visste att rösterna kom från Arvika respektive Sunne. Man skulle också ha kunnat tänka sig att samtliga 10 var typiska Värmlandsröster och istället använt röstsiffror därifrån för att uppskatta sannolikheterna att en röst var på Folkpartiet respektive Socialdemokraterna. Då hade det i just det fallet blivit en något större sannolikhet (0,000025% istället för 0,000011%, det vill säga 1 på 4 miljoner i stället för 1 på 9 miljoner), men fortfarande en mycket liten sannolikhet. Vi tyckte att det gav en bättre uppskattning av sannolikheterna att använda den extra information som fanns om vilken kommun som de oräknade rösterna kom ifrån. Vi bedömde storleken på antalet röstande i kommunerna, 16722 resp. 8772 som tillräckligt stort. Vi skulle dock rekommendera att om man skall utgå från ett enstaka valdistrikt, som ofta har runt 1000 röstande, så vore det bra att göra en statistisk urvalsanalys av hur god uppskattning av sannolikheter som fås med relevanta statistiska felmarginaler.

Ett sätt att analysera detta är att förutom en beräkning som ovan, göra om beräkningen med sannolikheterna för de olika partierna justerade. I fallet med Värmlands län skulle man som sannolikheter kunna ta andelarna röster på FP och S om alla de 10 oräknade rösterna vore FP-röster. Detta är det gynnsammast tänkbara fallet för FP, och ger alltså en övre gräns för sannolikheten i varje annat fall. Med samma uppdelning på röster från Arvika och Sunne, skulle man t.ex. för Arvika (med 16722 räknade röster, varav 902 FP, och 8 oräknade röster räkna med en sannolikhet för en FP röst på $\frac{910}{16730}$ istället för $\frac{902}{16722}$ som vi gjort (5,44% istället för 5,39%). Detta leder till en övre gräns på 0.0000118%, alltså helt obetydligt mer än vårt värde på 0.0000112%, vilket visar att denna faktor knappast har någon betydelse i detta fall. Vi tackar Sven Erick Alm för idén att göra osäkerhetsanalysen på detta sätt.

En annan faktor som vi inte har tagit hänsyn till är om det har funnits ett beroende mellan valsedlarna. Ett exempel på när det skulle kunna tänkas finnas ett beroende är om flera röster i valkrets A har avgivits i samma vallokal och samma dag på annan ort, säg kommun B. Då kan det vara så att det rör sig om en grupp människor som tillsammans är på resa i kommun B. I så fall är det antagligen inte fråga om oberoende väljare utan om en grupp människor som känner varandra, kanske en familj, anställda på samma företag eller medlemmar i samma förening. Då kan man anta att dessa personer har en större benägenhet att rösta på samma parti än om de hade rört sig om helt oberoende väljare. Det skulle öka sannolikheterna för mandatskifte. Vi ser dock inget rimligt sätt att räkna på detta. De sannolikheter man får vid antagande om oberoende blir då en underskattning och man får ta hänsyn till det vid eventuella beslut.

Referenser

[1] Svante Janson, Svante Linusson, *Normalapproximation av sannolikheten att valutgången påverkas av felaktigt hanterade röster*, rapport till Valprövningsnämnden, (under produktion).

[2] Svante Linusson, *Sannolikheten för ändrad mandatfördelning i riksdagsvalet i Värmlands läns valkrets*, yttrande till Valprövningsnämnden 8 december 2010, Dnr 219-2010.

Matematiska Institutionen, Uppsala Universitet, Uppsala, Sweden (svante@math.uu.se)

Matematiska Institutionen, KTH, SE-100 44 Stockholm, Sweden (linusson@math.kth.se)