Proportionella valmetoder

Svante Janson

Matematiska institutionen, Uppsala universitet, Box 480, 751 06 Uppsala

E-post: svante.janson@math.uu.se

URL: http://www.math.uu.se/~svante/

Sammanfattning. Vi ger en översikt över olika proportionella valmetoder, i Sverige och utomlands, och deras matematiska egenskaper. Speciellt behandlas en del problem och paradoxer som kan uppstå. Även andra valmetoder behandlas kortfattat som jämförelse.

Denna version kommer förhoppningsvis att kompletteras och uppdateras, men den kommer nog aldrig att bli färdig.

Uppsala 20 augusti 2012; senast reviderad 23 oktober 2018.

Innehållsförteckning

KAPITEL 1

Inledning

Sverige har ett proportionellt valsystem, där antalet riksdagsmandat ett parti får är proportionellt mot antalet röster; samma gäller för val till kommuner och landsting, och till Europaparlamentet. (Se appendix B för detaljer och undantag.) Liknande valsystem finns också i många andra länder, och även i en hel del fall vid val inom organisationer av olika slag.

En perfekt proportionalitet är dock omöjlig, eftersom antalet mandat måste vara ett heltal[1], och en proportionell valmetods uppgift är därför att bestämma heltal som på ett lämpligt sätt approximerar perfekt proportionalitet. Detta är ett matematiskt problem, men inte ett väldefinierat sådant eftersom det är oklart vad som är bästa sättet att approximera, och det finns ingen självklar lösning. Ett stort antal olika metoder har föreslagits, och i många fall använts på olika håll.

Syftet med denna skrift är att ge en beskrivning av olika proportionella valmetoder och deras egenskaper, i första hand ur matematisk synvinkel. Därvid behandlas bland annat alla metoder som används i svenska val, men också många andra. Jag behandlar inte bara de viktiga allmänt använda metoderna, utan försöker att ta upp alla förekommande metoder och varianter som jag känner till, även ovanliga.[2] Vissa jämförelser görs mellan olika metoder. Många länder har valmetoder som inte är proportionella, t.ex. majoritetsval i enmansvalkretsar. För jämförelsens skull beskrivs även ett antal sådana valmetoder i appendix A. Vidare beskrivs vilka valmetoder som för närvarande används i Sverige och (tyvärr men nödvändigtvis ofullständigt) en del andra länder, se speciellt appendix B och D, samt några historiska exempel (appendix C och E). Se också t.ex. [170; 213; 218; 193; 200; 222; 260; 314] för mer information om valsystem i praktiken, och [180; 267; 314] för teori.

Vi behandlar, utom i appendixen, bara proportionella valmetoder, och huvudsakligen listmetoder, dvs. valmetoder som bygger på partier, där varje

[1] I princip kunde man tänka sig riksdagsledamöter med olika rösträtt så att varje parti finge ett röstetal exakt proportionellt mot antalet röster, men ett sådant system har mig veterligt aldrig använts eller seriöst diskuterats någonstans, även om det ibland föreslagits av debattörer, t.ex. av Cassel [194, s. 34] (för elektorer vid indirekta val) och av Phragmén [294, proportionella val], liksom Owens [297] och (något annorlunda) av Boutmy 1867 [228, s. 18].

[2] Detta leder ibland till stor detaljrikedom och risk att man inte ser skogen för bara träd; jag överlåter åt läsaren själv att vid behov hoppa över vissa avsnitt.

väljare i första hand röstar på ett parti; valmetoden fördelar sedan mandaten mellan partierna.[3] (Varje parti har en kandidatlista, eller ibland flera. Eventuellt kan eller måste väljaren även rösta på en eller flera kandidater för att påverka vilka som får partiets mandat, som t.ex. i Sverige där man får lägga en personröst på en kandidat, eller i Finland där man måste göra det; se kapitel 11.) I kapitel 12–15 behandlas några proportionella valmetoder som inte är listmetoder, däribland STV (som är den enda praktiskt betydande proportionella valmetod som inte bygger på partier och partilistor) och Phragméns metod som har speciellt svenskt intresse.

Samma matematiska problem finns också i flera liknande sammanhang. Ett sådant fall är att vid allmänna val i Sverige och en del andra länder kan ett parti ha flera kandidatlistor; partiets mandat skall då fördelas på de olika listorna, vilket görs med samma eller liknande metoder.

Ett annat fall är proportionella val inom de valda församlingarna, t.ex. till riksdagsutskott och kommunala nämnder och styrelser. Här är förutsättningarna lite annorlunda, vilket har gjort att man i Sverige använder en annan metod för detta än för de allmänna valen, se appendix B.

En annan version av samma matematiska problem är att vid många val (t.ex. allmänna val i Sverige) fördelas mandaten på valkretsar före valet; i många länder görs detta proportionellt mot antalet röstberättigade eller befolkningen[4].[5] (I Sverige används en tredje metod för detta, see appendix B.) Detta har historiskt varit ett speciellt viktigt och omdiskuterat problem i USA, där själva valen sker med majoritetsval i enmansvalkretsar, men där antalet ledamöter som varje delstat väljer till representanthuset enligt konstitutionen skall vara proportionellt mot befolkningen; vilken metod som skall användas för att bestämma dessa antal har varit livligt diskuterat sedan konstitutionen skrevs, se appendix D.35.1. Den amerikanska diskussionen om detta problem (som i USA kallas *apportionment*) utgör en avsevärd del av den samlade diskussionen om valmetoder, och de viktigaste valmetoderna som används i länder med proportionella valsystem har i själva verket långt tidigare använts eller diskuterats i USA i denna version, se kapitel 2 och kapitel 3; det moderna standardverket av Balinski och Young [180] behandlar också i första hand denna version. (Även om det matematiska problemet är detsamma så är de politiska förutsättningarna lite annorlunda i denna version. T.ex. är det nödvändigt att varje valkrets eller delstat får minst ett mandat, medan det tvärtom brukar anses önskvärt att små partier i ett

---

[3]Detta hindrar inte att oberoende kandidater ställer upp, vilket ofta förekommer (och i enstaka fall lyckas); dessa kan ses som egna partier.

[4]Eller ev. proportionellt mot något annat; i Danmark och Norge används en kombination av befolkning och yta för att ge glesbefolkade valkretsar större representation, se appendix D.1 och D.4.

[5]Det är dock inte alltid mandaten fördelas proportionellt med en matematisk metod, även om valsystemet i övrigt är proportionellt; i en del fall fördelas antalet mandat istället med politiska beslut, se t.ex. appendix D.3 (Island) och D.10 (EU).

val inte får några mandat alls. I USA avgjordes vidare tidigare fördelningen efter att folkräkningen gjorts, så att alla kan se hur resultatet blir av olika metoder, vilket ofta uppmuntrat till att man ser mer till resultatet än principerna; en annan komplikation i USA är att totalantalet mandat inte är bestämt i förväg utan också är en förhandlingsfråga, till skillnad från val i de flesta länder.)

I kapitel 2–4 beskrivs ett antal olika proportionella valmetoder, däribland de valmetoder som används i Sverige. Ytterligare några metoder behandlas i kapitel 12–15.[6] Observera att metoder med olika formulering (och olika namn) i flera fall är egentligen är samma metod i den meningen att de alltid ger samma resultat.

En anledning till mångfalden av metoder är att olika metoder har olika fördelar och svagheter, och att det inte finns någon perfekt metod. Tvärtom kan varje metod uppvisa paradoxala och oönskade beteenden i vissa fall, se kapitel 5 och 6. Valet mellan olika metoder beror därför på politiska överväganden om vad som är lämpligt, eller minst olämpligt. (Naturligtvis kan det också påverkas av historisk tradition och uppfattningar om vad som gynnar det egna partiet.)

Fler matematiska egenskaper hos valmetoderna ges i kapitel 7, 8 och 9. Kapitel 7 innehåller bland annat ytterligare (ekvivalenta) formuleringar av divisorsmetoder och kvotmetoder. Kapitel 8 studerar avvikelserna mellan mandatandelar och röstandelar; i kapitlet studeras också om en valmetod systematiskt gynnar stora eller små partier. Kapitel 9 ger ett antal karakteriseringar av olika valmetoder som optimala i meningen att de minimerar avvikelserna mellan mandatandelar och röstandelar, där olika sätt att mäta avvikelserna ("felen") visar sig minimeras av olika valmetoder.

Valsystemen i olika länder skiljer sig inte bara genom olika valmetoder. I de flesta val finns flera valkretsar, vanligen geografiskt bestämda.[7] I många fall räknas varje valkrets för sig, men i Sverige och flera andra länder förekommer dessutom utjämningsmandat för att totalresultatet skall bli så proportionellt som möjligt. Några metoder för detta, och några problem med dem, behandlas i kapitel 10.

Man skall inte glömma bort att slutresultatet av ett val är ett antal valda *personer* och inte bara anonyma mandat, När antalet mandat för varje parti har bestämts återstår alltså att bestämma vilka av partiets kandidater som skall besätta dessa platser. (Ofta utses samtidigt suppleanter för dessa.) Detta behandlas kortfattat i kapitel 11.

Syftet är som sagt att beskriva olika valmetoder matematiskt och att studera deras matematiska egenskaper. Jag förbigår i stort sett helt andra viktiga egenskaper hos valsystemen som t.ex.

---

[6] Bordametoderna i kapitel 15 kan dock bara i vissa fall ses som proportionella, se kapitel 15.

[7] Det kan också finnas fler nivåer av indelningar; se t.ex. appendix D.1 (Danmark) och appendix E.6 (Weimarrepubliken).

- utformningen av valsedlar,
- politiska konsekvenser för regeringsbildning m.m.,
- hur valsystemet påverkar beteendet hos såväl partier som väljare;

se t.ex. [222], [231], [244], [292] och [170]. Vidare är det vanligt, oberoende av vilken valmetod som används, att valmetoden kombineras med en småpartispärr, så att t.ex. endast partier som uppnått en viss andel av samtliga röster får delta i mandatfördelningen. (I Sverige krävs minst 4% av alla giltiga röster vid riksdagsval (med ett undantag) och vid val till Europaparlamentet, och 3% vid landstingsval, se appendix B.) Observera att valkretsindelning och spärrar ofta har större betydelse för avvikelser från exakt proportionalitet än valet av valmetod; dessa effekter behandlas dock inte här.[8]

Anmärkning 1.1. Jag använder termen *valmetod* för den matematiska mandatfördelningsmetoden och *valsystem* för hela regelverket kring val, innefattande också t.ex. regler för rösträtt och valbarhet, ev. valkretsindelning, utjämningsmandat, personval och småpartispärrar. Men gränsen är inte skarp.

Ett (gratis) dataprogram för beräkningar med ett flertal olika proportionella valmetoder är *BAZI* [278].

1.1. Beteckningar

För enkelhets skull betraktar vi i fortsättningen normalt fallet att mandat fördelas på partier efter ett riksdagsval; vi överlåter åt läsaren de triviala omformuleringarna för andra fall, t.ex. när mandat skall fördelas på valkretsar efter antal röstberättigade, eller den amerikanska versionen att mandat fördelas på delstaterna.

Vi betraktar en enskild valkrets, och bortser därför (om inget annat sägs) från ev. valkretsindelning. Likaså bortser vi från ev. småpartispärrar genom att endast betrakta de partier som uppfyller kraven. Vi kan förutsätta att varje parti får minst en röst genom att bortse från ev. partier utan röster.

Vi antar att M mandat skall fördelas på n partier, numrerade $1, \dots, n$. Vi förutsätter genomgående att $n \geq 2$. Låt $r_i > 0$ vara antalet röster på parti i, och låt m_i vara antalet mandat som partiet får. (Vi använder nedan ofta r_i och m_i utan kommentar; det är underförstått att vi då behandlar parti i.) Låt vidare R vara totalantalet röster (bortsett från ogiltiga röster och röster på eventuella partier som inte deltar i mandatfördelningen på grund av en småpartispärr eller någon liknande specialregel). Då gäller alltså:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i = R \qquad \text{och} \qquad \sum_{i=1}^{n} m_i = M. \tag{1.1}$$

[8] Se avsnitt 8.3 och [262] för en beräkning av den "naturliga spärren" orsakad av valkretsarnas storlek. Se också appendix D.8 för ett extremt exempel på effekten av små valkretsar.

Låt vidare Q_H vara *valkvoten* (*enkla valkvoten* eller *Hares*[9] *kvot*, se kapitel 3)

$$Q_H = \frac{R}{M}, \tag{1.2}$$

det vill säga antalet röster per mandat.

Anmärkning 1.2. För alla metoder gäller att det i undantagsfall är omöjligt att skilja på två partier, t.ex. om två partier har exakt lika många röster och 3 mandat skall fördelas mellan dem; ett annat exempel är vid divisorsmetoder som uddatalsmetoden där två partier med olika storlek kan få exakt samma jämförelsetal vid fördelningen av ett visst mandat. I sådana fall tillgrips normalt lottning.[10] [11] Detta är underförstått i beskrivningarna nedan, även om det inte alltid sägs explicit. Matematiskt är det enklast att se detta som att metoden i sådana fall har flera möjliga svar på mandatfördelningen.

Anmärkning 1.3. Metoderna nedan utgår, om inget annat sägs, från att totalantalet mandat M är bestämt i förväg. Detta gäller i de flesta valsystem men är i princip inte nödvändigt och undantag finns, se t.ex. avsnitt 4.1–4.2 och appendix E.6.

---

[9]Thomas Hare (1806–1891), engelsk jurist, advokat i London. Propagerade för proportionella val och utformade principen för valmetoden *Single Transferable Vote* (STV) där han använde Hares kvot [62; 193; 313], se kapitel 12. (STV används idag normalt med Droops kvot (3.7) istället.) Utgav bl.a. *The Machinery of Representation* (1857) och *A Treatise on Election of Representatives, Parliamentary and Municipal* (1859).

[10]Så t.ex. alltid i Sverige. Man kan använda andra regler än lottning, t.ex. att det *största* partiet vinner (om inte partierna har exakt lika många röster); detta används t.ex. i Norge [114, § 11-4], Belgien [66, Art. 168] och Luxemburg [103, Art. 160]. I Skottland lägger man till en röst till varje parti och räknar om; eftersom en divisorsmetod används (heltalsmetoden) betyder det att det *minsta* partiet (som hittills fått färre mandat) vinner [125, Section 8(7–8)]. I Belgien ges annars företräde åt den kandidat som har flest personröster. Om inget annat skiljer vinner i Belgien och Frankrike den *äldsta* kandidaten, se appendix D.6, D.11. I Estland vinner det parti som *registrerat kandidaterna först* [74, § 62(5)]. I Macau ges företräde till det parti som *ännu inte fått något mandat* [104, Artigo 17.º 4)]. I Kiribati sker en *andra valomgång* mellan kandidaterna med samma röstetal [100, regulations 26]. I Tasmaniens vallag från 1907 hade *valförrättaren utslagsröst* om allt annat var lika [64]. (I nu gällande vallag [61, Schedule 4, Section 12] står istället att företräde avgörs med "an approved method", vilket jag antar betyder lottning.) I *Lex Malacitana* för Malaga under antiken, antagligen kopierande bestämmelser för Rom, gavs företräde åt den med *flest barn*, och åt *gifta framför ogifta* [118, § 56].

[11]Ett exempel är kommunvalet i Boxholm 2010 där S fick 1911 röster och MP 147; inför fördelning av det sista (35:e) mandatet hade S fått 19 mandat och MP 1, och de hade därför båda jämförelsetalet 49 (1911/39 resp. 147/3). Genom lottning fick MP det sista mandatet; hur lottningen i praktiken gick till förklaras inte i protokollet [12].

Ett annat exempel är lokalvalet 2012 i DeWitt county, Illinois, USA, där två kandidater fick lika många röster (827) till en av platserna i fullmäktige. Valet avgjordes med slantsingling; det skulle först avgöras med kast med varsin tärning, men en av kandidaterna ogillade detta [351].

Vid en strikt proportionell fördelning, utan hänsyn till om resultatet blir ett heltal, skulle parti i få

$$\mu_i = \frac{r_i}{Q_H} = \frac{r_i}{R}M \tag{1.3}$$

mandat. En proportionell valmetods uppgift är alltså att bestämma mandattal m_i som approximerar μ_i och som är heltal, och som dessutom får rätt summa M. Vi kan lite informellt säga att valmetoden "avrundar" μ_i till ett heltal m_i; men observera att detta inte är en avrundning enligt normala regler, utan beror på valmetoden, och att för många metoder "avrundningsfelet" $m_i - \mu_i$ kan vara större än 1 så att m_i inte är ett av heltalen närmast μ_i, se avsnitt 5.11.

Observera att (1.1) medför att

$$\sum_{i=1}^{n} \mu_i = M, \tag{1.4}$$

så talen μ_i har rätt summa. Med andra ord måste "avrundningsfelen" $m_i - \mu_i$ ta ut varandra:

$$\sum_{i=1}^{n} (m_i - \mu_i) = 0. \tag{1.5}$$

Anmärkning 1.4. Det kan förefalla enklast att avrunda μ_i till närmaste heltal: $m_i = \langle \mu_i \rangle$. Detta fungerar dock inte om antalet mandat är bestämt i förväg, eftersom detta (så snart vi har fler än två partier) kan ge fel totalantal mandat, dvs. (1.5) stämmer inte. För ett enkelt exempel, antag att 3 lika stora partier skall dela på 10 mandat. Vi har då $\mu_i = 3\frac{1}{3}$, vilket avrundas nedåt till $m_i = 3$ för varje parti, med summan 9. Med totalt 11 mandat avrundas istället alla uppåt, från $\mu_i = 3\frac{2}{3}$ till $m_i = 4$ med summan 12, fast det bara finns 11 mandat. (Exemplen fungerar lika bra om partierna har olika röstetal, så länge skillnaderna är små; ett exempel är 330, 333 och 337 röster.) Någon annan metod behövs alltså om antalet mandat M är bestämt i förväg. (Däremot kan metoden användas om totalantalet valda får variera något, se avsnitt 4.1.)

För metoder där mandaten delas ut ett och ett (divisorsmetoder, kapitel 2) så låter vi $m_i(k)$ vara antalet mandat som parti i fått när sammanlagt k mandat delats ut. Då gäller alltså $m_i = m_i(M)$.

Vi använder i fortsättningen $\langle x \rangle$ för att beteckna x avrundat på vanligt sätt, dvs. till *närmaste* heltal, $\lfloor x \rfloor$ för x avrundat *nedåt*, och $\lceil x \rceil$ för x avrundat *uppåt*. Det gäller alltså att dessa är heltal och att

$$\langle x \rangle - \frac{1}{2} \le x \le \langle x \rangle + \frac{1}{2}, \tag{1.6}$$

$$\lfloor x \rfloor \le x < \lfloor x \rfloor + 1, \tag{1.7}$$

$$\lceil x \rceil - 1 < x \le \lceil x \rceil. \tag{1.8}$$

(Vi har avsiktligt varit ospecifika på om t.ex. $\langle 1{,}5\rangle$ är med avrundning uppåt eller nedåt, och tillåter båda möjligheterna.)

Vi använder vidare $\{x\}$ för *bråkdelen* av x, dvs.

$$\{x\} = x - \lfloor x\rfloor. \tag{1.9}$$

Ibland använder vi beteckningarna

$$x \vee y = \max\{x, y\}, \tag{1.10}$$

$$x \wedge y = \min\{x, y\} \tag{1.11}$$

för maximum och minimum av två tal, liksom

$$x_+ = x \vee 0 = \max\{x, 0\}. \tag{1.12}$$

1.2. Huvudtyper av proportionella valmetoder

Det finns två huvudtyper av proportionella valmetoder med partilistor, *divisorsmetoder* och *kvotmetoder*; typerna illustreras nedan med varsitt exempel från det svenska valsystemet, och ett antal olika metoder av de två typerna beskrivs i detalj i kapitel 2 och 3. Dessutom finns några metoder som inte riktigt hör till någon av grupperna, se avsnitt 3.4 och kapitel 4, samt STV och andra metoder som inte använder partilistor, se kapitel 12–15.

1.2.1. Valkvotsmetoden – en kvotmetod. Problemet är alltså att hitta lämpliga approximationer till de ideala mandattalen μ_i (som normalt inte är heltal) i (1.3). Som sagts i anm. 1.4 duger det inte att avrunda varje μ_i till närmaste heltal, eftersom då summan ofta blir fel. En enkel lösning, och en av de äldsta, är *valkvotsmetoden* (*Hamiltons*[12] *metod* eller *Hares*[13] *metod*), där man anpassar avrundningen genom att höja lagom många bråkdelar och stryka resten.

Valkvotsmetoden används i Sverige inte för att fördela mandaten på partier vid själva valet, men däremot vid fördelningen före valen av fasta mandat på valkretsar, proportionellt mot antalet röstberättigade. Detta uttrycks i vallagen [3, 4 kap. 14 §] på följande sätt (med motsvarande regler för riksdags-, landstings- och kommunval [3, 4 kap. 3, 10 och 15 §]):

> Antalet personer som har rösträtt i kommunen delas med antalet mandat och därefter delas antalet personer som har rösträtt i varje valkrets med det tal som blir resultatet av den beräkningen. Varje gång som antalet som har rösträtt i en valkrets är jämnt delbart med detta tal får den valkretsen ett mandat.
>
> Om inte alla mandat kan fördelas på detta sätt, får valkretsarna de återstående mandaten i tur och ordning

[12] Alexander Hamilton (1755–1804), amerikansk statsman. En av de ledande vid författningskonventet 1787, USA:s förste finansminister (1789–1795). Dödades 1804 i en duell med vicepresidenten Aaron Burr. [289]

[13] Se fotnot 9. Valkvotsmetoden kan ses som ett specialfall av STV med partilistor, se avsnitt 12.4.

> efter de överskott som uppstår vid beräkningen. Om överskottstalen är lika stora i två eller flera valkretsar, skall lotten avgöra vilken valkrets som skall få mandatet.

Med våra beteckningar beräknas alltså Q_H och $\mu_i = r_i/Q_H$. Varje valkrets tilldelas först $\lfloor \mu_i \rfloor$ mandat, och därefter delas mandaten ut efter storleken på bråkdelen $\{\mu_i\} = \mu_i - \lfloor \mu_i \rfloor$.[14] Observera att andra stycket i citatet ovan inte är en undantagsbestämmelse utan tvärtom alltid tillämpas utom när alla μ_i är heltal, något som i praktiken knappast inträffar.

1.2.2. Jämkade uddatalsmetoden – en divisorsmetod. Den metod som används i Sverige vid val till riksdag, landsting, kommun och Europaparlamentet är den *jämkade uddatalsmetoden*. Metoden definieras i vallagen [3, 14 kap. 3 §] på följande sätt:[15]

> Fördelningen görs genom att jämförelsetal beräknas för partierna med utgångspunkt i valresultatet i valkretsen. Det parti som vid varje beräkning får det största jämförelsetalet tilldelas ett mandat.
>
> Beräkningen skall göras med tillämpning av den jämkade uddatalsmetoden. Denna innebär att så länge ett parti ännu inte tilldelats något mandat beräknas jämförelsetalet genom att partiets röstetal i valkretsen delas med 1,2. När ett parti har fått ett mandat beräknas nytt jämförelsetal genom att partiets röstetal delas med 3. Därefter fortsätter man på samma sätt att dela partiets röstetal med närmast högre udda tal för varje tilldelat nytt mandat.

Metoden innebär alltså att mandaten delas ut ett och ett. Om parti i har $m_i(k)$ mandat när sammanlagt $k \geq 0$ mandat har delats ut, och alltså mandat $k+1$ står på tur, så har den då jämförelsetalet

$$J_i(k+1) = \begin{cases} \frac{r_i}{1{,}2}, & \text{om } m_i(k) = 0, \\ \frac{r_i}{2m_i(k)+1}, & \text{om } m_i(k) \geq 1. \end{cases} \tag{1.13}$$

Nästa mandat (nummer $k+1$) delas ut till det parti som just då har störst jämförelsetal. Detta parti får då ett nytt, lägre, jämförelsetal, och man fortsätter tills de M mandaten delats ut.

Metoden bygger alltså på att röstetalen succesivt delas med *divisorerna* (eller *delningstalen*) 1,2, 3, 5, 7, ... Andra följder av divisorer kan användas, vilket ger andra divisorsmetoder.

1.2.3. Websters metod – också en divisorsmetod. Man kan se valkvotsmetoden som att man provar med att avrunda varje $\mu_i = r_i/Q_H$ till närmaste heltal, dvs. bråkdelar under 0,5 avrundas nedåt och bråkdelar över 0,5 avrundas uppåt. Om summan blir rätt är detta svaret; i annat fall

[14] Överskottet i lagtexten betyder nog snarare resten $r_i - \lfloor r_i/Q_H \rfloor \cdot Q_H$ än bråkdelen $\mu_i - \lfloor \mu_i \rfloor$, men resten är $Q_H(\mu_i - \lfloor \mu_i \rfloor)$ så resultatet är detsamma.

[15] Före valet 2018 var jämkningsfaktorn 1,4, se avsnitt 2.3.3.

justerar man genom att höja eller sänka gränsen för avrundning från 0,5 till något lämpligt värde som ger rätt mandatsumma.

En liknande idé, som dock får helt annorlunda matematiska konsekvenser, är att istället justera nämnaren Q_H i (1.3) så att vanlig avrundning ger ett resultat med rätt summa mandat. Man väljer alltså en divisor Q så att mandattalen

$$m_i = \left\langle \frac{r_i}{Q} \right\rangle \tag{1.14}$$

uppfyller $\sum_{i=1}^{n} m_i = M$. Detta är *Websters*[16] *metod.* Det är lätt att se att det alltid finns ett sådant Q, om vi tillåter att en bråkdel på exakt 0,5 kan avrundas både uppåt och nedåt (i undantagsfall kan lottning behöva tillgripas för att avgöra hur detta skall ske); vidare ser man att olika värden på Q som ger samma totalantal mandat också ger samma mandatfördelning. (Detta kan inses genom att starta med något Q, och sedan justera detta kontinuerligt uppåt eller nedåt, men det ingår också i sats 2.3 nedan.) Metoden är alltså väldefinierad, trots att talet Q inte är entydigt bestämt.

Samma idé kan användas tillsammans med andra sätt att avrunda r_i/Q till m_i, t.ex. nedåt till närmaste heltal. Detta ger flera andra valmetoder, som beskrivs närmare i kapitel 2.

Vi skall visa i avsnitt 7.1 att dessa metoder också är divisorsmetoder; speciellt är Websters metod och (ojämkade) uddatalsmetoden faktiskt samma metod, i den betydelsen att de alltid ger samma resultat, trots de olika formuleringarna.[17]

Tack

Jag tackar Svante Linusson, Xavier Mora och Friedrich Pukelsheim för intressanta diskussioner och kommentarer.

---

[16] Daniel Webster (1782–1852), amerikansk statsman. Föreslog metoden 1832, som ordförande i den senatskommitte som behandlade omfördelningen av platser i representatanthuset.

[17] Vi intar en pragmatisk attityd där endast resultatet räknas, och säger att två valmetoder är samma metod om de alltid ger samma resultat, även om de formuleras på olika sätt. Vi säger alltså att Websters metod och uddatalsmetoden är samma metod, trots olika utgångspunkter och olika beräkningsmetoder.

KAPITEL 2

Divisorsmetoder

2.1. Allmän formulering (europeisk)

Divisorsmetoder[18] kan allmänt formuleras på följande sätt, där $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... är en given följd tal med

$$0 \leq d(1) \leq d(2) \leq d(3) \leq \dots; \tag{2.1}$$

dessa tal kallas *divisorer* eller *delningstal*:

DIVISORSMETOD, FORMULERING D1. *Mandaten delas ut ett och ett så att varje mandat delas ut till det parti som just då har det största* jämförelsetalet, *där jämförelsetalet för ett parti som redan har fått m mandat är röstetalet delat med $d(m+1)$.*

Att divisorn är $d(m+1)$ kan också formuleras som att divisorn är $d(1)$ så länge som partiet kämpar för sitt första mandat, $d(2)$ för det andra, ..., och i allmänhet $d(k)$ när partiet försöker få sitt k:te mandat.

Olika divisorsmetoder skiljer sig genom olika val av divisorer $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... Vi behandlar ett antal olika sådana metoder var för sig i avsnitt 2.3.

Normalt gäller strikta olikheter i (2.1), dvs. $0 < d(1) < d(2) < \dots$, men vi skall se fall i avsnitt 2.4 och 15.3 (t.ex. exempel 15.9) där den allmännare formuleringen här utnyttjas. (Speciellt tillåter vi alltså $d(k) = 0$ för vissa $k \geq 1$;[19] om $d(m+1) = 0$ är jämförelsetalet $r_i/d(m+1) = \infty$. Se vidare avsnitt 2.4.)

Metoden kan också formuleras på följande sätt (se t.ex. [71, § 76], [78, § 88–91]):

DIVISORSMETOD, FORMULERING D2. *För varje parti delas röstetalet med divisorerna $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... (så långt som kan behövas). Det parti som har den största kvoten får det första mandatet; den näst största kvoten ger det andra mandatet, och så vidare tills alla mandat är fördelade.*

I denna version är det naturligt att ställa upp en tabell över de olika kvoterna (jämförelsetalen), och sedan stryka dem ett och ett i storleksordning. Men ser omedelbart att den största icke-strukna kvoten för varje parti

[18] På engelska *divisor methods* eller, kanske oftare, *largest [highest] average methods*, som i strikt mening syftar på heltalsmetoden men mer allmänt används om alla divisorsmetoder.

[19] Vi förutsätter att om $d(k) = 0$ så är $M \geq nk$, se avsnitt 2.4. Speciellt utesluts det triviala fallet att $d(k) = 0$ för alla k.

hela tiden är partiets jämförelsetal i formulering D1 ovan, och att mandaten delas ut i samma ordning i båda versionerna, vilket visar att formuleringarna D1 och D2 är ekvivalenta.

Divisorsmetoder i formuleringar som de ovanstående går tillbaka åtminstone till d'Hondt[20] (för divisorerna 1, 2, 3, ...), och formuleringar av denna typ är de vanliga i Europa för divisorsmetoder; jag kallar dem därför (gemensamt) för den *europeiska formuleringen.*

I formler kan divisorsmetoden beskrivas som följer: Om parti i har $m_i(k)$ mandat när sammanlagt k mandat har delats ut, och alltså mandat $k+1$ står på tur, så har den då jämförelsetalet

$$J_i(k+1) = \frac{r_i}{d(m_i(k)+1)}. \tag{2.2}$$

Nästa mandat (nummer $k+1$) delas ut till det parti som just då har störst jämförelsetal. Detta parti får alltså $m_i(k+1) = m_i(k)+1$, och dess jämförelsetal minskar därför, medan övriga partier behåller sina jämförelsetal. På detta sätt fortsätter man tills de M mandaten delats ut. (Om det största jämförelsetalet innehas av två eller flera partier med samma jämförelsetal, så avgör normalt lotten vilket parti som får mandatet. Eftersom andra partier med samma jämförelsetal står närmast i tur att få mandat så påverkar lottningen slutresultatet bara när det sista mandatet lottas.) Se vidare avsnitt 7.1.

Anmärkning 2.1. Det är bara divisorernas inbördes relativa förhållande som spelar roll, och inte deras absoluta värden. Om alla divisorer multipliceras med samma konstant $c > 0$ (t.ex. om alla fördubblas), så att följden istället blir $cd(1)$, $cd(2)$, ..., blir alla jämförelsetal dividerade med samma c och mandatfördelningen blir oförändrad. Vi skall se exempel på detta nedan.

Anmärkning 2.2. Det är i teoretiska arbeten ganska vanligt att förutsätta att $m-1 \le d(m) \le m$, speciellt om man använder formulering D3 nedan. Detta antagande kan ibland vara praktiskt, men det är irrelevant i formuleringen ovan och det bör undvikas eftersom det finns divisorsmetoder som används i praktiken som inte uppfyller detta (ens efter omskalning som i anm. 2.1), se avsnitt 2.3.6–2.3.8. Vi gör inte detta antagande.

2.2. En annan formulering av divisorsmetoder (amerikansk)

Som sagts ovan är Websters metod faktiskt också en divisorsmetod, liksom varianter med andra avrundningsregler. Vi kan ge detta en allmän formulering genom att utgå från en given talföljd $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... som uppfyller (2.1) och låta $d(m)$ vara gränsen mellan avrundning till $m-1$ och

[20] Victor d'Hondt (1841–1901), belgisk jurist, professor i civil- och skatterätt i Gent. Propagerade för ett proportionellt valsystem och föreslog 1882 heltalsmetoden [204]. Jag använder den i Sverige brukliga stavningen d'Hondt; själv skrev han D'Hondt, och internationellt används båda stavningarna. [313; 314]

d'Hondt's ursprungliga formulering av metoden [204] använde faktiskt formulering D3 nedan; han utvecklade senare gradvis den ekvivalenta formuleringen D2 [205], [239].

till m; alla tal mellan $d(m)$ och $d(m+1)$ avrundas alltså till m.[21] (Det är i denna formulering naturligt att kräva $0 \leq d(1) < d(2) < d(3) < \dots$ och $m-1 \leq d(m) \leq m$, vilket innebär att ett heltal m (kan) avrundas till m, men detta är inte inte matematiskt nödvändigt, se anm. 2.2. Vi gör inte detta antagande, och vi tillåter oss istället att tolka "avrundning" väldigt generellt; se t.ex. avsnitt 2.3.6.)

Givet en talföljd $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... som i (2.1) kan metoden beskrivas som:

Divisorsmetod, formulering D3. *Finn en divisor Q så att om kvoterna r_i/Q avrundas till m_i enligt regeln ovan så blir summan av alla m_i det önskade totalantalet mandat M.*

Vi låter också $d(0) = 0$, och kan då skriva formulering D3 i formler som:

Divisorsmetod, formulering D4. *Finn $m_1, \dots, m_n$ och Q så att*

$$d(m_i) \leq \frac{r_i}{Q} \leq d(m_i + 1), \qquad i = 1, \dots, n, \tag{2.3}$$

och $\sum_{i=1}^{n} m_i = M$.

Vi ser att Websters metod är fallet $d(m) = m - \frac{1}{2}$, dvs. föjden $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, ... Ett annat naturligt val är fallet $d(m) = m$, som ger avrundning nedåt till närmaste heltal; detta ger *Jeffersons*[22] *metod* som redan 1792 förslogs av Jefferson och sedan användes i USA många år, se appendix D.35.1. Ytterligare tre val av följden $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... har använts eller diskuterats i USA, se avsnitt 2.3.9–2.3.11 nedan.

Divisorn Q kan tolkas som ett standardpris, i antal röster, för varje mandat, men detta måste naturligtvis tolkas i kombination med avrundningsregeln. Observera att Q (utom i undantagsfall) inte är entydigt bestämt, men det spelar ingen roll eftersom värdet på Q är oväsentligt och inte har någon betydelse när mandattalen m_i väl är bestämda, och olika möjliga Q ger alltid samma mandatfördelning.

Metoden ovan, given av formulering D3–D4, är densamma som divisorsmetoden i den europeiska formuleringen i avsnitt 2.1 med följden $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... som divisorer (formulering D1–D2). Vi formulerar detta mer detaljerat i följande sats. Beviset är enkelt, men skjuts upp till avsnitt 7.1.

Sats 2.3. *Formuleringarna D1–D4 är ekvivalenta:*

Om mandaten fördelas enligt en divisorsmetod (formulering D1–D2) med divisorerna $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ..., så finns det alltid ett tal Q sådant att (2.3)

[21] Mer precist säger vi att talen i intervallet $[d(m), d(m+1)]$ kan avrundas till m; $d(m)$ kan alltså avrundas både uppåt till m och nedåt till $m-1$ efter behov. Detta fungerar även i undantagsfallet där vi har likhet på vissa ställen i (2.1); om t.ex. $d(m-1) < d(m) = d(m+1) < d(m+2)$ kan $d(m)$ avrundas till $m-1$, m eller $m+1$.

[22] Thomas Jefferson (1743–1826), amerikansk statsman från Virginia, var den som formulerade självständighetsförklaringen 1776, vicepresident 1797–1801 och USA:s tredje president 1801–1809. Var när han föreslog metoden 1792 utrikesminister (USA:s förste).

gäller. (Till exempel gäller detta om Q är det största jämförelsetalet när det sista mandatet delas ut.)

Omvänt gäller att om $m_1, \dots, m_n$ är heltal som uppfyller (2.3) *för något $Q > 0$, och dessutom summan $\sum_{i=1}^{n} m_i = M$, så är m_i de mandattal som ges av divisorsmetoden med divisorerna $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... (Eller åtminstone är de ett möjligt resultat i det fall lottning måste tillgripas.)*

Formuleringen D1 eller D2 med en följd divisorer är som sagt den vanliga i Europa, medan man i USA vanligen formulerar metoderna som olika avrundningsregler med en lämpligt vald divisor (D3 eller, ekvivalent, D4); vi kallar därför denna formulering den *amerikanska formuleringen.*[23] (Undantag finns dock. Willcox [352] upptäckte c. 1910 formulering D2 av uddatalsmetoden (Websters metod) och lanserade den som ett praktiskt sätt att göra fördelningen i form av en prioriteringslista, och utan att behöva söka efter lämpliga divisorer Q, se även [255; 297]. Likaså formulerade Huntington [255] sin metod på detta sätt. Å andra sidan använde d'Hondt själv ursprungligen den "amerikanska" formuleringen D3 av sin metod (heltalsmetoden), och den tyska vallagen använder samma formulering av uddatalsmetoden[24].)

Observera att den amerikanska diskussionen om dessa metoder går tillbaka nästan 100 år längre än den europeiska. Både Jeffersons och Websters metoder har återupptäckts i Europa, och har olika namn i amerikansk och europeisk tradition. (Kom ihåg att diskussionerna gäller olika problem, med samma matematiska formulering men olika politiska förutsättningar.)

Slutligen påpekar vi att det ibland är praktiskt att ersätta divisorn Q i formuleringarna D3–D4 med *multiplikatorn* $t = 1/Q$, vilket leder till följande formuleringar, uppenbarligen ekvivalenta med de tidigare.

[23] Även i amerikansk litteratur kallas metoderna *divisor methods*, men divisor syftar här snarare på talet Q ovan än talen $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ...

[24] "Jede Landesliste erhält so viele Sitze, wie sich nach Teilung der Summe ihrer erhaltenen Zweitstimmen durch einen Zuteilungsdivisor ergeben. Zahlenbruchteile unter 0,5 werden auf die darunter liegende ganze Zahl abgerundet, solche über 0,5 werden auf die darüber liegende ganze Zahl aufgerundet. Zahlenbruchteile, die gleich 0,5 sind, werden so aufgerundet oder abgerundet, dass die Gesamtzahl der zu vergebenden Sitze eingehalten wird; ergeben sich dabei mehrere mögliche Sitzzuteilungen, so entscheidet das vom Bundeswahlleiter zu ziehende Los. Der Zuteilungsdivisor ist so zu bestimmen, dass insgesamt so viele Sitze auf die Landeslisten entfallen, wie Sitze zu vergeben sind. Dazu wird zunächst die Gesamtzahl der Zweitstimmen aller zu berücksichtigenden Landeslisten durch die Gesamtzahl der nach Absatz 1 Satz 2 verbleibenden Sitze geteilt. Entfallen danach mehr Sitze auf die Landeslisten als Sitze zu vergeben sind, ist der Zuteilungsdivisor so heraufzusetzen, dass sich bei der Berechnung die zu vergebende Sitzzahl ergibt; entfallen zu wenig Sitze auf die Landeslisten, ist der Zuteilungsdivisor entsprechend herunterzusetzen." [135, § 6 (2)]

Jag vet inte om detta beror på en tysk tradition eller på att Tyskland tidigare använde valkvotsmetoden och att det när lagen ändrades 2008 var enklare att göra ändringen på detta sätt. Pukelsheim [314] föredrar också den "amerikanska" formuleringen.

DIVISORSMETOD, FORMULERING D5. *Finn en multiplikator $t > 0$ så att om produkterna tr_i avrundas till m_i enligt regeln ovan så blir summan av alla m_i det önskade totalantalet mandat M.*

DIVISORSMETOD, FORMULERING D6. *Finn $m_1, \dots, m_n$ och t så att*

$$d(m_i) \le tr_i \le d(m_i + 1), \qquad i = 1, \dots, n, \tag{2.4}$$

och $\sum_{i=1}^{n} m_i = M$.

Divisorsmetoder kan alltså också ses som *multiplikatormetoder*. Detta är ibland enklare, se t.ex. [263], men vid ett val är det vanligen mer praktiskt att använda divisorn Q än multiplikatorn $t = 1/Q$ som blir väldigt liten, och därför kan vara svårare att använda och tolka (för människor; för datorer kvittar det lika).[25]

2.3. Olika divisorsmetoder

Ett antal olika divisorsmetoder används eller har använts, och ytterligare har föreslagits. Vi behandlar dem vi känner till en i taget.

2.3.1. Heltalsmetoden (d'Hondts metod). *Heltalsmetoden* (även kallad *d'Hondts*[26] *metod* eller, i den amerikanska formuleringen, *Jeffersons*[27] *metod*, eller, i versionen i avsnitt 3.4.8, *Hagenbach-Bischoffs*[28] *metod*) är divisorsmetoden med divisorerna $1, 2, 3, 4, 5, \dots$, alltså de positiva heltalen. Med andra ord används (2.2) med divisorerna

$$d(m) = m, \qquad m \ge 1, \tag{2.5}$$

vilket betyder att jämförelsetalen ges av

$$J_i(k) = \frac{r_i}{m_i(k) + 1}. \tag{2.6}$$

I den amerikanska formuleringen i avsnitt 2.2 (Jeffersons metod) betyder detta att vi alltid avrundar r_i/Q nedåt till närmast mindre heltal.[29] Detta kan formuleras som att Q är priset för ett mandat, och varje parti får så många mandat som det kan "köpa" för sina röster.[30] Vi kan skriva (2.3) som

$$m_i \le \frac{r_i}{Q} \le m_i + 1. \tag{2.7}$$

Heltalsmetoden är den vanligaste (och enklaste) divisorsmetoden. Det är också den proportionella metod med partilistor som använts längst; den

[25]I riksdagsvalet 2010 var (med $d(m)$ i (2.11)) sista jämförelsetal 8421,65 och nästa jämförelsetal 8412,05; vi kan alltså välja Q mellan dessa, t.ex. $Q = 8421$, och t mellan 1/8412,05 och 1/8421,65, t.ex. $t = 0{,}0001188$.

[26]Se fotnot 20 (s. 20).

[27]Se fotnot 22 (s. 21).

[28]Eduard Hagenbach-Bischoff (1833–1910), schweizisk fysiker, professor i fysik i Basel.

[29]En kvot r_i/Q som råkar vara exakt ett heltal kan behöva "avrundas" till närmast lägre heltal.

[30]Priset Q sätts av "marknaden" (dvs. valförättaren) så att precis M mandat blir sålda.

föreslogs av d'Hondt 1882 och infördes 1899 i Belgien (d'Hondts hemland) [193]. Heltalsmetoden används i Sverige vid val inom riksdagen till utskott m.m., och vid val i kommun- och landstingsfullmäktige till nämnder m.m.; i dessa fall definieras den på följande sätt:

> Platserna fördelas mellan grupperingar genom att en i taget tilldelas den gruppering som för varje gång får det högsta jämförelsetalet. Jämförelsetalet är lika med grupperingens röstetal, så länge grupperingen inte har tilldelats någon plats. Därefter beräknas jämförelsetalet genom att grupperingens röstetal delas med det antal platser som grupperingen har tilldelats, ökat med 1. Vid lika jämförelsetal skall avgörandet ske genom lottning. [2, 7 kap. 4 §]

respektive

> Jämförelsetalet för en grupp är lika med det antal röster som valsedelsgruppen har fått, så länge gruppen inte har blivit tilldelad någon plats.
>
> För varje gång som en grupp har tilldelats en plats, skall jämförelsetalet beräknas så att gruppens röstetal delas med det tal som motsvarar det antal platser som gruppen har tilldelats, ökat med 1. [4, 22 §]

Dessutom används i Sverige en metod som Valmyndigheten [8, avsnitt 9, s. 20] kallar "heltalsmetoden" när de mandat ett parti fått i en viss valkrets skall fördelas på olika listor. I detta fall används dock egentligen *Phragméns metod*, se kapitel 13, som tar hänsyn till att olika listor kan innehålla delvis samma personer, jfr kapitel 11. (Om listorna inte innehåller gemensamma namn ger Phragméns metod samma resultat som heltalsmetoden.)

2.3.2. Uddatalsmetoden. Den jämkade uddatalsmetoden i avsnitt 1.2.2 är, som framgår av namnet, en variant av *uddatalsmetoden* (eller för tydlighets skull *ojämkade uddatalsmetoden*, även kallad *Sainte-Laguës*[31] *metod* (*St. Laguës metod*) och, i den amerikanska formuleringen, *Websters metod*). Detta är divisorsmetoden med divisorerna $1, 3, 5, 7, \dots$, alltså de udda talen:[32]

$$d(m) = 2m - 1 \tag{2.8}$$

för alla m. Jämförelsetalen (2.2) ges alltså av

$$J_i(k) = \frac{r_i}{2m_i(k) + 1}. \tag{2.9}$$

I Sverige används metoden när de utjämningsmandat ett parti har fått skall fördelas på olika valkretsar:

---

[31] André Sainte-Laguë (1882–1950), fransk matematiker. Professor vid Conservatoire national des arts et métiers i Paris. Introducerade metoden 1910 i [319] då han var lärare på gymnasiet i Douai. [313].

[32] Detta har naturligtvis givit metoden dess vanliga svenska namn. På många andra håll i Europa är namnet *Sainte-Laguës metod* vanligare. I USA har metoden även kallats *the method of major fractions*, se appendix D.35.1.

> Av de utjämningsmandat som ett parti har fått tillförs det första den valkrets där partiet efter fördelningen av de fasta valkretsmandaten har större jämförelsetal än i övriga valkretsar. Återstående mandat tillförs ett efter ett den valkrets där partiet för varje gång har störst jämförelsetal vid en fortsatt tillämpning av den jämkade uddatalsmetoden på partiets röstetal i valkretsarna. I en valkrets där partiet inte har fått något fast valkretsmandat skall dock jämförelsetalet vid tilldelningen av det första mandatet vara lika med partiets röstetal. [3, 14 kap. 5 §][33]

Formuleringen med de udda talen som divisorer är den traditionella, men det är ekvivalent att halvera divisorerna och istället använda $d(m) = m - \frac{1}{2}$, dvs. följden $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, ..., se anm. 2.1. Som sagts i avsnitt 2.2 är Websters metod en divisorsmetod (i amerikansk formulering) med just denna talföljd $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, ..., vilket enligt sats 2.3 visar vårt påstående att Websters metod och uddatalsmetoden är samma metod.

Uddatalsmetoden kan alltså enligt (1.14) och (2.3) matematiskt beskrivas som:

Finn $m_1, \dots, m_n$ och Q så att

$$m_i - \frac{1}{2} \le \frac{r_i}{Q} \le m_i + \frac{1}{2} \tag{2.10}$$

och $\sum_{i=1}^{n} m_i = M$.

Uddatalsmetoden används bl.a. i Tyskland, se appendix D.34.

Uddatalsmetoden föreslogs av Sainte-Laguë [319] 1910. För hans motivering, se avsnitt 9.2.

2.3.3. Jämkade uddatalsmetoden. Den *jämkade uddatalsmetoden* (även kallad *modifierad Sainte-Laguës*[34] *metod*) är divisorsmetoden med divisorerna $d(1)$, 3, 5, 7, ...; den första divisorn är $d(1)$ är något annat tal än 1, men de övriga är de udda talen; skillnaden mot uddatalsmetoden är alltså att den första divisorn är modifierad (jämkad).

Den traditionella versionen använder jämkningen 1,4, alltså divisorerna $1{,}4$, 3, 5, 7, ..., vilka ges av formeln

$$d(m) = \begin{cases} 1{,}4 & \text{om } m = 1, \\ 2m - 1 & \text{om } m \ge 2. \end{cases} \tag{2.11}$$

---

[33] Den något märkliga formuleringen definierar alltså detta som en modifiering av den jämkade uddatalsmetoden, istället för tvärtom. Detta beror på att före 1988 användes den jämkade uddatalsmetoden här också, och vid ändringen gjordes bara ett tillägg av den sista meningen. [6]

[34] Se fotnot 31.

Sverige använder fr.o.m. valet 2018 istället jämkningen 1,2, alltså divisorerna $1, 2, 3, 5, 7, \dots$, vilka ges av formeln

$$d(m) = \begin{cases} 1{,}2 & \text{om } m = 1, \\ 2m - 1 & \text{om } m \geq 2. \end{cases} \tag{2.12}$$

Detta ger alltså jämförelsetalen i (1.13).

I Sverige är detta standardmetoden för mandatfördelning sedan 1952; den används, som sagt, vid val till riksdag, landsting, kommun och Europaparlamentet. 1952–2014 användes jämkningen 1,4; sedan 2018 istället 1,2. Jämkade uddatalsmetoden med jämkning 1,4 används också i Norge sedan 1953 och användes (för fasta mandat) i Danmark 1953–2006.

Storleken på jämkningen i den jämkade uddatalsmetoden, dvs. den första divisorn $d(1)$, är rätt godtycklig; den jämkade uddatalsmetoden kan i princip användas med andra värden (lämpligen mellan 1 och 2) på den första divisorn. Effekten av jämkningen är att småpartier får det svårare att få sitt första mandat, medan fördelningen mellan partier som får mandat inte påverkas alls; denna form av småpartispärr blir starkare ju högre tal som används för jämkningen.[35]

Följden 1,4, 3, 5, 7, ... av delningstal som ges av (2.11) är den traditionella, men det är uppenbart att samma resultat erhålls om vi halverar alla delningstal och istället använder

$$d(m) = \begin{cases} 0{,}7 & \text{om } m = 1, \\ m - \frac{1}{2} & \text{om } m \geq 2, \end{cases} \tag{2.13}$$

dvs. följden 0,7, 1,5, 2,5, ..., se anm. 2.1. På samma sätt kan vi använda 0,6, 1,5, 2,5, ... istället för (2.12).

2.3.4. Uddatalsmetoden med helmandatsspärr. Den tyska delstaten Nordrhein-Westfalen ändrade 2007 kommunalvallagen och införde då uddatalsmetoden med en spärr lika med en valkvot R/M.[36] Pukelsheim, Maier och Leutgäb [315] föreslog att man som spärr istället skulle använda divisorn Q i formulering D3 (s. 21) ovan (med vanlig avrundning); detta innebär

---

[35] Se appendix C.2.4 för den historiska bakgrunden varför jämkningen 1,4 valdes i Sverige 1952, och appendix C.3 varför den ändrades till 1,2 efter 2014; Norge och Danmark tycks båda ha kopierat den svenska metoden 1953.

Sedan utjämningsmandat och explicit småpartispärr infördes 1970 har jämkningen inte längre någon betydelse för mandatfördelningen i svenska riksdagsval, utom i (oavsedda) undantagsfall när utjämningsmandaten inte räcker till. (Men jämkningen påverkar de fasta mandaten och därigenom fördelningen av ett partis mandat mellan valkretsarna.) För kommunval hade jämkningen fortfarande betydelse som småpartispärr t.o.m. 2014, men från 2018 har utjämningsmandat införts även där. (I små kommuner, med ned till 21 fullmäktige, kan jämkningen dock spela en viss roll.) Jämkningen finns kvar, men ändrad till 1,2, av ett helt nytt skäl: enligt simuleringar råkar f.n. jämkningen 1,2 ge mindre behov av utjämningsmandat vid riksdagsval, se appendix C.3.

[36] Spärregeln har senare förklarats författningsvidrig av delstatens författningsdomstol [139].

alltså att alla tal under 1 avrundas till 0 men alla större tal till närmaste heltal.[37] Detta kan beskrivas som divisorsmetoden (fortfarande i formulering D3) med divisorerna 1, 1,5, 2,5, ..., dvs.

$$d(m) = \begin{cases} 1 & \text{om } m = 1, \\ m - \frac{1}{2} & \text{om } m \geq 2. \end{cases} \tag{2.14}$$

Alternativt kan vi fördubbla dessa och använda divisorerna 2, 3, 5, 7, ..., se anm. 2.1. Den föreslagna metoden är alltså den jämkade uddatalsmetoden med jämkning 2 (istället för 1,4), se avsnitt 2.3.3.

2.3.5. Danska metoden. Vid fördelning av utjämningsmandat i Danmark på valkretsar (se avsnitt 10.3.3 och appendix D.1 för detaljer) används en divisorsmetod med divisorerna 1, 4, 7, 10, ..., dvs. $d(m) = 3m - 2$. Det är matematiskt ekvivalent att istället använda divisorerna $d(m) = m - \frac{2}{3}$, dvs. följden $\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{3}$, $2\frac{1}{3}$, ...

2.3.6. Imperialimetoden. Divisorsmetoden med divisorerna $d(m) = m + 1$, dvs. följden 2, 3, 4, 5, ..., kallas *Imperialimetoden*[38].

Observera att i detta fall är $d(m) > m$, så tolkningen som avrundning är lite krystad: (2.3) säger att en kvot r_i/Q mellan $m+1$ och $m+2$ "avrundas" till m.

Imperialimetoden används sedan 1921 i belgiska kommunalval [67]; där definieras divisorerna som 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, ..., dvs. $d(m) = (m + 1)/2$, se appendix D.6, men detta är uppenbart ekvivalent, se anm. 2.1.

2.3.7. Estniska metoden. Estland använder divisorsmetoden med divisorerna $d(m) = m^{0,9}$, alltså 1, $2^{0,9}$, $3^{0,9}$, $4^{0,9}$, ..., eller (avrundat) 1, 1,866, 2,688, 3,482, 4,257, ..., se appendix D.9 och [74, § 62(5)]. Metoden kallas i den estniska vallagen *modifierad d'Hondts metod*, men jag kallar den här för den *estniska metoden*.

I detta fall är kvoterna $r_i/d(m) = r_i/m^{0,9}$, och att rangordna dem är detsamma som att rangordna $(r_i/d(m))^{1/0,9} = r_i^{1/0,9}/m$. Den estniska metoden ger alltså samma resultat som heltalsmetoden tillämpad på $r_i^{1/0,9} = r_i^{1,111\dots}$; denna potens, lite större än 1, innebär att metoden kan ses som att röstetalen räknas upp lite, med större uppräkning för större partier. Metoden är alltså strängt taget inte en proportionell metod, utan mandattalet blir proportionellt mot $r_i^{1,111\dots}$, vilket gynnar större partier (utöver att heltalsmetoden i sig gör det), men effekten är ganska liten. Metoden är utformad så att effekten blir större ju större partiet är.[39]

---

[37] Detta skulle vid kommunvalet 2004 ha givit samma resultat utom i 3 av de 427 kommunerna [315].

[38] Pierre Guillaume Imperiali des Princes de Francavilla (1874–1940), belgisk markis och senator.

[39] I valet 2009 kom sex partier över 5%-spärren; de fick 27,8%, 26,1%, 17,9%, 10,6%, 7,1%, 7,1% av rösterna, vilket gav dem 31, 29, 19, 10, 6, resp. 6 mandat (av totalt 101). En fördelning enligt heltalsmetoden hade givit dem 29, 28, 19, 11, 7, resp. 7 mandat, så

2.3.8. Macaus metod. I Macau används en divisorsmetod med divisorerna $1, 2, 4, 8, \dots$, alltså tvåpotenserna $d(m) = 2^{m-1}$, se appendix D.22 och [104, Artigo 17.º 2)].

Jämfört med heltalsmetoden ger detta samma resultat för de två första mandaten, men det är betydligt svårare att få det tredje, och mycket svårare att få ännu fler. Valmetoden är alltså inte alls en proportionell metod, och den uppmuntrar till splittring av större partier.

Metoder med $d(1) = 0$. I USA brukar fem olika divisorsmetoder diskuteras, förutom Jeffersons och Websters metoder beskrivna ovan följande tre (avsnitt 2.3.9–2.3.11). Dessa tre har alla egenheten att $d(1) = 0$, vilket innebär att alla kvoter r_i/Q, hur små de än är, avrundas upp till 1 (eller mer).[40] Detta innebär alltså att varje parti får minst 1 mandat,[41] se vidare avsnitt 2.4. Detta är knappast acceptabelt vid allmänna val, där man ju inte vill ge mandat till extremt små partier, men är snarast en fördel i den amerikanska fördelningen av platser i representanthuset på delstater där ett bivillkor ändå är att varje stat skall ha minst en representant.

2.3.9. Adams metod. *Adams*[42] *metod* är den amerikanska formuleringen i avsnitt 2.2 med avrundning uppåt av r_i/Q. Vi ersätter alltså (2.10) med

$$m_i - 1 \le \frac{r_i}{Q} \le m_i. \tag{2.15}$$

Detta är alltså en divisorsmetod med följden 0, 1, 2, …; $d(m) = m - 1$.

Genom att jämföra (2.15) och (2.7) är det lätt att se att Adams metod ger samma resultat som att först ge varje parti 1 mandat, och sedan fördela resten av mandaten med Jeffersons metod (heltalsmetoden) i avsnitt 2.3.1. (Se även exempel 2.5.)

Adams metod föreslogs 1832 för fördelning av platserna i USA:s representanthus, se appendix D.35.1, men har aldrig använts där, eller, så vitt jag vet, någon annanstans. Den är naturligtvis otänkbar vid allmänna val.[43]

---

skillnaden är tydlig men inte stor. Man ser också att det största partiet hade 3,9 gånger så många röster som det minsta riksdagspartiet, men fick 5,2 gånger så många mandat, vilket delvis beror på heltalsmetoden och delvis på att $3{,}9^{1{,}111} = 4{,}5$.

[40] I formuleringen med jämförelsetal får varje parti ∞ som första jämförelsetal.

[41] Vi förutsätter att det finns minst lika många mandat som partier. I annat fall lottas mandaten ut på partierna, om man inte delar ut dem i storleksordning, men metoderna är naturligtvis inte avsedda att användas i sådana fall.

[42] John Quincy Adams (1767–1848), amerikansk politiker från Massachusetts, USA:s sjätte president 1825–1829 och son till USA:s andre president John Adams. Var när han föreslog metoden 1832 ledamot av representanthuset.

[43] Om den inte kombineras med en småpartispärr, eller höga krav på registrering av partier, men även i sådana fall är den olämplig genom att missgynna stora partier och uppmuntra till partisplittring.

Valberedningen i Sveriges riksdag utses av partigrupperna[44] och består av 1 ledamot från varje parti, samt 10 ledamöter som fördelas med heltalsmetoden [2, 7 kap. 2 § och 7.2.1]. Detta blir alltså samma resultat som med Adams metod, med (10 + antal partier) platser. Om man vill kan man alltså kalla detta en användning av Adams metod; detta är en smaksak.

2.3.10. Huntingtons metod. *Huntingtons*[45] *metod* (eller *Hills*[46] *metod* eller *Huntington–Hills* metod, av Huntington själv kallad *method of equal proportions*) är en divisorsmetod med divisorerna $d(m) = \sqrt{m(m-1)}$, det geometriska medelvärdet av $m-1$ och m. Avrundat är detta följden 0, 1,414, 2,449, 3,464, 4,472, 5,477, ...

Metoden föreslogs 1921 av Huntington [255] (för fördelning av platserna i USA:s representanthus), och motiverades av honom med att den minimerar de relativa skillnaderna mellan m_i/r_i för olika partier (dvs. olika delstater i Huntingtons fall), se sats 9.12. Denna princip hade tidigare föreslagits av Hill 1910, men Hill hade föreslagit principen i kombination med valkvotsmetoden, se avsnitt 3.4.6. Huntington [255, 256] menade att Hills metod var den bästa dittills kända metoden, men att Hill inte tillämpade principen fullt ut, vilket Huntingtons metod gör. Balinski och Young [180, s. 185] tycks däremot mena att Hill avsåg att principen skulle tillämpas fullt ut, men att han gjorde ett misstag i formuleringen av den metod som principen leder till, och att Huntington bara rättade misstaget. Balinski och Young [180] kallar därför metoden *Hills metod*.[47]

Metoden hade redan tidigare upptäckts av Sainte-Laguë [319] som den metod som minimerar ett visst minstakvadratfel, se avsnitt 9.5, men Sainte-Lague rekommenderade inte denna metod utan en annan (uddatalsmetoden, se avsnitt 9.2).

Huntingtons metod används sedan 1941 för fördelning av platserna i USA:s representanthus, se appendix D.35.

---

[44] Endast partier som nått över 4%-spärren deltar. Om något annat parti blir representerat genom att uppfylla undantagsregeln om minst 12% i en valkrets, se appendix B, så blir partiet inte med i valberedningen.

[45] Edward Vermilye Huntington (1874–1952), amerikansk matematiker och professor i mekanik vid Harvard, ordförande i Mathematical Association of America, vice ordf. i American Mathematical Society och i American Association for the Advancement of Science [295]. Formulerade metoden 1921 och propagerade sedan framgångsrikt för den.

[46] Joseph Adna Hill (1860–1938), amerikansk statistiker. Chefsstatistiker vid the Bureau of the Census. Föreslog principen för metoden 1910–1911. [180, s. 47–50], [255, s. 862, 868]

[47] Huntington [256, s. 89] hävdar också att hans metod härleddes med ett helt annat argument än Hills. Huntington såg metoden som sin uppfinning, och kan ha haft intresse av att nedvärdera Hills insats, även om han berömmer Hill för att ha varit först med principen om relativa skillnader. Å andra sidan är Balinski och Young [180] tydligt kritiska mot Huntington, och kan ha påverkats av detta.

	$d(m)$
Estniska metoden	$m^{0{,}9}$
Imperialimetoden	$m+1$
Heltalsmetoden (d'Hondt, Jefferson)	m
Jämkade uddatalsmetoden	$\begin{cases} 0{,}7 \text{ eller } 0{,}6 & m=1 \\ m-\frac{1}{2}, & m \geq 2 \end{cases}$
Uddatalsmetoden med spärr	$\begin{cases} 1, & m=1 \\ m-\frac{1}{2}, & m \geq 2 \end{cases}$
Uddatalsmetoden (Webster)	$m-\frac{1}{2}$
Danska metoden	$m-\frac{2}{3}$
Macaus metod	2^{m-1}
Huntingtons metod	$\sqrt{m(m-1)}$
Deans metod	$\frac{2m(m-1)}{2m-1}$
Adams metod	$m-1$

TABELL 2.1. Olika divisorsmetoder.

2.3.11. Deans metod. *Deans*[48] *metod* är en divisorsmetod med divisorerna $d(m) = \frac{2m(m-1)}{2m-1}$, det harmoniska medelvärdet av $m-1$ och m. (Dvs., $1/d(m)$ är vanliga medelvärdet av $1/m$ och $1/(m-1)$, se (9.45).) Avrundat är detta följden 0, 1,333, 2,4, 3,429, 4,444, 5,455, ...

Se avsnitt 9.6 för en motivering.

Metoden föreslogs 1832 för fördelning av platserna i USA:s representanthus; den har aldrig använts där (eller någon annanstans så vitt jag vet), men den har ofta förekommit i diskussionerna i USA, se appendix D.35.1.

Sammanfattning av divisorsmetoder. Vi sammanfattar de olika divisorsmetoderna ovan i tabell 2.1. För att underlätta jämförelser har vi för t.ex. uddatalsmetoden valt att beskriva divisorn som $m - \frac{1}{2}$ snarare än den traditionella $2m-1$; som sagts ovan är detta ekvivalent, se anm. 2.1. På detta sätt gäller att $d(m)$ växer som m för samtliga metoder i tabellen utom den estniska och Macaus,[49] och att mer precist $m-1 \leq d(m) \leq m$ för alla andra metoder utom Imperialimetoden.

Metoderna är grovt ordnade efter om de gynnar små eller stora partier, med metoder som gynnar stora partier högst upp och metoder som gynnar små partier längst ned; se avsnitt 8.6 och 8.7.

[48] James Dean, professor i astronomi och matematik vid University of Vermont. Föreslog metoden i ett brev till Webster 1832. [180, s. 29]

[49] Formellt gäller, med dessa två undantag, $d(m)/m \to 1$ när $m \to \infty$. Detta medför att metoderna är asymptotiskt proportionella, se avsnitt 5.12 och sats 8.45.

2.3.12. Linjära divisormetoder. Flera av metoderna ovan (inklusive de två viktigaste) har divisorer av formen

$$d(m) = m - 1 + q \tag{2.16}$$

för någon parameter $q \geq 0$. Mer precist ger $q = 0$, $1/3$, $1/2$, 1 och 2 Adams metod, danska metoden, uddatalsmetoden, heltalsmetoden resp. Imperialimetoden.

Dessa divisormetoder kallas *linjära* eller *stationära.* (Mer precist kallar vi metoden med (2.16) q-*linjär.*) Denna familj divisorsmetoder behandlas i en del teoretiska arbeten där det är möjligt att på detta sätt visa egenskaper för dessa olika divisorsmetoder på en gång, och samtidigt ge en jämförelse mellan dem, se t.ex. [267], [281], [241], [263].

Definitionen (2.16) förutsätter $q \geq 0$, men vi kan utvidga den till $q < 0$ om vi ersätter negativa värden med 0, dvs. sätter $d(m) = (m - 1 + q)_+ = \max(m - 1 + q, 0)$; se [263, Appendix A.1]. Ett exempel är förslaget i [235], se exempel 2.6, som är fallet $q = -5$.

2.3.13. Potensmedelvärden. En annan familj divisorsmetoder som ibland studeras tillsammans i teoretiska arbeten (t.ex. [281]) är potensmedelvärdet

$$d(m) = \left(\frac{(m-1)^p + m^p}{2}\right)^{1/p}, \tag{2.17}$$

där $-\infty \leq p \leq \infty$. (Fallen $p = 0$ och $\pm\infty$ måste, på vanligt sätt, tolkas konstruktivt som gränsvärden, vilket ger $\sqrt{m(m-1)}$, m och $m - 1$.) Man ser lätt att $d(m)$ är en strikt växande funktion av p, som växer kontinuerligt från $m - 1$ till m när p växer från $-\infty$ till ∞.

Intresset hos denna familj metoder ligger i att de fem (i USA "traditionella") divisorsmetoderna Adams, Dean, Huntington, Webster och Jefferson alla kan skrivas på detta sätt, med $p = -\infty$, -1, 0, 1 resp. ∞. (Andra val av p förekommer inte i praktiken, men kan ha teoretiskt intresse som mellanting, se [281].)

Vi noterar att om $p \neq 0, \pm\infty$ ger två Taylorutvecklingar att

$$\begin{aligned} d(m) &= m\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Bigl(1 - \frac{1}{m}\Bigr)^p\right)^{1/p} = m\left(1 - \frac{p}{2m} + O\left(\frac{1}{m^2}\right)\right)^{1/p} \\ &= m\left(1 - \frac{1}{2m} + O\left(\frac{1}{m^2}\right)\right) = m - \frac{1}{2} + O\left(\frac{1}{m}\right). \end{aligned} \tag{2.18}$$

Detsamma gäller även om $p = 0$, varför vi i alla fall utom $p = \pm\infty$ har $d(m) = m - \frac{1}{2} + o(1)$ när $m \to \infty$; dessa metoder ligger alltså nära varandra vid stora mandatantal. (Se t.ex. anm. 8.48.)

2.4. Divisorsmetoder med ett minimiantal mandat

I vissa fall finns ett villkor att varje parti skall få minst ett visst antal m_0 mandat, där $m_0 \geq 1$ är ett i förväg bestämt tal. (Vi förutsätter att $M \geq nm_0$, så att mandaten räcker till detta.) Detta är naturligtvis inte aktuellt vid allmänna val, men kan tänkas t.ex. vid val av riksdagsutskott el. dyl. (ett exempel är riksdagens valberedning i Sverige, se avsnitt 2.3.9); i praktiken förekommer det nog framför allt vid fördelning av mandat på valkretsar. (Men vi fortsätter att som vanligt tala om partier för enhetlighets skull.)

En möjlighet att garantera ett minimiantal är naturligtvis att först ge varje parti minimiantalet m_0 mandat, och sedan fördela resten av mandaten:

BAS + NÅGON METOD. *Ge först varje parti minimiantalet m_0 mandat, och fördela sedan resterande $M - nm_0$ mandat med önskad metod.*

Så görs, som sagts i avsnitt 2.3.9, med valberedningen i Sveriges riksdag: 1 ledamot från varje parti och 10 ledamöter som fördelas med heltalsmetoden [2, 7 kap. 2 § och 7.2.1]. Ett annat exempel är fördelningen av mandat för utlandsröster i Italien på fyra valkretsar; för både deputeradekammaren och senaten ges 1 mandat till varje valkrets och resterande mandat fördelas med valkvotsmetoden, se appendix D.16. Ytterligare ett exempel är förslaget i [235; 236] för fördelning av platser i Europaparlamentet mellan medlemsländer; förslaget kan beskrivas som först $m_0 = 6$ mandat till varje land varefter resten fördelas med heltalsmetoden.

Men detta är något annat än att modifiera en valmetod med ett minimiantal, eftersom fördelningen av mandaten typiskt påverkas även i fall då varje parti ändå uppnår minimiantalet. (T.ex. ger Jeffersons metod med 1 extra mandat till varje parti samma resultat som Adams metod, se avsnitt 2.3.9.)

En annan allmän metod för att garantera ett visst minimiantal m_0 är följande.

MINIMIANTAL MED OMRÄKNING. *Gör en preliminär mandatfördelning med önskad metod. Om alla partier får minst m_0 mandat är detta resultatet.*

Om något eller några partier inte får m_0 mandat i den preliminära fördelningen, ge dem ändå m_0 mandat, och gör en ny fördelning av återstående mandat på återstående partier. Upprepa vid behov.

För exempel (med valkvotsmetoden), se avsnitt 3.3.

Vi studerar i fortsättningen av detta avsnitt bara divisorsmetoder, jfr motsvarande diskussion för kvotmetoder i avsnitt 3.3.

För metoden med omräkning gäller för en divisorsmetod att de partier som finns med i omräkningen får samma jämförelsetal som i den preliminära fördelningen. De kommer därför att tilldelas mandat i samma inbördes ordning som i den preliminära fördelningen, och eftersom deras totala antal mandat blir mindre måste åtminstone något av dem få färre mandat medan inget kan få fler. (Detta gäller inte för kvotmetoder, se avsnitt 3.3.)

För divisorsmetoder finns yttterligare ett naturligt alternativ.

DIVISORSMETOD MED MINIMIANTAL. *Ge först varje parti minimiantalet m_0 mandat, och fördela sedan resterande $M - nm_0$ mandat med en divisorsmetod (formulering D1), med hänsyn till de redan utdelade mandaten.*

Detta betyder att jämförelsetalen beräknas som i (2.2), där $m_i(k)$ är det antal mandat parti i redan fått, inklusive de första m_0.

Vi skall se att för en divisorsmetod ger detta samma resultat som metoden med omräkning. Vi börjar med att studera divisorsmetoder mer allmänt.

Med divisormetoder kan man garantera ett minimiantal m_0 mandat genom att välja $d(1) = \cdots = d(m_0) = 0$ (men $d(m_0 + 1) > 0$); det följer lätt av valfri formulering D1, D2 eller D4 att varje parti då får minst m_0 mandat. (Vi förutsätter som sagt att $M \geq nm_0$, så att mandaten räcker.) T.ex. får i formulering D1 varje parti jämförelsetalet ∞ tills det fått m_0 mandat. För exempel, med $m_0 = 1$, se avsnitt 2.3.9–2.3.11.

Vi noterar att kombinationen "bas + divisorsmetod" ovan kan formuleras som en annan divisorsmetod, med divisorerna 0, . . . , 0, $d(1)$, $d(2)$, . . . (med m_0 divisorer 0 inskjutna före de andra).

Sats 2.4. *Att först ge varje parti m_0 mandat och sedan fördela resten med en divisorsmetod med divisorer $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, . . . är detsamma som divisorsmetoden med divisorer*

$$d'(m) = \begin{cases} 0, & m \leq m_0, \\ d(m - m_0), & m > m_0. \end{cases} \tag{2.19}$$

Bevis. Detta följer omedelbart från formulering D2. (Eller från D4.) □

Exempel 2.5. "1 + Jeffersons metod (heltalsmetoden)" är divisorsmetoden med divisorerna $0, 1, 2, \ldots$, dvs. Adams metod, se avsnitt 2.3.9.

Exempel 2.6. Förslaget "6 + d'Hondt (heltalsmetoden)" i [235; 236] är divisorsmetoden med divisorerna $0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, \ldots$. Sats 2.4 visar också att detta är detsamma som "5 + Adams metod" [235; 236].

Vidare kan vi nu visa att "Minimiantal med omräkning" och "Divisorsmetod med minimiantal" ovan ger samma resultat för en divisorsmetod, och att detta är en ny divisorsmetod. Observera skillnaden mot "bas + divisorsmetod" i sats 2.4.

Sats 2.7. *För en divisorsmetod med divisorer $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, . . . ger följande modifieringar samma resultat, för varje $m_0 \geq 1$,*

(i) *"Minimiantal med omräkning" ovan.*
(ii) *"Divisorsmetod med minimiantal" enligt ovan, dvs. att först ge varje parti m_0 mandat och sedan fördela resten med divisorsmetoden med divisorer $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, . . . , med hänsyn till redan utdelade mandat.*
(iii) *Divisorsmetoden med divisorer*

$$d'(m) = \begin{cases} 0, & m \leq m_0, \\ d(m), & m > m_0. \end{cases} \tag{2.20}$$

Bevis. Vi använder formulering D2. Det är lätt att se att alla tre versionerna innebär att vi tar de m_0 första kvoterna $r_i/d(j)$ för varje parti (dvs. de med $1 \leq j \leq m_0$), samt de $M - nm_0$ största av de återstående. □

Exempel 2.8. “Jeffersons metod med minimum 1” är divisorsmetoden med divisorer $0, 2, 3, 4, \dots$, vilket skiljer sig från “1 + Jefferson” i exempel 2.5.

KAPITEL 3

Kvotmetoder

3.1. Allmänt

I en *kvotmetod*[50] bestäms först en *kvot* Q. (Q kan, liksom divisorn Q i den amerikanska versionen av divisorsmetoder i avsnitt 2.2, ses som ett riktpris, i antal röster, per mandat.) Sedan fördelas mandaten på följande sätt:

KVOTMETOD, FORMULERING K1. *Dividera röstetalen r_i med Q. Varje parti får först $\lfloor r_i/Q \rfloor$ mandat, därefter ges eventuellt resterande mandat till de partier som har störst bråkdel $\{r_i/Q\} = r_i/Q - \lfloor r_i/Q \rfloor$.*

En alternativ formulering är följande:

KVOTMETOD, FORMULERING K2. *Dividera röstetalen r_i med Q. Varje parti får först $\lfloor r_i/Q \rfloor$ mandat, därefter ges eventuellt resterande mandat till de partier som har störst rest vid divisionen r_i/Q.*

Formuleringarna K1 och K2 är ekvivalenta eftersom resten vid divisionen är $r_i - \lfloor r_i/Q \rfloor Q$, vilket är Q gånger bråkdelen $\{r_i/Q\} = r_i/Q - \lfloor r_i/Q \rfloor$. Resten kallas också *överskott*, i enlighet med tanken att varje mandat kostar Q röster.

För en kvotmetod gäller alltså alltid att

$$\lfloor r_i/Q \rfloor \leq m_i \leq \lfloor r_i/Q \rfloor + 1. \tag{3.1}$$

Tanken är att restmandat bara skall delas ut till partier med ett positivt överskott, så att, något skarpare än (3.1),

$$\lfloor r_i/Q \rfloor \leq m_i \leq \lceil r_i/Q \rceil . \tag{3.2}$$

Olika kvotmetoder skiljer sig genom olika val av metod att beräkna kvoten Q. Åtminstone kvoterna i avsnitt 3.2.1–3.2.3 nedan förekommer [200], [300].

ANMÄRKNING 3.1. Det är underförstått i beskrivningen ovan att kvoten Q är så stor att $\sum_{i=1}^{n} \lfloor r_i/Q \rfloor \leq M$, så att inte fler än M mandat skall fördelas redan i första steget; i annat fall behövs någon specialregel för att begränsa antalet mandat till M.[51] För kvoterna i avsnitt 3.2.1–3.2.3 (som är de enda jag känner till som används) kan detta problem aldrig uppstå med

[50] Engelska *largest [greatest] remainder methods.*

[51] En tänkbar sådan specialregel är att i ett sådant fall öka kvoten tillräckligt mycket [193], vilket innebär övergång till Jeffersons metod (heltalsmetoden), se avsnitt 2.3.1. En

enkla valkvoten (Hares kvot) $Q = R/M$, och inte heller med Droops kvot med traditionell avrundning, men med oavrundad Droops kvot och ännu mer med en mindre kvot, som Imperialis kvot, är det teoretiskt möjligt att $\sum_{i=1}^{n} \lfloor r_i/Q \rfloor > M$. (Med oavrundad Droops kvot händer detta endast om alla röstetal r_i är heltalsmultiplar av Q, vilket är mycket osannolikt vid stora röstetal, se exempel 3.4; med Imperialis kvot händer det t.ex. alltid om det bara finns två partier.) Se avsnitt 7.2.

Det är också underförstått i beskrivningen ovan att högst n överskjutande mandat skall delas ut, och alltså att $\sum_{i=1}^{n} \bigl(\lfloor r_i/Q \rfloor + 1\bigr) \geq M$, och helst, se (3.2), $\sum_{i=1}^{n} \lceil r_i/Q \rceil \geq M$. För kvoterna nedan gäller detta alltid för enkla valkvoten, oavrundad Droops kvot och Imperialis kvot; se avsnitt 7.2. Samma gäller normalt för Droops kvot utom vid ett litet antal röster, se sats 7.9(i), vilket är orealistiskt vid allmänna val men kan tänkas vid t.ex. kommittéval i en mindre församling.

Anmärkning 3.2. En teknisk fråga, gemensam för alla sätt att beräkna Q, är om kvoten Q vid beräkningen skall avrundas så att den alltid är ett heltal. Avrundning förekommer ibland men inte alltid. (Olika beskrivningar är inte alltid så noga med att specificera ev. avrundning, och ibland är de motsägelsefulla[52].)

Avrundning kan vara naturlig om man ser kvoten som antalet röster som krävs för ett mandat, och kan också användas för att förenkla beräkningarna om de, som alltid förr i tiden, görs för hand. (I bl.a. Irland och Malta används Droops kvot för valmetoden STV, som är besläktad med kvotmetoder men har en lista och inte partilistor, se kapitel 12; i versionerna där räknas rösterna fysiskt så att en hög på exakt Q röster bildas för varje vald kandidat, vilket naturligtvis kräver att Q är ett heltal.) Å andra sidan kan avrundingen i undantagsfall ge paradoxala resultat, se avsnitt 6.1 och [261], så jag ser det som olämpligt att avrunda.

Dessutom har i stort sett alla valmetoder som behandlas här den trevliga egenskapen att vara *homogena*, dvs. om alla röstetal ändras med samma faktor blir resultatet detsamma, se avsnitt 5.9.[53] Detta gäller dock inte alltid för kvotmetoder med avrundad kvot. Detta har kanske mindre praktisk betydelse, men är ändå ett skäl att inte avrunda.

Vid allmänna val med stora röstsiffror spelar det i praktiken naturligtvis nästan aldrig någon roll för resultatet om man avrundar Q eller inte, men detta är knappast ett argument för avrundning. Det avgörande är ju vad som händer de få gånger resultaten skiljer sig, och i dessa fall är oavrundade kvoter mycket bättre.

---

annan möjlighet är att eliminera de överskjutande mandaten med lottning (eller annan regel, t.ex. från de minsta partierna). En tredje möjlighet är att använda en av formuleringarna K3–K6 i avsnitt 7.2, vilka inte kräver specialregler.

[52]Se t.ex. fotnot 482 (s. 262).

[53]Den automatiska metoden, avsnitt 4.2, är ett undantag.

ANMÄRKNING 3.3. Kvoterna nedan beräknas utgående från totalantalet röster. En annan teknisk fråga är vilket totalantal som skall användas. (Detta har oftast större praktisk betydelse än ev. avrundning.) Rimligen räknas inte ogiltiga röster alls, utan bara giltiga röster. Men ofta finns spärregler så att bara partier över en viss storlek deltar i mandatfördelningen, och man kan då vid fördelningen utgå från antingen totalantalet giltiga röster eller totalantalet röster på de partier som deltar i fördelningen. Det senare är vanligast, och i mitt tycke mest logiskt, men båda förekommer. (Grekland och Cypern är exempel där totalantalet giltiga röster används.) [300]

3.2. Olika kvoter och kvotmetoder

Som sagts ovan används flera olika kvoter för kvotmetoder; de vanligaste är Hares kvot och Droops kvot (avsnitt 3.2.1–3.2.2), i båda fallen finns flera versioner med olika avrundning (eller ingen avrundning). Samma kvoter används också av en del andra valmetoder, speciellt STV (kapitel 12), se också avsnitt 3.4.8. De förekommer även i spärregler (se t.ex. appendix D.27).

3.2.1. Valkvotsmetoden. *Valkvotsmetoden* (*Hares metod* eller *Hare–Niemeyers*[54] *metod* eller *Hamiltons metod*[55]) i avsnitt 1.2.1 fås med *enkla valkvoten* (*Hares kvot*)[56]

$$Q_H = \frac{R}{M}. \tag{3.3}$$

I detta fall ges kvoterna r_i/Q som kvotmetoden bygger på av, jfr (1.3),

$$\frac{r_i}{Q_H} = \frac{r_i M}{R} = \mu_i, \tag{3.4}$$

de är alltså de exakta mandattal som skulle ge exakt proportionell representation (fast dessa ju normalt inte är heltal), och summan av dem är exakt M.

Hare själv avrundade kvoten nedåt till heltal

$$Q_{H-} = \left\lfloor \frac{R}{M} \right\rfloor \tag{3.5}$$

enligt bruket vid hans tid [313; 343]; denna avrundade kvot användes också i Danmark 1855–1915, se avsnitt 12.3.1. Den nedåt avrundade kvoten används bl.a. i Cypern, Grekland och Italien [300], [96], [314].

Litauen använder valkvotsmetoden med Hares kvot avrundad *uppåt*:

$$Q_{H+} = \left\lceil \frac{R}{M} \right\rceil \tag{3.6}$$

---

[54]Horst Friedrich Niemeyer (1931–2007), tysk matematiker, professor i Marburg och Aachen. Föreslog tyska förbundsdagen metoden i ett brev 1970.

[55]I USA tidigare även kallad *Vintons metod*, se appendix D.35.1.

[56]Kvoten brukar kallas Hares kvot, åtminstone på engelska, trots att Hare inte var den första som använde den. Den användes (åtminstone implicit) redan av Hamilton, och den infördes av Andræ i Danmarks valsystem redan 1855, några år före Hares skrifter, se avsnitt 12.3.1.

se [102], [300] och [314].

Oavrundad Hares kvot (3.3) (valkvoten) används i bl.a. Danmark (se appendix D.1) och Bulgarien, liksom i Nederländerna för fördelning inom karteller (se appendix D.27). Som sagts i avsnitt 1.2.1 används metoden i Sverige inte vid själva valen, men vid fördelningen före valen av fasta mandat på valkretsar, proportionellt mot antalet röstberättigade (se appendix B).

Tjeckien fördelar mandat på valkretsarna med valkvotsmetoden med kvoten avrundad till heltal [133, Article 48], se appendix D.33; jag gissar att detta betyder närmaste heltal, men är inte säker.

Som sagts i anm. 3.2 finns knappast några matematiska skäl för avrundning, men däremot flera emot även om avrundningen har mycket liten betydelse i praktiken. En avrundning förstör också (3.4) och dess konsekvenser.

Valkvotsmetoden är en av de äldsta valmetoderna. Den är enkel och intuitiv, och har vissa tilltalande egenskaper; den är på några naturliga sätt den mest rättvisa metoden, se avsnitt 9.1. Men metoden (och andra kvotmetoder) har också en del paradoxala och oönskade egenskaper som divisorsmetoder inte har, se kapitel 5 och 6. Valkvotsmetoden är en utmärkt metod för en enda fördelning, men den passar inte så bra i ett dynamiskt system där storleken på partierna, och kanske deras antal, ändras från val till val.

3.2.2. Droops metod. *Droops*[57] *metod* använder istället *Droops kvot*

$$Q_D = \left\lfloor \frac{R}{M+1} \right\rfloor + 1, \tag{3.7}$$

med andra ord det heltal som är närmast större än $R/(M+1)$. (Observera att om $R/(M+1)$ är ett heltal är Droops kvot $1 + R/(M+1)$; annars är Droops kvot $R/(M+1)$ avrundad uppåt.)[58] Droops kvot kallas även *Hagenbach-Bischoffs*[59] *kvot* [200; 213; 227; 31], speciellt när den används i Hagenbach-Bischoffs metod, se avsnitt 3.4.8.

En variant av Droops kvot är *oavrundad Droops kvot* eller *exakt Droops kvot*[60]

$$Q_{D0} = \frac{R}{M+1}. \tag{3.8}$$

[57] Henry Richmond Droop (1831–1884), engelsk advokat. Skrev bl.a. [208] där kvoten (3.7) föreslås (för STV, se kapitel 12).

[58] Droops kvot anges ofta som $Q_D = \frac{R}{M+1} + 1$, men detta beror nog på att det är underförstått att kvoten skall avrundas nedåt (och kanske ibland på missförstånd). Om kvoten inte är avrundad till heltal finns det knappast någon poäng med att lägga till 1.

[59] Se fotnot 28 (s. 23). Observera att Hagenbach-Bischoff inte förespråkade kvotmetoder utan användning av kvoten vid heltalsmetoden, se avsnitt 3.4.8.

[60] Flera olika namn finns. Jag föredrar att se den som en version av Droops kvot, i likhet med [276], men ger den ett eget namn för tydlighets skull. Den kallas ibland *Newland–Brittons kvot* (eller *NB kvot*) efter [291] där den infördes [343; 311].

Se [290], [276] och [261] för argument för den oavrundade versionen, och [291] för ett praktiskt exempel (för STV).[61]

Flera andra möjligheter till avrundning av Droops kvot finns. Vanlig avrundning till närmaste heltal

$$Q_{D1} = \left\langle \frac{R}{M+1} \right\rangle \tag{3.9}$$

används i Slovakien, [300], medan avrundning nedåt

$$Q_{D-} = \left\lfloor \frac{R}{M+1} \right\rfloor = Q_D - 1. \tag{3.10}$$

och uppåt

$$Q_{D+} = \left\lceil \frac{R}{M+1} \right\rceil; \tag{3.11}$$

användes i den schweiziska kantonen Solothurn 1896–1977 resp. 1981–1993 [314, Section 5.6]. (Observera att Q_{D+} skiljer sig från Q_D i (3.7) endast när $R/(M+1)$ är ett heltal.) Avrundning nedåt, (3.10), förekommer också i exemplen i [213] och [227] (i dessa kallad Hagenbach-Bischoffs kvot).[62]

Skillnaderna mellan versionerna (3.7)–(3.10) är högst 1, vilket normalt är försumbart vid allmänna val, men vid val i små församlingar kan skillnaden spela roll. I de flesta fall, speciellt för STV, används ursprungsversionen Q_D i (3.7) (av tradition eller för att man vill ha heltal); Q_D är alltså standardversionen av Droops kvot.

Varning. Terminologin är varierande. Jag föredrar att se alla versionerna ovan som olika versioner av Droops kvot, och jag gör ingen skillnad mellan "Droops kvot" och "Hagenbach-Bischoffs kvot". Medan t.ex. [193; 169] säger att Hagenbach-Bischoffs kvot är ett annat namn på Droops kvot så använder t.ex. [292] "Hagenbach-Bischoffs kvot" som ett namn på oavrundad Droops kvot.[63] Eftersom, som sagt, beskrivningar inte alltid är så noga med att ange ev. avrundning är det inte heller alltid klart vilken version av Droops kvot som egentligen avses.

En motivering för Droops kvot (3.7) är att den är det minsta heltal som garanterar att det i första steget i kvotmetoden aldrig delas ut fler mandat än de M som finns, se avsnitt 7.2. Annorlunda uttryckt är Droops kvot det

[61] I vissa versioner av STV räknas bråkdelar av röster med ett fixt antal decimaler, se avsnitt 12.1. Ibland uttrycks detta på ett ekvivalent sätt som att varje röst räknas som t.ex. 100 eller 1000; i detta fall beräknas Droops kvot normalt med avrunding efter denna multiplikation, vilket är ekvivalent med att räkna varje röst som 1 och beräkna Droops kvot genom avrundning uppåt (eller höjning) av sista decimalen, vilket vanligtvis inte blir ett heltal. Resultatet blir alltså nästan som Droops oavrundade kvot (3.8)

[62] Hagenbach-Bischoff [239] själv avrundade uppåt, till Q_D, och redan 1905 [22, s. 60] omtalas den vanliga kvoten Q_D som Hagenbach-Bischoffs. (Vid val till schweiziska nationalrådet, i Hagenbach-Bischoffs hemland, används åtminstone numera Hagenbach-Bischoffs metod med denna kvot (3.7) [119, Art. 40].)

[63] Eller möjligen Droops kvot avrundad nedåt; exemplet i [292] ger ändå ett heltal men en annan kvot avrundas.

minsta antal röster som garanterar att högst $M-1$ andra partier kan ha lika många eller fler röster. Det är alltså rimligt att ett parti med detta antal röster skall få minst ett mandat, vilket är en anledning till att Droops kvot ofta används.

På samma sätt är en motivering för oavrundad Droops kvot att det är den minsta kvot överhuvud taget (ej nödvändigtvis heltal) som garanterar att högst M mandat fördelas i första steget, med följande undantag, se anm. 3.1 och avsnitt 7.2.

Exempel 3.4. Antag att alla $p_i = r_i/R$ är multiplar av $1/(M+1)$; detta händer t.ex. om vi har $M+1$ partier med lika många röster. Med $Q = R/(M+1)$ är i detta fall alla tal

$$\frac{r_i}{Q} = \frac{r_i}{R}(M+1) = p_i(M+1) \tag{3.12}$$

heltal. Följaktligen är

$$\sum_{i=1}^{n} \left\lfloor \frac{r_i}{Q} \right\rfloor = \sum_{i=1}^{n} \frac{r_i}{Q} = \frac{R}{Q} = M+1 \tag{3.13}$$

så $M+1$ mandat skall fördelas i första steget, vilket inte går.

Observera att det bara är i detta fall vi kan få problem med oavrundad Droops kvot; om inte alla p_i är multiplar av $1/(M+1)$ är inte alla tal i (3.12) heltal, och då har vi strikt olikhet i (3.13).

Eftersom avrundning är potentiellt farlig, se avsnitt 3.2.2, anser jag den vanliga (avrundade) Droops kvot (3.7) som olämplig. Oavrundad Droops kvot tycks vara ett bättre val; den är ekvivalent utom i sällsynta undantagsfall, men den undviker de allvarliga problem som kan uppkomma med Droops kvot i vissa sådana undantagsfall, och att den kräver en specialregel i ett annat undantagsfall (exempel 3.4) har inte några allvarliga följder. Den ger också bättre proportionalitetsegenskaper, se följdsats 8.13 och sats 8.14 och exempel 8.15. (Samt, för valmetoden STV, avsnitt 12.5.1 och speciellt följdsats 12.9. Se [290], [276] och [261] för en diskussion om Droops kvot (3.7) eller den oavrundade versionen (3.8) är bäst för STV.) Jag kan inte se någon motivering alls till annan avrundning, (3.9)–(3.11), annat än okunskap eller missförstånd.

Eftersom en mindre kvot gör att kvoterna r_i/Q blir större, och alltså fler mandat fördelas i metodens första steg, så gör alltså oavrundad Droops kvot att så många mandat som möjligt fördelas i första steget utan att de riskerar att bli för många, bortsett från undantagsfallet i exempel 3.4.[64] (En

[64] Vill man vara helt säker måste man alltså välja en något större kvot, t.ex. Droops kvot, men hellre genom att bara avrunda en lämpligt vald decimal uppåt. (T.ex. andra eller tredje decimalen, eller varför inte tionde; ju större precision desto bättre.) Se fotnot 61 (s. 39) för en version som gör detta, och avsnitt 7.2.1.2 för en version som undviker problemet på annat sätt.

eventuell avrundning nedåt förvärrar risken för detta problem, fast sannolikheten fortfarande är mycket liten. Avrundning nedåt kan alltså avrådas även av detta skäl.)

Droops kvot gynnar större partier något mer än Hares kvot, se exempel 8.62 och sats 8.47. En attraktiv egenskap är att om antalet mandat M är udda (och oavrundad kvot används) så får ett parti som får mer än hälften av alla röster alltid mer än hälften av mandaten, se sats 8.14.

3.2.3. Imperialis kvot. En annan kvotmetod använder *Imperialis kvot*[65]

$$Q_I = \frac{R}{M+2}. \tag{3.14}$$

Denna kvot användes i Italien 1956–1994, men där fördelades restmandaten nationellt, se avsnitt 3.4.9.3 [193, s. 159], [215, election]. Jag är osäker på om kvoten avrundades eller inte. (I exemplen i [213] och [292] används avrundning nedåt, och numera används i Italien Hares kvot med avrundning nedåt, (3.5), se appendix D.16.)

Varning. Detta är något annat än Imperialimetoden i avsnitt 2.3.6 som är en divisorsmetod. Båda metoderna har dock egenskapen att gynna större partier mer än vanligare metoder.

3.2.4. En italiensk kvot. En ännu mindre kvot som användes i Italien 1948–1956, också med nationell fördelning av restmandaten, är

$$Q = \frac{R}{M+3}, \tag{3.15}$$

se avsnitt 3.4.9.3. [193, s. 158–159]

Jag är osäker på om kvoten avrundades eller inte, se avsnitt 3.2.3.

3.2.5. En jämförelse. En mindre kvot gynnar större partier. Valkvotsmetoden med den enkla valkvoten (Hares kvot) är rättvis mellan stora och små partier; Droops kvot gynnar större partier och Imperialis kvot gynnar dem ännu mer. Effekten är störst vid små valkretsar. Se avsnitt 8.6 och exempel 8.62 för detaljer.

3.3. Kvotmetoder med minimiantal

I avsnitt 2.4 studeras valmetoder som ger varje parti minst m_0 mandat, för något bestämt m_0. (Detta är naturligtvis orimligt vid fördelning av mandat på partier i allmänna val, men rimligt vid fördelning av mandat på valkretsar.) Av metoderna där kan de allmänna "bas + metod" och "minimiantal med omräkning" naturligtvis användas med en kvotmetod. Vi upprepar den senare.

[65] Se fotnot 38 (s. 27).

Minimiantal med omräkning. *Gör en preliminär mandatfördelning med önskad metod. Om alla partier får minst m_0 mandat är detta resultatet.*

Om något eller några partier inte får m_0 mandat i den preliminära fördelningen, ge dem ändå m_0 mandat, och gör en ny fördelning av återstående mandat på återstående partier. Upprepa vid behov.

Med en kvotmetod betyder detta att kvoten räknas om i den nya fördelningen. Åtminste om vanliga valkvoten (3.3) eller Droops kvot utan avrundning (3.8) används måste kvoten öka vid omräkningen, eftersom vi tagit bort ett antal $\ell \geq 1$ partier och $M' = \ell m_0$ mandat, och vart och ett av dessa partier har färre än $m_0 Q$ röster, så att antalet röster R' som tagits bort är mindre än $\ell m_0 Q = M'Q$. För valkvotsmetoden är därför den nya kvoten

$$Q' = \frac{R - R'}{M - M'} > \frac{MQ - M'Q}{M - M'} = Q, \tag{3.16}$$

och motsvarande gäller för Droops kvot, med M ersatt av $M + 1$ (liksom för Imperialis kvot, med $M + 2$ istället). Men observera att kvotmetoder beter sig nyckfullt när kvoten ändras, se avsnitt 5.8, och det är fullt möjligt att något parti (som uppnått minimumet m_0) får fler mandat i den nya fördelningen än i den preliminära, trots att de kvarvarande partierna får färre mandat att dela på och kvoten ökar. Detta är inte något direkt fel på metoden, men klart ointuitivt, och jag tycker det verkar olämpligt med denna kombination med en kvotmetod. (Divisorsmetoder har inte samma problem, se avsnitt 2.4.)

Metoden används i Italien för fördelning av mandat i senaten på valkretsar (= regioner).[66] Där används valkvotsmetoden med minimiantalet $m_0 = 7$.

Metoden används också i Danmark för fördelning av fasta mandat med minimum $m_0 = 2$, vilket i praktiken såväl som i vallagens formulering bara påverkar Bornholm (alla andra valkretsar är betydligt större), men här används valkvotsmetoden inte direkt utan i två steg, se appendix D.1, [69] och [71, § 10].

Ett annat sätt att modifiera en kvotmetod så att partier garanteras ett visst minimiantal mandat är följande:

Kvotmetod med minimum, utan omräkning. *Ett parti får först $\max(\lfloor r_i/Q \rfloor, m_0)$ mandat, för något bestämt m_0. (Dvs. $\lfloor r_i/Q \rfloor$ mandat, som normalt i en kvotmetod, om detta är minst m_0, men annars får partiet ändå m_0.) Resterande mandat fördelas som vanligt till de partier som har störst överskott.*

Överskottet är nu $r_i - \max(\lfloor r_i/Q \rfloor, m_0)Q$; för partier med $r_i/Q < m_0$, som fått m_0 mandat pga minimiregeln, är överskottet negativt och dessa kommer naturligtvis inte i fråga för ytterligare mandat.

Ett problem med denna metod är att med många småpartier med $r_i < m_0 Q$ kan det hända att fler än M mandat fördelas i första steget. I det fallet

[66] Med undantag för de två minsta regionerna och valkretsarna för utlandet, vilka har bestämda antal mandat.

får alla behålla sina mandat (men inga fler delas ut); totala antalet mandat utökas alltså.[67]

Metoden användes, med den enkla valkvoten $Q_H = R/M$, i Sverige för fördelning av riksdagsmandat på valkretsar från 1909, se appendix C. För första kammaren var minimiantalet $m_0 = 1$ och för andra kammaren var minimiantalet $m_0 = 3$. [24, § 6, 15].

1953 ändrades metoden något för andra kammaren: om någon valkrets fick extramandat för att komma upp till minimiantalet m_0 så drabbade inte det någon annan, istället utökades antalet mandat. Med vår standardformulering med partier istället för valkretsar är metoden alltså följande:

Kvotmetod med minimum och tilläggsmandat. *Först fördelas M mandat med den normala kvotmetoden. Om ett parti får färre än m_0 mandat, för något bestämt m_0, ökas partiets mandattal till m_0, utan att något annat minskas. (Totalantalet mandat ökas alltså.)*

Detta användes för fördelning av mandat i andra kammaren på valkretsar från 1953 tills tvåkammarriksdagen försvann 1970, med den enkla valkvoten Q_H och minimum $m_0 = 3$, men dessutom ökades på samma sätt antalet mandat till 5 för de valkretsar som fick 3 eller 4 mandat med valkvotsmetoden. [38], [40, § 15] (I praktiken betydde detta ett minimum på 3 mandat för Gotland och 5 för övriga valkretsar, se [51, Tabell 7.1].)

För första kammaren infördes 1957 samma regel med ett minimum $m_0 = 5$. [39], [40, § 6]

3.4. Varianter av kvotmetoder

Det finns ett antal valmetoder som är varianter av kvotmetoder.[68] Gemensamt för dem är att man först bestämmer en kvot Q och ger varje parti $\lfloor r_i/Q \rfloor$ mandat som i en kvotmetod (se formulering K1 och K2, s. 35), men eventuella resterande mandat fördelas på annat sätt (alltså inte bara till de partier som har störst överskott (rest) $r_i - Q\lfloor r_i/Q \rfloor$). Vi behandlar de varianter vi känner till.

3.4.1. Restmandat bara till dem som redan har.

Kvotmetod med helkvotsspärr. *Resterande mandat delas bara ut bland de partier som redan fått mandat. Bland dessa går mandaten (som i kvotmetoder) till de partier som har störst överskott (rest) $r_i - Q\lfloor r_i/Q \rfloor$).*

Annorlunda uttryckt så delas resterande mandat bara ut bland de partier som fått ett röstetal $r_i \geq Q$. Detta är detsamma som att kombinera kvotmetoden med en spärr på Q röster (men utan att justera kvoten för ev. utspärrade partier). Mer precist gäller att de partier som får mandat är precis de som har fått minst Q röster.

---

[67] Naturligtvis kan man tänka sig andra specialregler i detta fall.

[68] Just genom att kvotmetoder är enkla och lättbegripliga inbjuder de till olika typer av modifieringar.

Metoden används i Litauen, åtminstone för Europaparlamentsval [300]; den användes också i kantonen Solothurn i Schweiz 1917–1993 [314].[69]

3.4.2. Resten till vinnaren.

Kvotmetod med jackpott. *Alla resterande mandat går till största partiet.*

Detta kan ses som att restmandaten fördelas med majoritetsval.[70]

Metoden ger alltså en bonus till det största partiet. Det kan dock invändas att bonusens storlek varierar och beror på röstfördelningen på ett ganska nyckfullt och i praktiken närmast slumpartat sätt.

Observera att metoden innebär en spärr Q, precis som metoden i avsnitt 3.4.1. (Men fördelningen för partier över spärren kan naturligtvis bli olika.)

Metoden har använts i schweiziska kantonerna Solothurn 1896–1917 [314] och Neuchâtel [228, s. 49]. Metoden användes också tidigare i Grekland, som en del av ett mer komplicerat system, se avsnitt 3.4.9.

3.4.3. Liechtensteins metod. En version som till synes är rättvis är att fördela överskottsmandaten proportionellt mot antalet överskottsröster $r_i - m_i'Q$, där $m_i' = \lfloor r_i/Q \rfloor$ är antalet mandat partiet fått i första steget. Detta steg kan göras med olika metoder, se t.ex. avsnitt 3.4.4.

Liechtensteins metod. *Resterande mandat fördelas med heltalsmetoden, utgående från antalet överskottsröster $r_i - \lfloor r_i/Q \rfloor Q$.*

Liechtenstein [101, Art. 55–56] använder denna metod (med Droops kvot Q_D). (Enligt [193, s. 65] användes samma metod i Nederländerna 1923–1933.)

Så länge som inget parti får mer än ett av de resterande mandaten delas de ut efter överskottets storlek och resultatet blir precis som i Droops metod. I praktiken är detta också vad som händer, eftersom det f.n. bara finns tre partier i Liechtenstein. Men med flera partier skulle det kunna inträffa att

[69] Bulgarien använder, åtminstone vid Europaparlamentsval, Hares kvot (baserad på alla giltiga röster) som en explicit spärr, varefter mandaten fördelas mellan kvarvarande partier med valkvotsmetoden, med Hares kvot igen, men nu beräknad på antalet röster för deltagande partier. Genom att kvoten ändras blir detta alltså något annorlunda. [300]

[70] En variant förespråkad av Flodström [228, s. 73, 96–103] är att man i valet röstar både på ett parti och på en eller (eventuellt) flera kandidater. Personrösterna används för fördelning av partiets platser, se kapitel 11, men också för fördelning av överskottsmandaten som går till de kandidater som fått flest personröster, oberoende av parti. En annan variant är att restmandaten fördelas med särskilt majoritetsval, hållet när det första valet är färdigräknat, se [194, s. 37]. (Med partitrogna väljare bör detta ge samma resultat, men väljarna kan naturligtvis påverkas av resultatet i det första valet.) Såvitt jag vet har sådana varianter aldrig använts, och de verkar inte heller särskilt lämpliga. Se även [194, s. 12–14].

ett parti finge två av de resterande mandaten; i detta fall skulle ett ökat antal röster på partiet kunna leda till färre mandat för partiet, se avsnitt 6.7.[71]

Liechtensteins metod verkar alltså inte genomtänkt, utan verkar mer som ett misstag.

3.4.4. Grekiska metoden. Ett naturligt sätt att använda överskottsrösterna för fördelning är att använda en kvotmetod även i detta steg. En variant av detta är följande:

Grekiska metoden. *Resterande mandat fördelas med en modifierad kvotmetod, utgående från antalet överskottsröster* $r'_i = r_i - \lfloor r_i/Q \rfloor Q$*:*

(a) *Beräkna en ny kvot* Q' *och ge varje parti* $\lfloor r'_i/Q' \rfloor$ *ytterligare mandat.*
(b) *Om det fortfarande återstår mandat, ge dem till de partier som har högst röstöverskott* r'_i *av dem som inte redan fått något restmandat i steg* (a) *(dvs. bland dem med* $r'_i < Q'$*).*

Metoden används i Grekland för Europaparlamentsval, med Hares kvot (avrundad nedåt, (3.5)) i huvudfördelningen och Droops kvot (avrundad nedåt, (3.10)) i fördelningen av restmandaten, alltså $Q' = \lfloor \sum_i r'_i/(M'+1) \rfloor$ där M' är antalet restmandat.[72] [300].

Observera att om $r'_i < 2Q'$ för alla partier så får inget parti mer än ett av restmandaten, och då delas restmandaten ut efter överskottets storlek och resultatet blir precis som i kvotmetoden (se formulering K2, s. 35). Om däremot något parti får två eller fler av restmandaten ($r_i \geq 2Q'$), så skiljer sig fördelningen. Detta vore olyckligt, av samma skäl som i Liechtensteins metod (avsnitt 3.4.3), men *kan inte inträffa.* Vi formulerar detta som en sats; beviset ges i avsnitt 7.2.

Sats 3.5. *Grekiska metoden ger alltid samma resultat som valkvotsmetoden (med kvoten* Q_{H-}*).*

3.4.5. Lowndes metod. Lowndes[73] metod är en annan variant av valkvotsmetoden (Hamiltons metod), se [180, s. 23–25]. (I Lowndes metod används enkla valkvoten $Q_H = R/M$.)

Lowndes metod. *Varje parti (delstat i Lowndes fall) får först* $m'_i = \lfloor r_i/Q_H \rfloor = \lfloor \mu_i \rfloor$ *mandat, som i valkvotsmetoden, men resterande mandat fördelas till de partier (stater) som har högst kvot* r_i/m'_i*.*

[71] Jämför Hagenbach-Bischoffs metod i avsnitt 3.4.8, som också fördelar restmandat med heltalsmetoden. Där används dock hela röstetalet r_i och hänsyn tas till de redan utdelade mandaten, medan Liechtensteins metod fördelar överskottsmandaten efter överskottsrösterna, vilket alltså får andra effekter.

[72] I beräkningen av kvoterna Q och Q' räknas i Grekland även röster på partier som inte klarar spärren på 3%, och därför inte kan få mandat, se anm. 3.3.

[73] William Lowndes (1782–1822), amerikansk politiker från South Carolina, ledamot av representanthuset 1811–1822. Föreslog metoden 1822.

Eftersom

$$\frac{r_i}{m'_i} = \frac{r_i}{\lfloor \mu_i \rfloor} = Q\frac{\mu_i}{\lfloor \mu_i \rfloor} = Q\left(1 + \frac{\mu_i - \lfloor \mu_i \rfloor}{\lfloor \mu_i \rfloor}\right) \tag{3.17}$$

kan metoden lika gärna formuleras som att resterande mandat delas ut till dem som har störst kvot $\mu_i/\lfloor \mu_i \rfloor$, eller störst $(\mu_i - \lfloor \mu_i \rfloor)/\lfloor \mu_i \rfloor$. Jämfört med valkvotsmetoden som delar ut dessa mandat efter överskottet $\mu_i - \lfloor \mu_i \rfloor$ använder Lowndes metod alltså istället ett relativt överskott som gynnar små partier.[74]

Observera att Adams metod (avsnitt 2.3.9) med formulering D1 (s. 19) innebär att mandaten delas ut ett i taget till det parti som har störst kvot r_i/m'_i, där m'_i är antalet mandat partiet redan har fått. Lowndes metod är alltså detsamma som att först dela ut $\lfloor \mu_i \rfloor$ mandat och sedan fortsätta mandatfördelningen med Adams metod. (Adams metod ger aldrig mer än $\lceil \mu_i \rceil$ mandat, se sats 8.20, och därför kan inget parti få mer än ett mandat i den fortsatta fördelningen, liksom i Lowndes metod.) I det fall att Adams metod ger alla minst $\lfloor \mu_i \rfloor$ mandat ger alltså Lowndes metod samma resultat som Adams. (Men detta gäller inte alltid, se sats 8.20.[75])

Metoden föreslogs 1822 av Lowndes som en metod för fördelning av platserna i representanthuset i USA, se appendix D.35.1, men antogs inte; metoden har så vitt jag vet inte heller använts eller diskuterats någon annanstans.

3.4.6. Hills ursprungliga metod. Hill föreslog 1910–1911 (också för fördelning av platserna i representanthuset i USA) en liknande variant av valkvotsmetoden (Hamiltons metod) [255; 297].[76]

HILLS METOD. *Varje parti (delstat) får först $m'_i = \lfloor r_i/Q_H \rfloor = \lfloor \mu_i \rfloor$ mandat, som i valkvotsmetoden, men resterande mandat fördelas till de partier (stater) som har högst kvot $r_i/\sqrt{m'_i(m'_i+1)}$.*

Motivet för att använda geometriska medelvärdet $\sqrt{m'_i(m'_i+1)}$ är att detta minimerar de relativa skillnaderna mellan olika m_i/r_i, se beviset av sats 9.12.

Metoden kan formuleras som att först dela ut $\lfloor \mu_i \rfloor$ mandat och sedan fortsätta mandatfördelningen med Huntingtons metod, men högst med ett mandat till per parti (jfr Lowndes metod, avsnitt 3.4.5). För sambandet med Huntingtons metod (ibland kallad Hills metod), se avsnitt 2.3.10.

Hills ursprungliga metod har aldrig använts.

---

[74]Med siffrorna från folkräkningen 1820 i USA och 213 platser i representanthuset skulle det bli 13 resterande platser, som alla skulle gå till de 13 minsta staterna. Det är föga förvånande att metoden mötte motstånd från de större staterna, och aldrig blev antagen. [180]

[75]Folkräkningen 1820 i USA [180, s.159–160] är just ett sådant exempel där metoderna skiljer. Med 213 mandat skulle New York ha $\mu_{\mathrm{NY}} = 32{,}503$ men Adams metod ger ändå bara 31 mandat, medan Lowndes metod alltså ger 32, på bekostnad av Maryland som har $\mu_{\mathrm{MD}} = 8{,}653$ och får 8 mot 9 med Adams metod.

[76]Hill kallade sin metod *method of alternate ratios.*

3.4.7. Sydafrikas metod. Sydafrika använder följande modifiering av Droops metod för parlamentsval, se appendix D.32 och [131, Schedule 1A].

SYDAFRIKAS METOD. *Varje parti får först* $m'_i = \lfloor r_i/Q_D \rfloor$ *mandat, och därefter fördelas högst 5 restmandat till de partier som har störst överskott. Finns fler än 5 restmandat går de återstående restmandaten till de partier som har högst kvot* r_i/m''_i*, där* m''_i *är antalet mandat partiet hittills fått. (Det är underförstått att endast partier som redan fått mandat, dvs.* $m''_i > 0$*, deltar i detta steg.)*

Om det finns högst 5 restmandat är detta alltså Droops metod, men annars modifieras den genom att de sista restmandaten delas ut som i Lowndes metod (men bara till partier som redan fått mandat).[77] Liksom med Lowndes metod ovan i avsnitt 3.4.5, kan man se det sista steget som att relativa överskott $(r_i - m''_i Q)/m''_i$ jämförs. (I valet 2009 deltog 26 partier av vilka 13 fick mandat. I första steget delar metoden ut 391 mandat och det blir 9 restmandat, av vilka alltså 5 fördelas enligt överskottet och 4 enligt kvoten r_i/m''_i, eller om man så vill efter det relativa överskottet.[78])

Modifieringen gör det något svårare för ett litet parti att få sitt första mandat, eftersom ett parti som inte får en hel kvot måste få ett av de 5 första restmandaten för att få något alls. Dessutom gynnas bland partierna som får mandat små partier, som med Lowndes metod, eftersom man som sagt kan se det som att relativa överskott jämförs.

3.4.8. Hagenbach-Bischoffs metod. Hagenbach-Bischoffs[79] metod innebär att först beräknas en kvot Q, vanligen Droops kvot med (3.7). (Alternativt används t.ex. Hares kvot eller oavrundad Droops kvot.)

HAGENBACH-BISCHOFFS METOD. *Varje parti får först* $\lfloor r_i/Q \rfloor$ *mandat, precis som i en kvotmetod, men resterande mandat fördelas med heltalsmetoden, med hänsyn till de mandat som redan delats ut.*

Detta används t.ex. i Schweiz och Luxemburg med Droops kvot [119, Art. 40–41], [103, Art. 159–160], och i Belgien och Nederländerna med Hares kvot [66, Art. 169], [112, Section P6–P7].

Det är lätt att se att slutresultatet blir exakt detsamma som i *heltalsmetoden*, så Hagenbach-Bischoffs metod är alltså bara ett annat sätt att organisera beräkningarna.[80] Det spelar därför ingen roll för resultatet vilken

[77] Med ett stort antal partier med mindre än en hel kvot skulle antalet kvarvarande restmandat kunna bli större än antalet partier som är berättigade till att få dem i sista steget. (T.ex. ett parti med 3 800 016 röster, 5 partier med 10 000 röster och 16 partier med 9 999 röster var; med $M = 400$ är Droops kvot $\lfloor 4\,010\,000/401 \rfloor + 1 = 10\,001$. Först får det största partiet 379 mandat, i andra steget får 5 småpartier varsitt mandat, och sedan återstår ytterligare 16 mandat att fördela på dessa 6 partier.) Såvitt jag kan se är detta (osannolika) fall inte reglerat i vallagen [131].

[78] Enligt mina beräkningar, baserade på valresultatet i [132, s. 100].

[79] Se fotnot 28.

[80] Detta var också Hagenbach-Bischoffs avsikt. Om beräkningarna görs för hand är detta ett effektivt sätt, men med dator verkar det snarare som en onödig komplikation.

kvot som används, så länge som inte fler än M mandat delas ut i första steget. (Droops kvot och Hares kvot går alltid bra; även oavrundad Droops kvot går bra, i ett undantagsfall med lottning, men mindre kvoter bör undvikas.)

Vi formulerar detta som en sats, med bevis i avsnitt 7.2.

SATS 3.6. *Hagenbach-Bischoffs metod med en kvot $Q \geq R/(M+1)$ ger samma resultat som heltalsmetoden.*

Varning. Förväxla inte Hagenbach-Bischoff metod, vilket alltså är ett annat namn på heltalsmetoden (d'Hondts metod, Jeffersons metod) och därför en divisorsmetod, med kvotmetoden med Hagenbach-Bischoffs kvot (vilket är detsamma som Droops metod, se avsnitt 3.2.2).

3.4.9. Restmandat fördelas på högre nivå.

KVOTMETOD DÄR RESTMANDAT FÖRDELAS PÅ HÖGRE NIVÅ. *Första fördelningen sker i olika valkretsar. Restmandaten samlas ihop och fördelas gemensamt på en högre nivå, t.ex. nationellt, proportionellt mot partiernas samlade röstetal.*

Olika metoder kan användas på den högre nivån. De kan också kombineras med spärrar, t.ex. att restmandat bara fördelas till partier som erhållit minst ett valkretsmandat. (Jfr avsnitt 3.4.1.)

Eftersom restmandaten i en kvotmetod tenderar att fördelas likformigt på alla partier, oberoende av deras storlek (bortsett från mycket små partier som inte får mandat), medan denna metod ger fler av dem till större partier, så kommer denna metod att gynna större partier, speciellt om valkretsarna är små så att andelen restmandat blir stor.

Några exempel:

3.4.9.1. *Grekland.* Metoden användes tidigare[81] i Grekland i en mer komplicerad version med tre nivåer [195]:

(1) Mandat fördelas först med Droops kvot i 56 valkretsar. Endast heltalsdelen $\lfloor r_i/Q \rfloor$ mandat delas ut.
(2) Restmandaten samlas i 13 storvalkretsar (var och en bestående av flera primära valkretsar) och fördelas med Hares kvot efter antalet röster i storvalkretsen. Återigen delas mandat ut endast för hela kvoter.
(3) Återstående restmandat samlas nationellt och fördelas med Hares kvot efter totalantalet röster i landet. Återigen delas mandat ut endast för hela kvoter.
(4) Restmandat från den tredje fördelningen tillfaller det parti som har flest röster i hela landet (som i avsnitt 3.4.2).

[81] Åtminstone från 1994 [195] och kanske till 2004 då en ny metod infördes [344] (se appendix D.13); kanske även tidigare från demokratins återinförande 1974 (men inte 1989–1990 enligt Wikipedia [349]), men valsystemet tycks ha ändrats flera gånger och jag vet inga detaljer om metoderna.

3.4.9.2. *Österrike.* Österrike använde 1923–1971 metoden, med Droops kvot, kombinerad med metoden i avsnitt 3.4.3 för överskottsmandaten. Det fanns 25 valkretsar och restmandaten samlade i 4 valkretsgrupper; i varje valkretsgrupp fördelades restmandaten med heltalsmetoden baserat på antalet överskottsröster i valkretsgruppen[82] [193, s. 129], [266].

Kombinationen kan ge god proportionalitet, men lider av samma allvarliga fel som Liechtensteins metod, se avsnitt 3.4.3 och 6.7.

3.4.9.3. *Italien.* Italien har tidigare (från 1946) använt metoden, med kvoten $R/(M+3)$ 1948–1956 och $R/(M+2)$ efter 1956; överskottsmandaten fördelades nationellt efter överskottsrösterna med valkvotsmetoden;[83] [84] [85] se [193, s. 157–159].

[82]Bara partier som hade fått minst ett valkretsmandat i hela landet fick delta i fördelningen av restmandat.

[83]I valet till en konstituerande församling 1946 var kvoten $R/(M+1)$ för valkretsar med $M \leq 20$ och $R/(M+2)$ för valkretsar med $M > 20$. [193, s. 157]

[84]Från 1948 fick bara partier som hade fått minst ett valkretsmandat i hela landet delta i fördelningen av restmandat. [193, s. 158]

[85]I valet 1953 fanns dessutom en regel om bonus till ett parti eller en koalition med absolut majoritet av rösterna, men detta inträffade inte. [193, s. 159]

KAPITEL 4

Andra proportionella metoder

4.1. Fast avrundning

Som sagts i avsnitt 1.4 är en tänkbar enkel metod att avrunda $\mu_i = r_i/Q_H$ till närmaste heltal:

FAST AVRUNDNING. $m_i = \langle \mu_i \rangle$.

Detta ger sammanlagt ungefär M mandat, men det exakta totalantalet mandat kan variera.

En variant är att använda samma princip med en annan avrundningsregel, t.ex. avrundning nedåt och $m_i = \lfloor r_i/Q_H \rfloor$. (I detta fall tillsätts aldrig fler än M mandat, och utom i undantagsfall blir det totalt färre än M.) Naturligtvis kan också en annan divisor än Q_H användas, t.ex. Droops kvot.

Om man accepterar en riksdag med något varierande storlek är detta en enkel metod.

Metoden används i Estland för fördelning av mandat inom varje valkrets, se appendix D.9.[86] Där används den enkla valkvoten (1.2), och avrundning sker uppåt från 0,75; med andra ord, ett röstetal r_i ger

$$m_i = \left\lfloor \frac{r_i}{Q_H} + 0{,}25 \right\rfloor \tag{4.1}$$

mandat [74, § 62(3)].[87] (Detta ger alltså ett variabelt antal valkretsmandat, men i Estland delas resterande mandat ut som utjämningsmandat enligt en annan metod, så totala antalet mandat är fixt.)

4.2. Automatiska metoden

Man kan också använda fast avrundning med en divisor som är ett fixt tal Q som bestämts i förväg. Denna metod kallas den *automatiska metoden*.

AUTOMATISKA METODEN. *Antalet mandat m_i är r_i/Q, avrundat på något bestämt sätt, t.ex. $m_i = \langle r_i/Q \rangle$ eller $m_i = \lfloor r_i/Q \rfloor$, där divisorn Q är ett i förväg bestämt tal.*

En speciell egenskap med den automatiska metoden är att antalet mandat för ett parti är oberoende av antalet röster på övriga partier och deras

[86] Jag känner inte till något annat fall när denna metod använts.

[87] Före 2003 användes avrundning nedåt, dvs. till $\lfloor r_i/Q_H \rfloor$ [75].

fördelning. Däremot är totalantalet mandat inte bestämt i förväg utan beror både på antalet röster och på deras fördelning på partierna.

Den automatiska metoden användes i Tyskland 1920–1933 med divisorn 60 000 och vanlig avrundning, se appendix E.6.

Annars verkar den automatiska metoden huvudsakligen användas för fördelning av mandat på valkretsar, före valen. Några exempel:

Fördelning av de indirekt valda platserna i senaten i Spanien mellan regionerna; divisorn är 1 000 000 med avrundning uppåt till närmast strikt högre heltal[88]; se appendix D.30. [128]

Fördelning av mandaten i parlamentet i Mali på valkretsar; där är divisorn 60 000 med avrundning uppåt från 40 000 (och med minst ett mandat i varje valkrets), alltså $m_i = \lceil r_i/60\,000 - 2/3 \rceil \vee 1$, eller kanske $m_i = \lfloor r_i/60\,000 + 1/3 \rfloor \vee 1$ (jag är osäker på hur en rest på exakt 40 000 skulle avrundas).

Metoden användes också, med avrundning nedåt, för fördelning av platserna i den svenska riksdagen på valkretsarna 1867–1894, se appendix C.

Den automatiska metoden, med avrundning nedåt, var också den metod som först användes för fördelning av platser i USA:s representanthus på delstaterna, se appendix D.35.1. (I detta fall var divisorn inte bestämd i förväg, så metoden var i princip densamma som Jeffersons metod, avsnitt 2.3.1, se appendix D.35.1.)

Den automatiska metoden med divisor 50 000 och avrunding uppåt från 20 000, dvs. enligt formeln $\lceil r_i/50000 - 0{,}4 \rceil$ föreslogs av Condorcet 1793 för fördelning av antalet deputerade på departementen i Frankrike.[89]

Den automatiska metoden är en enkel och intuitiv metod som uppenbarligen ansågs naturlig tidigare, innan andra proportionella metoder uppfanns och utvecklades. Numera används dock vanligtvis metoder med ett bestämt antal mandat. (Men se avsnitt 10.1.2–10.1.3 för andra metoder där antalet mandat tillåts variera.)

---

[88] I grundlagen [128] formulerat som en ledamot samt en ledamot för varje miljon invånare.

[89] I ett aldrig antaget förslag till grundlag för den franska republiken. [197, Titre VII, Section première, Article 4–5]

KAPITEL 5

Egenskaper och paradoxer

Vi diskuterar ett antal egenskaper som kan verka rimliga och önskvärda, men som ändå inte alltid gäller för valsystem. I en del valsystem kan tvärtom resultatet i vissa situationer bli riktigt paradoxalt och få oönskade effekter. Vi skall i detta kapitel och nästa se att kvotmetoder är mer utsatta för detta än divisorsmetoder, men ingen valmetod är helt perfekt och uppfyller allt man kan önska.

För vidare studium av dessa och andra egenskaper, och relationer mellan dem, se t.ex. Balinski och Young [180] och Kopfermann [267].

För att underlätta diskussionen betecknar vi en del av egenskaperna med speciella namn.

Själva poängen med en omröstning där man räknar röster är ju att fler röster skall ge fler mandat. Men att formalisera detta kan göras på många olika sätt som ger olika villkor, mer eller mindre viktiga. Vi börjar med ett antal sådana villkor. De flesta av dem handlar om vad som händer vid en förändring av röstetalen, t.ex. att ett parti lyckas mobilisera några fler väljare bland soffliggarna, eller från något annat parti, eller tvärtom att några av partiets väljare stannar hemma. I dessa fall jämför vi alltså resultaten i två olika tänkta val (med samma valmetod men lite olika röstsiffror).

5.1. Monotonicitet I

monoton-partier: *Om parti A får fler röster än parti B så skall A få minst lika många mandat som B.*

Detta är en egenskap som är ett självklart krav, och som borde krävas av alla valsystem. Den uppfylls av alla divisorsmetoder och kvotmetoder. Det uppfylls dock inte av Liechtensteins metod, se avsnitt 6.7 och tabell 6.4.

5.2. Monotonicitet II

Ett parti som ökar sitt röstetal får fler, eller åtminstone samma antal, mandat, oberoende av hur det går för övriga partier.

Detta kan i förstone verka rimligt. Men av metoderna ovan är det bara den automatiska i avsnitt 4.2 som uppfyller detta, och vid närmare eftertanke inses att detta är ett orimligt krav om mandattalet är fixt – alla andra partier kan ju också ha fått fler röster.

5.3. Monotonicitet III

Ett parti som ökar sin andel röster från ett val till ett annat får fler, eller åtminstone samma antal, mandat, oberoende av hur det går för övriga partier.

Detta är mer rimligt. Men av metoderna ovan är det bara fast avrundning i avsnitt 4.1 som uppfyller detta. Det inses också lätt att denna egenskap gäller bara om det finns bestämda gränser $p_1, p_2, p_3, \dots$, med $0 \leq p_1 \leq p_2 \cdots \leq 1$, så att ett parti får m mandat om dess röstandel r_i/R ligger mellan p_m och p_{m+1} (där $p_0 = 0$).[90] Detta är metoden med fast avrundning, fast med en godtycklig avrundningsmetod (uppfattat generellt på samma sätt som i avsnitt 2.2).

Observera dock att om vi bara har två partier gäller denna egenskap för alla divisorsmetoder och kvotmetoder (åtminstone förutsatt att kvoten inte avrundas) ovan.

5.4. Monotonicitet IV

Om ett parti ökar sitt röstetal och alla andra partier har oförändrat antal röster, så får partiet inte färre mandat.

Detta kan ekvivalent formuleras som:

Ett parti kan inte få fler mandat om några av dess väljare avstår från att rösta (och allt annat är lika).

Detta är självklart villkor. Motsatsen innebär ju att ett parti (om än i undantagsfall) kan förlora på att lyckas locka några väljare till (bland soffliggarna), och omvänt att ett parti kan vinna ett mandat på att några väljare stannar hemma. Detta verkar så förnuftsvidrigt att det inte borde accepteras hos något valsystem. Ändå förekommer det i en del fall, t.ex. med Droops metod och andra kvotmetoder med kvot avrundad till heltal, eller genom olyckliga (och dåligt genomtänkta) kombinationer av olika delar i valsystemet. Eftersom detta är ett mycket allvarligt fel behandlas det separat i kapitel 6.

5.5. Monotonicitet V

Om ett parti tar några röster från ett annat parti, och alla andra partier har oförändrat antal röster, så får partiet inte färre mandat.

Detta kan ekvivalent formuleras som:

Ett parti kan inte få fler mandat om några av dess väljare istället röstar på ett annat parti.

Skillnaden mot villkoret i avsnitt 5.4 är att här antas totalantalet röstande vara detsamma, och några väljare byter parti.

---

[90]Om r_i/R är exakt lika med p_m kan partiet få antingen m eller $m-1$ mandat, beroende på lottning eller annat.

Detta är ett lika självklart villkor, som också borde krävas av varje valsystem, men ändå finns det valsystem där motsatsen kan inträffa, se t.ex. avsnitt 6.3 och 6.4.

5.6. Monotonicitet VI

Om ett parti ökar sitt röstetal från ett val till ett annat, och alla andra partier har oförändrat röstetal, så får inget annat parti fler mandat än i förra valet.

Detta är närbesläktat med de egenskaperna i avsnitt 5.4–5.5, och implicerar dessa om antalet mandat är fixt.

Divisorsmetoder har denna egenskap men inte kvotmetoder, se avsnitt 5.8 och tabell 5.3.

Även denna egenskap verkar i förstone självklar. Motsatsen innebär att ett parti (om än i undantagsfall) kan vinna på att ett annat parti lyckas locka några väljare till; eller omvänt att ett parti kan förlora ett mandat på att det förmår några väljare för ett annat parti att låta bli att rösta. Med andra ord, fler röster på parti A kan ge B ett mandat till (som tas från C). Detta är olyckligt, och ger ett intryck av godtycklighet i mandatfördelningen, men jag ser detta som en mindre allvarlig brist än att egenskapen i avsnitt 5.4 inte gäller. Egenskapen är alltså önskvärd, men man kan nog motvilligt acceptera att den inte gäller.

5.7. Alabamaparadoxen

En annan naturlig egenskap som kan verka självklar, men som i själva verket inte är det, är följande:[91]

mandat-monoton: *Om antalet mandat ökas skall inget parti få färre mandat.*

mandat-monoton uppfylls av alla divisorsmetoder, eftersom mandaten där delas ut ett i taget (i den europeiska formuleringen D1 eller D2 i avsnitt 2.1), men som vi skall se gäller den inte för kvotmetoder.

mandat-monoton är i sig inte en viktig egenskap vid vanliga val, där ju antalet mandat är bestämt i förväg och sällan ändras. Men vid fördelningen av platser i representanthuset i USA på de olika delstaterna efter deras befolkning var (till 1929) antalet inte bestämt i förväg, utan både antal platser och metoden att fördela dem beslöts varje gång efter att resultaten från folkräkningen var klara. I slutet på 1800-talet användes valkvotsmetoden (Hamiltons metod). 1881 visade beräkningarna för olika alternativ att med 299 platser skulle Alabama få 8 av dem, men med 300 platser skulle Alabama bara få 7. (Istället skulle både Illinois och Texas få varsin ny plats; se [180, s. 39] för mer detaljer.) Detta väckte stort uppseende, och fenomenet fick namnet *Alabamaparadoxen*.[92] Alabamaparadoxen ledde så småningom

[91] Engelska *house monotone*.

[92] Fenomenet upptäcktes faktiskt redan 10 år tidigare efter den förra folkräkningen, då det i debatten påpekades att med 270 representanter skulle Rhode Island få 2, men med 280 skulle Rhode Island bara få 1. Den gången var det dock få som brydde sig och saken glömdes bort. [180, s. 38]

parti	A	B	C
röster	530	330	140
μ_i	5,30	3,30	1,40
$\lfloor\mu_i\rfloor$	5	3	1
$\{\mu_i\}$	0,30	0,30	0,40
höjning	0	0	1
mandat	5	3	**2**

10 mandat

parti	A	B	C
röster	530	330	140
μ_i	5,83	3,63	1,54
$\lfloor\mu_i\rfloor$	5	3	1
$\{\mu_i\}$	0,83	0,63	0,54
höjning	1	1	0
mandat	6	4	**1**

11 mandat

TABELL 5.1. Exempel på Alabamaparadoxen med valkvotsmetoden (Hamiltons metod). C förlorar ett mandat när antalet mandat ökas.

till att metoden i USA övergavs till förmån för divisorsmetoder, se vidare appendix D.35.1.

Även vid val med ett bestämt antal mandat, men där mandaten fördelas i två (eller flera) steg, kan Alabamaparadoxen dyka upp i steg 2 (om en kvotmetod anänds där) och ge allvarliga problem. Se avsnitt 6.3 och 6.4 för exempel.

Matematiskt är Alabamaparadoxen inte alls konstig, även om den kan strida mot intuitionen. Låt oss använda valkvotsmetoden och antag för enkelhets skull att vi bara har tre partier (om vi återgår till vår standardformulering med partier istället för stater) A, B och C, vars röstetal är r_A, r_B, r_C, och låt $p_A = r_A/R$ osv. vara deras andelar av totalantalet röster. Med M platser att fördela får var och en först heltalsdelen $\lfloor\mu_i\rfloor$ där $\mu_i = p_i M$. Antag, till exempel, att det blir ett mandat kvar att fördela; det går då till partiet med störst bråkdel $\{\mu_i\}$, och antag att detta råkar vara det minsta partiet C. Om nu antalet mandat ökas till $M + 1$ så ökas varje μ_i med p_i. Varje μ_i ökas alltså procentuellt lika mycket, men ökningen blir naturligtvis större för större stater. Det kan då hända att bråkdelarna $\{\mu_A\}$ och $\{\mu_B\}$ båda passerar $\{\mu_C\}$, och resultatet blir att A och B får varsitt mandat mer, men C ett mindre. Ett exempel visas i tabell 5.1.

Samma sak inträffar också med andra kvoter. Ett exempel med Droops metod visas i tabell 5.2.

En beräkning [265] visar att med heltalsmetoden och med tre partier A, B, C, där C är det minsta partiet, kommer Alabamaparadoxen att inträffa vid en andel ungefär $\frac{1}{3}(p_A - p_B)(p_A - p_C)$ av alla tänkbara antal mandat; detta är närmare $1/12$ om C är mycket litet och de andra två partierna jämnstora. Med fler partier varav flera mycket små kan paradoxen inträffa ännu oftare. Alabamaparadoxen är alltså inte något extremt undantag utan ett normalt fenomen med kvotmetoder.

5.8. Besläktade paradoxer

Kvotmetoder lider av fler egendomligheter besläktade med Alabamaparadoxen. Grundproblemet är att om två partier A och B behåller samma

parti	A	B	C
röster	510	400	187
r_i/Q_D	4,64	3,64	1,70
mandat	4	3	**2**

9 mandat. $Q_D = 110$.

parti	A	B	C
röster	510	400	187
r_i/Q_D	5,10	4,00	1,87
mandat	5	4	**1**

10 mandat. $Q_D = 100$.

TABELL 5.2. Exempel på Alabamaparadoxen med Droops metod. C förlorar ett mandat när antalet mandat ökas.

parti	A	B	C
röster	550	145	**305**
μ_i	5,50	1,45	3,05
mandat	**6**	**1**	3

10 mandat, 1000 röster.

parti	A	B	C
röster	550	145	**330**
μ_i	5,37	1,41	3,22
mandat	**5**	**2**	3

10 mandat, 1025 röster.

TABELL 5.3. Exempel med valkvotsmetoden. C får fler röster; A förlorar ett mandat till B.

röstetal, men kvoten Q ändras av något annat skäl, så kan detta leda till att ett mandat flyttas från A till B, eller tvärtom. Alabamaparadoxen är fallet när kvoten ändras för att antalet mandat ändras.

Ett annat fall är när ett tredje parti C får fler eller färre röster. Detta kan alltså flytta mandat mellan A och B utan att antalet mandat för C påverkas. (Villkoret i avsnitt 5.6 gäller alltså inte.) Se exemplet i tabell 5.3. (I detta exempel stiger det totala röstetalet och alltså valkvoten, så μ_i sjunker för övriga partier – mer för det större partiet A.)

Det är uppenbart att i ett fall som i tabell 5.3 kan också röstetalen för parti A och B ändras lite utan att det påverkar mandatfördelningen. Tabell 5.4 visar ett sådant fall där A förlorar ett mandat till B trots att A har fått fler röster och B färre. (Men observera att både A och B har fått mindre andel röster; A har visserligen ökat sitt antal röster men andelen har minskat från 55% till 53,9%. Denna paradox kan inte inträffa om A ökar och B minskar sina *andelar* röster.)

I princip detta kunde ha hänt i USA 1901 om man hade räknat om efter befolkningen varje år istället för vart tionde. Mellan 1900 och 1901 växte både Maine och Virginia, men Virginia växte mer, både i absoluta tal och relativt. Ändå skulle en beräkning efter 1901 års siffror ha flyttat ett mandat från Virginia till Maine. Detta observerades inte då, men påpekades långt senare i [180] där detta kallas *befolkningsparadoxen*[93]. Anledningen är att hela befolkningen växte ännu snabbare, så att båda staternas andel av befolkningen sjönk, och alltså deras μ_i. Visserligen sjönk andelen relativt

[93] *Population paradox*

parti	A	B	C
röster	**550**	**145**	305
μ_i	5,50	1,45	3,05
mandat	**6**	**1**	3

10 mandat, 1000 röster.

parti	A	B	C
röster	**552**	**143**	330
μ_i	5,39	1,40	3,22
mandat	**5**	**2**	3

10 mandat, 1025 röster.

TABELL 5.4. Exempel med valkvotsmetoden. A och C får fler röster, B färre; A förlorar ett mandat till B.

sett mer för Maine, men Virginia var större och dess andel av befolkningen sjönk mer, och effekten blev i princip som i tabell 5.3.[94]

Ytterligare ett amerikanskt exempel från [180] är situationen 1907, då Oklahoma blev en ny delstat. Representanthuset hade då 386 ledamöter (enligt fördelningen 1901 baserad på folkräkningen 1900), och en proportionell räkning visade att Oklahomas befolkning motsvarade 5 platser. Oklahoma fick därför 5 platser, och antalet utökades till 391. Paradoxen ligger i att om man hade gjort om fördelningen med 391 platser, men med samma befolkningssiffror som 1901 (och en uppskattning av Oklahomas befolkning), så hade Oklahoma fått 5 platser, men New York skulle ha förlorat ett mandat till Maine. Detta observerades inte heller då, men har fått namnet *nystatsparadoxen*[95] i [180]. Återigen är anledningen att valkvoten R/M ändras. Oklahomas befolkning motsvarade visserligen 5 mandat, men naturligtvis inte exakt. I själva verket var den något större. Att samtidigt lägga till Oklahomas befolkning och 5 nya platser skulle därför öka valkvoten R/M något, och alltså minska μ_i något för alla andra stater. Som i fallen ovan blir ändringen störst för större stater, och i detta fall skulle alltså bråkdelen för New York ha passerat bråkdelen för Maine.[96]

5.9. Homogenitet (bara andelarna avgör)

homogen: *Mandatfördelningen beror bara på partiernas röstandelar* $r_1/R, \dots, r_n/R$.

Om t.ex. alla partier får dubbelt så många röster ändras inte mandatfördelningen.

Detta gäller för alla divisorsmetoder, eftersom alla jämförelsetal ändras med samma faktor om röstetalen gör det.

Det gäller också för kvotmetoder med *oavrundad* Droops kvot $R/(M+1)$ eller Hares kvot R/M, men det gäller inte alltid för kvotmetoder där kvoten

[94] μ_{VA} sjönk från 9,599 till 9,509 medan μ_{ME} sjönk från 3.595 till 3.548, och gränsen för avrundning gick i båda fallen mellan dem, så att Virginia avrundades upp till 10 platser för år 1900, men skulle ha avrundats ned till 9 år för 1901, och tvärtom för Maine som skulle avrundats upp till 4 istället för ned till 3. Se [180, s. 43] för mer detaljer.

[95] *New states paradox*

[96] μ_{NY} skulle ha sjunkit från 37,606 till 37,589 och μ_{ME} från 3.595 till 3.594. New York avrundades upp till 38 platser utan Oklahoma, men skulle ha avrundats ned till 37 med Oklahoma, och tvärtom för Maine. Se [180, s. 43–44] för mer detaljer.

avrundas till heltal, t.ex. standardversionen av Droops metod i avsnitt 3.2.2 (och alltså inte för de flesta versioner av STV, se avsnitt 12.4).[97]

EXEMPEL 5.1. Antag att 9 mandat skall fördelas på två partier A och B med Droops metod. Om de har röstetal 30 och 71 är $R = 101$ och Droops kvot $Q_D = \lfloor R/(M+1) \rfloor + 1 = \lfloor 101/10 \rfloor + 1 = 11$. Divisionerna 30/11 och 71/11 ger 2 resp. 6 med resterna 8 och 5; det mindre partiet A tar alltså det resterande mandatet, så resultatet blir 3–6. Resultatet blir detsamma om båda röstetalen multipliceras med 2 eller 3, men om de multipliceras med 5 eller mer så får A bara 2 mandat och B 7 (om de multipliceras med 4 blir det lottning). Om t.ex. röstetalen är 300 och 710 är $R = 1010$ och $Q = 1010/10 + 1 = 102$; kvoterna 300/102 och 710/102 är 2 och 6 med resterna 96 och 98.

homogen är naturlig och matematiskt attraktiv; i teoretiska studier brukar den förutsättas utan närmare diskussion (se t.ex. [180, Appendix A.2]). (För homogena metoder är det också naturligt, och ofta en teoretisk fördel, att anta att valmetoden är definierad för alla reella $(p_1, \dots, p_n)$ med $p_i \geq 0$ och $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.) I verkligheten gäller homogen alltså ofta, men inte alltid (även om den gäller approximativt, och undantag är ovanliga vid stora röstetal).

5.10. Exakt proportionalitet om möjligt

exakt-proportionalitet: *Om de ideala proportionella mandattalen $\mu_i = r_i M/R$ är heltal, så skall $m_i = \mu_i$.*

Detta är ett mycket naturligt villkor om syftet med valsystemet är att ge så exakt proportionalitet som möjligt. Balinski och Young [180, s. 91] tar exakt-proportionalitet[98] som ett självklart krav utan diskussion.

I praktiken används dock även metoder som är i stort sett proportionella (t.ex. asymptotiskt proportionella, se avsnitt 5.12) men inte uppfyller exakt-proportionalitet, t.ex. genom att gynna större partier något.[99]

För divisorsmetoder följer det av formulering D4 (s. 21) att exakt-proportionalitet är uppfyllt om $d(m) \leq m \leq d(m+1)$ för alla $m \geq 1$, eller ekvivalent

$$m - 1 \leq d(m) \leq m, \qquad m \geq 1, \tag{5.1}$$

[97] Det gäller dock approximativt, i den meningen att undantag är sällsynta om röstetalet R är stort.

[98] I [180] kallat *weakly proportional*, medan *proportional* dessutom innebär att om $(m'_i)_{i=1}^n$ är en mandatfördelning för ett större totalantal mandat $M' = \sum_{i=1}^n m'_i > M$, och alla $m_i = M m'_i / M'$ är heltal, så är $(m_i)_{i=1}^n$ (den enda) mandatfördelningen med M mandat.

[99] Observera också att valmetoder ofta kombineras med småpartispärrar, så att proportionaliteten bara gäller de partier som når över spärren. Vidare gäller att om, vilket ju mycket ofta är fallet, ett land är indelat i flera valkretsar (utan utjämningsmandat) så uppfyller ingen metod exakt-proportionalitet på riksnivå, eftersom fördelningen av röster på valkretsarna påverkar resultatet.

eftersom då ett heltal m avrundas till m.[100] Omvänt ser man lätt att om exakt-proportionalitet gäller så måste (5.1) gälla för någon multipel $cd(m)$ av $d(m)$ med $c > 0$; ersätter vi $d(m)$ med $cd(m)$ för ett lämpligt c (nödvändigtvis $1/\lim_{m\to\infty} d(m)/m$), vilket ju inte påverkar metoden (se anm. 2.1), så gäller (5.1).

Tabell 2.1 visar att exakt-proportionalitet gäller för t.ex. heltalsmetoden, uddatalsmetoden (jämkad eller ej), danska metoden, Huntingtons metod, Deans metod och Adams metod, vilket inkluderar de viktigaste divisorsmetoderna; men villkoret gäller inte för Imperialimetoden och estniska metoden, vilka (avsiktligt) gynnar större partier, eller Macaus metod vilken missgynnar större partier.

För kvotmetoder gäller exakt-proportionalitet trivialt för valkvotsmetoden (Hares kvot), eftersom $r_i/Q = \mu_i$, och varje parti får sina μ_i mandat i första steget. Samma gäller för Droops metod (åtminstone om kvoten inte avrundas), där $r_i/Q_{D0} = (1 + \frac{1}{M})\mu_i$ har heltalsdelen μ_i (eftersom $\mu_i < M$ om det finns mer än ett parti). Även med avrundad Hares eller Droops kvot gäller exakt-proportionalitet normalt; man ser lätt att varje kvot mellan $\frac{M-2}{M-1}Q_H$ och $\frac{M-2}{M-3}Q_H$ fungerar (det värsta fallet är med två partier, med röstandelar $1/M$ och $(M-1)/M$), vilket inkluderar Hares eller Droops kvot avrundad uppåt åtminstone om $R \geq M(M-3)$, och Hares eller Droops kvot avrundad nedåt åtminstone om $R \geq M(M-1)$ resp. $R \geq M^3/2$.

För Imperialis kvot kommer heltalsdelarna av $r_i/Q_I = \frac{M+2}{M}\mu_i$ att summeras till $M+1$ om något parti har minst hälften av rösterna; i detta fall behövs en specialregel, se anm. 3.1, och huruvida exakt-proportionalitet gäller beror på valet av specialregel.[101]

Även metoder med fast avrundning (avsnitt 4.1) uppfyller trivialt exakt-proportionalitet.

5.11. Avrundning uppåt eller nedåt

Att alla andelar μ_i är exakta heltal som i avsnitt 5.10 är naturligtvis ett extremt undantagsfall. Mycket mer allmänt kan följande egenskap synas naturligt:[102]

inom-avrundning: *m_i är alltid μ_i avrundad antingen uppåt eller nedåt, så att $m_i = \lfloor \mu_i \rfloor$ eller $m_i = \lceil \mu_i \rceil$, eller annorlunda uttryckt*

$$-1 < m_i - \mu_i < 1. \tag{5.2}$$

[100]Om $d(m_1) = m_1$ and $d(m_2) = m_2 - 1$ för några heltal $m_1, m_2 \geq 1$ finns dock möjligheten till lottning även om alla μ_i är heltal. Det exakta kravet på divisorerna $d(m)$ är därför att antingen $m - 1 < d(m) \leq m$ för alla m eller att $m - 1 \leq d(m) < m$ för alla m.

[101]Detsamma kan gälla för Hares eller Droops metod med kvoten avrundad nedåt vid så små R att kvoten blir mindre än $\frac{M-2}{M-1}Q_H$.

[102]I [180] kallad *staying within the quota*.

inom-avrundning medför uppenbarligen exakt-proportionalitet. Vi kan dela upp inom-avrundning i två delar:[103]

minst-avrundning: *m_i är minst μ_i avrundad nedåt, dvs. $m_i \geq \lfloor \mu_i \rfloor$ eller, ekvivalent,*

$$-1 < m_i - \mu_i. \tag{5.3}$$

högst-avrundning: *m_i är högst μ_i avrundad uppåt, dvs. $m_i \leq \lceil \mu_i \rceil$ eller, ekvivalent,*

$$m_i - \mu_i < 1. \tag{5.4}$$

inom-avrundning gäller för kvotmetoder, åtminstone så länge som formulering K1–K2 fungerar, se anm. 3.1 och sats 7.5; speciellt gäller inom-avrundning för valkvotsmetoden, och för Droops metod om inte röstetalet är för litet, se sats 7.9 (med oavrundad Droops kvot gäller inom-avrundning utom i ett undantagsfall där lottning krävs, se avsnitt 7.2.1.2; i detta fall kan $m_i = \mu_i - 1$ förekomma, så (5.2) gäller i en svagare form med $\leq$).

Däremot gäller inom-avrundning *inte* för någon divisorsmetod (t.ex. uddatalsmetoden eller heltalsmetoden), se sats 8.20.

5.12. Asymptotisk proportionalitet

Vi säger att en valmetod är *asymptotiskt proportionell* om den uppfyller följande villkor.

asymptotisk-proportionalitet: *För varje uppsättning röstetal $(r_i)_1^n$ gäller att*

$$\frac{m_i}{M} \to p_i = \frac{r_i}{R} \qquad \text{när } M \to \infty. \tag{5.5}$$

Vi låter alltså mandatantalet $M \to \infty$, med fixt antal partier n och givna röstetal $(r_i)_1^n$, och kräver att andelen mandat för varje parti skall konvergera mot andelen röster. (Det är naturligt, fast inte nödvändigt, att bara titta på homogena valmetoder; i så fall antar vi att röstandelarna $(p_i)_1^n$ är givna, men kan om vi vill låta totala antalet röster R växa med M.) Detta är naturligtvis av teoretiskt snarare än praktiskt intresse; i praktiken är M normalt ett bestämt tal och går aldrig mot oändligheten, men asymptotiken kan ändå användas som approximation av vad som händer för måttligt stora M; villkoret säger att för stora mandatantal är andelen mandat nära andelen röster.

Det är klart att inom-avrundning medför asymptotisk-proportionalitet, eftersom (5.2) säger att $|m_i/M - p_i| < 1/M$. Speciellt gäller asymptotisk-proportionalitet för valkvotsmetoden och Droops metod med oavrundad kvot[104] (i detta fall är $|m_i - p_i| \leq 1/M$, se avsnitt 5.11).

Vi skall i avsnitt 8.5 bestämma vilka divisorsmetoder som är asymptotiskt proportionella, se sats 8.45. Ett specialfall är följande enkla tillräckliga (men inte nödvändiga) kriterium.

---

[103] I [180] kallade *staying above lower quota* resp. *staying below upper quota*.

[104] Det är uppenbart ointressant att låta $M \to \infty$ med fixt R om den vanliga (avrundade) Droops kvot $Q_D = \lfloor R/(M+1) \rfloor + 1$ används, eftersom $Q_D = 1$ när $M \geq R$.

SATS 5.2. *Antag att $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... är en följd divisorer så att*

$$d(m)/m \to c \qquad \text{när } m \to \infty, \tag{5.6}$$

för något $c > 0$. Då är divisorsmetoden med divisorer $d(m)$ asymptotiskt proportionell. □

Av divisorsmetoderna i avsnitt 2.3 är det bara den estniska metoden och Macaus metod som inte uppfyller (5.6); alla andra är alltså asymptotiskt proportionella. Den estniska metoden och Macaus metod är inte asymptotiskt proportionella; detta följer av sats 8.45, men kan också lätt ses direkt:

EXEMPEL 5.3. Den estniska metoden är, som sagt i avsnitt 2.3.7, detsamma som heltalsmetoden tillämpad på $r_i^{1/0,9}$, och sats 5.2 medför därför att

$$\frac{m_i(M)}{M} \to \frac{r_i^{1/0,9}}{\sum_{i=1}^n r_i^{1/0,9}} \qquad \text{när } M \to \infty, \tag{5.7}$$

så metoden är inte asymptotiskt proportionell. (Den ger en liten men tydlig fördel till större partier.)

EXEMPEL 5.4. I Macaus metod växer divisorerna $d(m)$ geometriskt, och man ser lätt, t.ex. från formulering D2 (s. 19) eller från (7.14) nedan, att för varje fix röstfördelning $(r_i)_1^n$ gäller $m_i(M) - m_j(M) = O(1)$ när $M \to \infty$, och därav $m_i(M)/M \to 1/n$ när $M \to \infty$, oberoende av röstetalen. Metoden är alltså inte asymptotiskt proportionell. (Den gynnar små partier och uppmuntrar till partisplittring, se appendix D.22.)

5.13. Likformighet

Likformighet (engelska *uniformity* [180]) är ett kanske dunkelt namn på följande trevliga, men knappast nödvändiga, egenskap.

Om en grupp partier får sammanlagt M' mandat, så fördelas dessa mandat på partierna på samma sätt som om samma valmetod används med M' mandat på ett val med bara dessa partier (och samma röstetal).

Fördelningen mellan några partier påverkas alltså inte av röstetalen på andra partier. Detta gäller inte för kvotmetoder, som vi såg i avsnitt 5.8; däremot gäller det för alla divisorsmetoder, vilket följer direkt av formulering D1 (s. 19), eftersom mandaten delas ut i samma ordning inom en grupp partier oberoende av vilka övriga partier som finns. (Se även formulering D7, s. 71.)

KAPITEL 6

Negativt röstvärde

Det kan verka vara ett självklart krav att om röstsiffrorna ändras så att ett parti får fler röster, men alla andra får precis lika många röster som förut, så skall partiet få fler eller lika många mandat (avsnitt 5.4). Omvänt skall ett parti som förlorar röster, när alla andra behåller sina röstetal, inte kunna få fler mandat. (Det skall inte löna sig att någon avsiktligt stannar hemma och avstår från att rösta på sitt parti!) Ändå kan motsatsen faktiskt inträffa i flera valsystem. Detta, som vi kallar *negativt röstvärde*, är naturligtvis absurt och helt oacceptabelt. Det kan visserligen inte hända för någon divisorsmetod ensam, och inte heller för flera kvotmetoder, men det kan ändå uppstå genom olyckliga kombinationer av olika inslag i valsystemet. Vi ger några exempel; fler fall diskuteras i [361].

I exemplen nedan förutsätts att alla andra partier har oförändrat röstetal; nya röster antas komma från soffliggare som mobiliseras. I en del fall finns liknande exempel där ett parti förlorar mandat på att det tar röster från ett annat parti (jfr avsnitt 5.5), se t.ex. avsnitt 6.3; även detta är ett fall av negativt röstvärde.

6.1. Kvotmetod och avrundning, t.ex. Droops metod

En kvotmetod med t.ex. Hares kvot (1.2) eller *oavrundad* Droops kvot $R/(M+1)$ är monoton i meningen att fler röster inte kan skada ett parti (avsnitt 5.4); detta följer t.ex. omedelbart ur formulering K6 nedan.

Men om avrundning till heltal görs, som i Droops metod med den vanliga versionen (3.7) av Droops kvot, så finns risk att ett parti kan förlora på en extra röst. (Detsamma gäller de versioner av STV, se kapitel 12, som använder denna kvot, vilket är de flesta.[105])

Anledningen är att om A har fler än Q röster och får en röst till, och detta gör att kvoten Q ökar med 1 (efter avrundning), så innebär detta att kvoten ökar proportionellt mer än A:s röstetal r_A, vilket gör att kvoten r_A/Q sjunker. Visserligen sjunker motsvarande kvot för alla andra partier också, men om A är stort kan resultatet bli att A tappar ett mandat. (Jämför förklaringen av Alabamaparadoxen, avsnitt 5.7.)

Exempel 6.1. (Se tabell 6.1.) Antag att vi har två partier A och B som slåss om 5 mandat. Antag att A får 50000 röster och B 9999. Totalt har vi 59999 röster och Droops kvot (3.7) är $Q_D = \lfloor 59999/6 \rfloor + 1 = 10000$. Alltså

[105] T.ex. de i Irland, Malta och Australien.

får A 5 mandat och B 0. Skulle nu A få en röst till, alltså 50001, så stiger Droops kvot till $Q_D = \lfloor 60000/6 \rfloor + 1 = 10001$. A får först 4 mandat och B 0, med överskotten 9997 resp. 9999, så det sista mandatet går till B.

	röster	r_i/Q_D	mandat
A	**50000**	5,0000	**5**
B	9999	0,9999	0

$Q_D = \lfloor 59999/6 \rfloor + 1 = 10000.$

	röster	r_i/Q_D	mandat
A	**50001**	4,9996	**4**
B	9999	0,9998	1

$Q_D = \lfloor 60000/6 \rfloor + 1 = 10001.$

Tabell 6.1. Droops metod med traditionellt avrundad kvot. A får en röst mer och förlorar ett mandat pga avrundningseffekter.

6.2. Kvotmetod och spärregel

Samma paradoxala resultat kan bli följden om en kvotmetod kombineras med en småpartispärr, så att endast partier med minst ett visst antal procent av alla röster får delta i mandatfördelningen. (Vi antar att kvoten beräknas utgående från totalantalet röster på de partier som klarar spärren, se anm. 3.3.)

Exempel 6.2. (Se Tabell 6.2.) Parti D balanserar precis på spärren. Om det något större partiet C får en röst till hamnar D under spärren och åker ut. I fördelningen räknas nu inte D:s röster alls med; kvoten Q blir då mindre, vilket ökar talen r_i/Q för alla kvarvarande partier, men som vi sett i avsnitt 5.7 påverkas det lilla partiet C mindre än större partier, och resultatet kan bli att C förlorar ett mandat.

	röster	μ_i	mandat
A	4400	9,24	9
B	4400	9,24	9
C	**700**	1,47	**2**
D	500	1,05	1

21 mandat, 10000 röster.
$Q_H = 476{,}19.$

	röster	μ_i	mandat
A	4400	9,73	10
B	4400	9,73	10
C	**701**	1,55	**1**
D	500	–	–

21 mandat, 10001 röster.
$Q_H = 452{,}43.$

Tabell 6.2. Valkvotsmetoden med spärr vid 5%. C får en röst mer och förlorar ett mandat eftersom D faller under 5%.

6.3. Kvotmetod i två steg

I Italien kan partier bilda koalitioner (karteller), och mandaten fördelas i två steg; först fördelas de på koalitioner och ensamma partier, och sedan fördelas varje koalitions mandat på partierna inom koalitionen. I båda stegen används valkvotsmetoden, se appendix D.16.

parti	A	B	C
röster	530	330	**140**
μ_i	5,30	3,30	1,40
$\lfloor\mu_i\rfloor$	5	3	1
$\{\mu_i\}$	0,30	0,30	0,40
höjning	0	0	1
mandat	5	3	**2**

1000 röster, **10** mandat

parti	A	B	C
röster	530	330	**145**
μ_i	5,80	3,61	1,59
$\lfloor\mu_i\rfloor$	5	3	1
$\{\mu_i\}$	0,80	0,61	0,59
höjning	1	1	0
mandat	6	4	**1**

1005 röster, **11** mandat

TABELL 6.3. Valkvotsmetoden i två steg. Koalitionen A, B, C antas få 10 mandat med 1000 röster, och 11 mandat med 1005 röster. (Övriga partier visas ej.) C förlorar ett mandat när det får fler röster.

Detta gör att ett parti A kan förlora mandat på att få fler röster. Ökningen skulle kunna ge koalitionen där A ingår ett mandat till, men Alabamaparadoxen (avsnitt 5.7) kan slå till så att detta ger partiet A ett mandat mindre; visserligen antogs A få ökat antal röster, men ökningen kan vara så liten (kanske bara en röst) att den inte påverkar fördelningen inom koalitionen (vi kan anta att sista mandatet fördelades med tydlig marginal till nästa). Ett exempel visas i Tabell 6.3 (jfr Tabell 5.1).

I detta fall kan vi alternativt tänka oss att de nya rösterna på A kom från ett litet parti X utanför koalitionen (t.ex. ett parti som ändå inte får något mandat), vilket ger ett motexempel mot egenskapen i avsnitt 5.5.

I Danmark fördelas på samma sätt de fasta mandaten i två steg; först fördelas de på tre landsdelar och sedan, inom varje landsdel, på valkretsar. I båda stegen används valkvotsmetoden (baserad på en kombination av folkmängd, röstberättigade och area), se appendix D.1. Av samma skäl som ovan gör detta att en valkrets kan förlora mandat på att få fler invånare.

6.4. Divisorsmetod och kvotmetod i två steg

Vid Europaparlamentsval i Nederländerna är hela landet en valkrets, och heltalsmetoden används. Valkarteller är tillåtna, och de mandat en kartell fått fördelas inom kartellen med valkvotsmetoden [300].

Detta gör att ett parti i en kartell (med minst tre partier) kan förlora på att få fler röster, på samma sätt som i avsnitt 6.3. De extra rösterna skulle kunna ge kartellen ett mandat till, och vid fördelningen inom kartellen skulle partiet då kunna få ett mandat mindre (Alabamaparadoxen, avsnitt 5.7).[106]

Observera att negativt röstvärde kan uppkomma på detta sätt bara om metoden i det andra steget är en kvotmetod; det spelar ingen roll om metoden i det första steget är en kvotmetod eller inte.

[106] I valet 2009 fanns dock inga karteller med mer än två partier, varför detta inte kunde hända.

6.5. Antalet mandat i valkretsarna bestäms av antalet röstande

I Tjeckien fördelas mandaten på valkretsarna efter antalet (giltiga) avgivna röster i dem, se appendix D.33. Därefter fördelas mandaten i varje valkrets på partier. Samma system har också införts i Tyskland 2011, men förklarats författningsvidrigt av författningsdomstolen [138], se avsnitt 10.3.9.

Detta tvåstegssytem kan också ge negativt röstvärde. I Tjeckien används valkvotsmetoden i det första steget (valkretsarna) och heltalsmetoden i det andra (partierna), men detta spelar ingen roll. Om det andra steget görs med en kvotmetod kan Alabamaparadoxen ge negativt röstvärde precis som i avsnitt 6.4. Men även med en divisorsmetod i det andra steget (som i Tjeckien) kan det gå illa, på följande sätt.

Antag att vid fördelningen mellan valkretsar det är mycket jämnt mellan två valkretsar X och Y, och att sista mandatet tillfaller Y med minsta möjliga marginal, dvs. (högst) en röst. Antag vidare att i båda valkretsarna X och Y tar parti A det sista mandatet, före B som står i tur för nästa mandat med tydlig marginal (mer än en röst).

Om nu A får en (ny) väljare till i X kommer X att få ett mandat mer och Y ett mandat mindre; det nya mandatet i X går till B (att A fått en röst till påverkar inte mandatfördelningen inom X), men det mandat som försvinner från Y tas från A. Resultatet av en extra röst på A är alltså att A förlorar ett mandat i en annan valkrets.

Det beskrivna fallet är naturligtvis ett undantagsfall. Men kom ihåg att i ett allmänt val med ett stort antal röstande är det överhuvud taget sällan som en enda röst påverkar resultatet, utan att detta betyder att röster anses som meningslösa. I en teoretisk analys kan man därför nöja sig med att betrakta de fall då en ny röst påverkar resultatet. Om rösten påverkar fördelningen inom en valkrets är resultatet det önskade; rösten gynnar sitt parti. Men om rösten påverkar fördelningen mellan valkretsarna blir resultatet för partierna i praktiken helt slumpmässigt, och oberoende av vilket parti rösten avgavs för; rösten kan lika väl ge detta parti ett mandat mer som ett mandat mindre, och en annan möjlighet är att den tar ett mandat från ett annat parti och ger till ett tredje. Det oacceptabela resultatet att ett parti förlorar på en ny röst är alltså ett vanligt resultat för de röster som verkligen påverkar mandatfördelningen.

Att fördela mandaten mellan valkretsarna efter röstetal är därför en dålig idé om detta inte är förenat med utjämningsmandat, så att fördelningen mellan partierna inte påverkas.

6.6. Olyckligt system för utjämningsmandat

I Tyskland fördelades (till 2011) mandat och utjämningsmandat delstatsvis på ett sätt som gör det möjligt för ett parti att i vissa fall få fler utjämningsmandat med färre röster, se avsnitt 10.3.9.

6.7. Fel metod för restmandat – Liechtensteins metod

I Liechtenstein används en metod som är en variant av Hagenbach-Bischoffs system, se avsnitt 3.4.3. Droops kvot $Q_D = \lfloor R/(M+1) \rfloor + 1$ används och varje parti får först $\lfloor r_i/Q_D \rfloor$ mandat ("grundmandat"), som i Droops metod, men resterande mandat ("restmandat") delas ut med heltalsmetoden baserat på antalet överskottsröster $r_i - \lfloor r_i/Q_D \rfloor Q_D$. I tabell 6.4 får detta absurda konsekvenser.

parti	A	B	C	D	E	summa
röster	2499	2497	2496	1999	1498	10989
grundmandat	2	2	2	1	1	8
överskott	499	497	496	999	498	
restmandat	0	0	0	2	0	2
mandat	**2**	**2**	**2**	**3**	1	10

10 mandat. $Q_D = \lfloor 10989/11 \rfloor + 1 = 1000$.

Tabell 6.4. Liechtensteins metod. D får flest mandat utan att ha flest röster.

I denna valkrets fördelas alltså först 8 grundmandat. När sedan de 2 restmandaten fördelas går båda till D. (Eftersom $999/2 > 499$, jämförelsetalet för närmaste parti, A.) D får alltså sammanlagt 3 mandat, mer än de större partierna A, B, C! Detta är uppenbarligen ett allvarligt systemfel.[107]

Exemplet visar också två olika exempel på negativt röstvärde. Skulle D få en röst till så får D 2 grundmandat; bara 1 restmandat återstår och det går till A, se tabell 6.4a. D förlorar alltså ett mandat till A på att få en röst till.

Skulle istället A förlora en röst skulle Droops kvot minska till 999, och även då skulle D få 2 grundmandat och A det enda restmandatet, se tabell 6.4b. A vinner alltså ett mandat på att förlora en röst.

[107] Exemplet är visserligen ett undantagsfall, men det är illa nog. Med 6 partier kan samma fenomen inträffa lättare. För närvarande finns dock bara 3 partier i Liechtenstein, och då blir det inget problem utan restmandaten delas ut till de största överskotten som i Droops metod; normalt blir det högst 1 restmandat. (Det skulle i undantagsfall kunna bli 2 men då måste alla partierna ha överskott nära Q_D.) Småpartispärren på 8% minskar också möjligheten att det kommer att bli 5 eller fler partier som deltar i mandatfördelningen, så att problemet kan uppstå i praktiken.

parti	A	B	C	D	E	summa
röster	2499	2497	2496	**2000**	1498	10990
grundmandat	2	2	2	2	1	9
överskott	499	497	496	0	498	
restmandat	1	0	0	0	0	1
mandat	**3**	2	2	**2**	1	10

10 mandat. $Q_D = \lfloor 10990/11 \rfloor + 1 = 1000$.

TABELL 6.4a. Liechtensteins metod. Jämfört med tabell 6.4 vinner D en röst och förlorar därför ett mandat.

parti	A	B	C	D	E	summa
röster	**2498**	2497	2496	1999	1498	10988
grundmandat	2	2	2	2	1	9
överskott	500	499	498	1	499	
restmandat	1	0	0	0	0	1
mandat	**3**	2	2	**2**	1	10

10 mandat. $Q_D = \lfloor 10988/11 \rfloor + 1 = 999$.

TABELL 6.4b. Liechtensteins metod. Jämfört med tabell 6.4 förlorar A en röst och vinner därför ett mandat.

KAPITEL 7

Vissa matematiska egenskaper

7.1. Mer om divisorsmetoder

Betrakta en divisorsmetod med en given följd divisorer $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, $\dots$; vi förutsätter som i kapitel 2 att

$$0 \leq d(1) \leq d(2) \leq d(3) \leq \dots \tag{7.1}$$

Vi definierar vidare $d(0) = 0$. Vi tillåter $d(1) = 0$, och även ev. $d(2) = 0$ osv., se avsnitt 2.4, men vi antar att inte alla $d(m) = 0$. Vi låter

$$m_0 = \max\{m \geq 0 : d(m) = 0\}. \tag{7.2}$$

Vi har alltså $m_0 \geq 0$ och $d(0) = \dots = d(m_0) = 0$ men $d(m_0 + 1) > 0$ (och $d(m) \geq d(m_0+1) > 0$ för $m \geq m_0+1$). Speciellt gäller $m_0 = 0 \iff d(1) > 0$ (vilket vanligen är fallet). Som diskuterats i avsnitt 2.4 innebär $m_0 > 0$ att varje parti garanteras minst m_0 mandat. (Vi antar att $M \geq nm_0$, så att mandaten räcker till detta; fallet $M \leq nm_0$ är både praktiskt och teoretiskt ointressant.)

Använd formulering D1 (s. 19) och låt $J(k)$ vara det största jämförelsetalet när mandat k skall delas ut, dvs.

$$J(k) = \max_{1 \leq i \leq n} J_i(k), \tag{7.3}$$

där $J_i(k) = r_i/d(m_i(k-1)+1)$ är jämförelsetalet för parti i när mandat k skall delas ut (och alltså $k-1$ mandat är utdelade), se (2.2). $J(k)$ är alternativt, se formulering D2 (s. 19), det k:te största talet av alla kvoter $r_i/d(m)$, med $i = 1, \dots, n$ och $m = 1, 2, 3, \dots$ (Om $m_0 > 0$ så är för varje parti de m_0 första av dessa kvoter ∞, vilket ger sammanlagt nm_0 kvoter ∞. Alltså är $J(k) = \infty$ om $k \leq nm_0$, och $J(k) < \infty$ om $k > nm_0$.)

Det sista största jämförelsetalet i mandatfördelningen är alltså $J(M)$, medan nästa största jämförelsetal (om ytterligare ett mandat skulle delas ut) är $J(M+1)$, och divisorsmetoden ger ett mandat för varje jämförelsetal mindre än eller lika med $J(M)$ (bortsett från ev. lottdragning vid likhet). Jämförelsetalen avtar (eller är oförändrade), så

$$J(1) \geq J(2) \geq J(3) \dots . \tag{7.4}$$

Man ser lätt att likhet $J(k+1) = J(k)$ gäller om och endast om lottning måste användas för mandat k. Vi noterar följande formler.

LEMMA 7.1. *Jämförelsetalet för det sista mandatet är*

$$J(M) = \min_{1 \le i \le n} \frac{r_i}{d(m_i)} \tag{7.5}$$

och nästa jämförelsetal är

$$J(M+1) = \max_{1 \le i \le n} \frac{r_i}{d(m_i+1)}. \tag{7.6}$$

För ett parti utan mandat är $m_i = 0$ och alltså är nämnaren $d(m_i) = 0$ i (7.5); i detta fall tolkas kvoten $r_i/d(m_i)$ som ∞, vilket inte påverkar minimumet. Samma gäller om $m_0 > 0$ och $m \le m_0$. Den som vill undvika division med 0 kan skriva (7.5) som

$$J(M) = \min_{i:d(m_i)>0} \frac{r_i}{d(m_i)}. \tag{7.7}$$

(Om $M \le nm_0$ är detta ett minimum över en tom mängd, vilket här tolkas som ∞.)

BEVIS AV LEMMA 7.1. (7.6) följer direkt ur (7.3) och (2.2).

Antag att $m_i > 0$. Parti i har då jämförelsetal $r_i/d(m_i)$ när det får sitt sista mandat, så $r_i/d(m_i) = J(k)$ för något $k \le M$, och alltså, enligt (7.4), $r_i/d(m_i) = J(k) \ge J(M)$. Detta gäller trivialt även om $m_i = 0$. Vidare gäller likhet för det parti som fick det sista mandatet, vilket visar (7.5). $\square$

Vi bevisar nu sats 2.3, i en något mer detaljerad version.

SATS 7.2. *Om mandaten fördelas enligt en divisorsmetod (formulering D1 eller D2) med divisorerna $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ..., så finns det alltid ett tal $Q > 0$ sådant att*

$$d(m_i) \le \frac{r_i}{Q} \le d(m_i+1), \qquad i = 1, \dots, n. \tag{7.8}$$

Mer precist gäller detta för alla Q i intervallet $J(M+1) \le Q \le J(M)$, men inte för några andra.

Omvänt gäller att om $m_1, \dots, m_n$ är heltal som uppfyller (7.8) för något $Q > 0$, och dessutom summan $\sum_{i=1}^n m_i = M$, så måste $J(M+1) \le Q \le J(M)$ och m_i är de mandattal som ges av divisorsmetoden med divisorerna $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... (I det fall flera möjligheter finns och lottning måste tillgripas är $(m_i)_{i=1}^n$ ett av de möjliga resultaten.)

(Detta gäller även om $M < nm_0$ med $Q = \infty$, men vi är inte intresserade av detta fall och kan anta $Q < \infty$.)

BEVIS. För varje i gäller (även i fallet $d(m_i) = 0$; kom ihåg att vi alltid antar $r_i > 0$)

$$d(m_i) \le \frac{r_i}{Q} \iff Q \le \frac{r_i}{d(m_i)}, \tag{7.9}$$

och detta gäller för alla i om och endast om $Q \leq \min_{1\leq i\leq n} \frac{r_i}{d(m_i)}$, vilket enligt (7.5) är detsamma som $Q \leq J(M)$. På samma sätt gäller

$$\frac{r_i}{Q} \leq d(m_i + 1) \iff Q \geq \frac{r_i}{d(m_i + 1)}, \tag{7.10}$$

och detta gäller för alla i om och endast om $Q \geq \max_{1\leq i\leq n} \frac{r_i}{d(m_i+1)}$, vilket enligt (7.6) är detsamma som $Q \geq J(M + 1)$. Sammanlagt visar detta att (7.8) gäller om och endast om $J(M + 1) \leq Q \leq J(M)$.

För omvändningen ser vi av (7.9)–(7.10) att (7.8) innebär att

$$\frac{r_i}{d(m_i)} \geq Q \geq \frac{r_i}{d(m_i + 1)} \tag{7.11}$$

för alla partier i. De M kvoterna $r_i/d(m)$ med $m = 1, \dots, m_i$ och $i = 1, \dots, n$ är alltså precis de kvoter som är $\geq Q$, möjligen med undantag för några som är lika med Q, och de är alltså de M största kvoterna. Alltså är $m_1, \dots, m_n$ de antal mandat som divisorsmetoden ger (eller åtminstone ett tänkbart val i det fall lottning behövs), se formulering D2. Detta resonemang (eller satsens första del) visar också att $J(M + 1) \leq Q \leq J(M)$. □

Som vi såg i beviset ovan är (2.3) ekvivalent med (7.11), så formulering D4 (s. 21) är ekvivalent med att det existerar $m_1, \dots, m_n$ och Q så att (7.11) gäller för alla i, vilket också kan skrivas som

$$\min_{1\leq i\leq n} \frac{r_i}{d(m_i)} \geq Q \geq \max_{1\leq i\leq n} \frac{r_i}{d(m_i + 1)}. \tag{7.12}$$

Detta betyder helt enkelt att $m_1, \dots, m_n$ skall uppfylla

$$\min_{1\leq i\leq n} \frac{r_i}{d(m_i)} \geq \max_{1\leq i\leq n} \frac{r_i}{d(m_i + 1)}, \tag{7.13}$$

eftersom vi i så fall kan välja Q så att (7.12) gäller. (Jfr lemma 7.1 och sats 7.2.) Vidare gäller (7.13) om och endast om $r_i/d(m_i) \geq r_j/d(m_j + 1)$ för alla i och j. Vi kan därför ge ytterligare en ekvivalent formulering av divisorsmetoder:

Divisorsmetod, formulering D7. *Finn $m_1, \dots, m_n$ med $\sum_{i=1}^n m_i = M$ så att*

$$\frac{r_i}{d(m_i)} \geq \frac{r_j}{d(m_j + 1)} \tag{7.14}$$

för alla i och j.

Divisorsmetoder kan alltså beskrivas med parvisa jämförelser utan hänsyn till övriga partier. Detta gäller inte för kvotmetoder, vilket visas av paradoxerna i avsnitt 5.7–5.8.

Att en divisorsmetod kan beskrivas på detta sätt medför (och är ekvivalent med) att metoden är likformig, se avsnitt 5.13 (där detta visades på ett annat sätt).

Vi noterar också följande enkla resultat, besläktat med sats 2.7, se 3.6 för ett typiskt fall.

SATS 7.3. *Antag att en divisorsmetod ger mandattalen $(m_i)_{i=1}^n$. Om man istället först på något sätt delar ut en del mandat, med m_i' mandat till parti i där $m_i' \leq m_i$, och sedan fördelar resten med divisorsmetoden (formulering D1) med hänsyn till de redan utdelade mandaten, så blir resultatet samma $(m_i)_{i=1}^n$.*

BEVIS. De redan utdelade mandaten svarar i formulering D2 (s. 19) mot kvoter $r_i/d(m_j)$ som är bland de M största, och vid den fortsatta användningen av divisorsmetoden tas resten av dessa kvoter. □

ANMÄRKNING 7.4. Sats 7.3 gäller även om resultatet inte är entydigt bestämt utan lottning behövs, men med modifikationen att om de redan utdelade mandaten innefattar några av de mandat som lottningen handlar om blir det en lottning med färre alternativ (eller ingen lottning alls om bara ett alternativ kvarstår).

7.2. Mer om kvotmetoder

Regeln i formulering K1 att de resterande mandaten fördelas efter överskotten $r_i/Q - \lfloor r_i/Q \rfloor$ kan formuleras som att man finner ett tröskelvärde t och ger mandaten till de partier som har $r_i/Q - \lfloor r_i/Q \rfloor \geq t$. Detta kan skrivas som $r_i/Q + 1 - t \geq \lfloor r_i/Q \rfloor + 1$. Eftersom partiet i detta fall får $\lfloor r_i/Q \rfloor + 1$ mandat, och annars $\lfloor r_i/Q \rfloor$, betyder detta att antalet mandat $m_i = \lfloor r_i/Q + 1 - t \rfloor$. Kvotmetoderna kan alltså formuleras på följande sätt (med $u = 1 - t$):

KVOTMETOD, FORMULERING K3.

$$m_i = \left\lfloor \frac{r_i}{Q} + u \right\rfloor, \tag{7.15}$$

där u är ett (reellt) tal valt så att totalantalet mandat $\sum_{i=1}^n m_i = M$. (Om $r_i/Q + u$ är ett heltal tillåter vi även att m_i är närmast mindre heltal; detta krävs i de fall när lottning behövs för sista mandaten eller mandaten.)

Att vi avrundar nedåt i (7.15) är betydelselöst, vi kan lika gärna säga (med $v = u - \frac{1}{2}$):

KVOTMETOD, FORMULERING K4.

$$m_i = \left\langle \frac{r_i}{Q} + v \right\rangle, \tag{7.16}$$

där v är ett tal valt så att totalantalet mandat $\sum_{i=1}^n m_i = M$.

(I detta fall utan undantag, eftersom vår definition (1.6) täcker även specialfallet i (7.15).)

Vidare kan vi skriva (7.15) som

$$m_i \leq \frac{r_i}{Q} + u \leq m_i + 1, \tag{7.17}$$

vilket är detsamma som

$$m_i - \frac{r_i}{Q} \le u \le m_i - \frac{r_i}{Q} + 1. \tag{7.18}$$

Detta ger

$$\max_i \left(m_i - \frac{r_i}{Q} \right) \le u \le \min_i \left(m_i - \frac{r_i}{Q} \right) + 1. \tag{7.19}$$

Omvänt, om $(m_i)_{i=1}^n$ är heltal så att $\sum_{i=1}^n m_i = M$ och

$$\max_i \left(m_i - \frac{r_i}{Q} \right) \le \min_i \left(m_i - \frac{r_i}{Q} \right) + 1 \tag{7.20}$$

kan vi hitta ett u så att (7.19) gäller, och $(m_i)_{i=1}^n$ är då den mandatfördelning som kvotmetoden ger (eller en möjlig sådan vid lottning). Kvotmetoden definieras alltså också av (7.20), vilket även kan skrivas på följande sätt:

KVOTMETOD, FORMULERING K5. *Finn $m_1, \dots, m_n$ med $\sum_{i=1}^n m_i = M$ så att, för alla i och j,*

$$m_i - \frac{r_i}{Q} \le m_j - \frac{r_j}{Q} + 1, \tag{7.21}$$

eller, ekvivalent,

$$r_i - m_i Q \ge r_j - (m_j + 1)Q. \tag{7.22}$$

Detta ger alltså en beskrivning av kvotmetoder med parvisa jämförelser, liknande formulering D7 (s. 71) för divisorsmetoder, men med den viktiga skillnaden att kvoten Q, som ju beror även på de andra partiernas röstetal, ingår explicit. Man kan alltså inte som för divisorsmetoder beskriva resultatet med parvisa jämförelser oberoende av övriga partier, vilket som sagt visas av paradoxerna i avsnitt 5.7–5.8.

Även kvotmetoderna kan beskrivas med jämförelsetal, även om detta inte brukar göras.[108] Vi ger parti i jämförelsetalet $r_i - mQ$ när det har fått m mandat. Med våra beteckningarna har vi alltså

$$J_i(k) = r_i - m_i(k) \cdot Q. \tag{7.23}$$

Det följer omedelbart från (7.22) att kvotmetoden kan beskrivas på följande sätt.

KVOTMETOD, FORMULERING K6. *Dela ut mandaten ett efter ett som vid divisorsmetoder (formulering D1, s. 19), med jämförelsetal beräknade enligt* (7.23).

Alternativt, gör som i formulering D2 (s. 19) med skillnaderna $r_i - mQ$, $i = 1, \dots, n$ och $m = 1, 2, \dots$.

[108] Sainte-Laguë [319] kom dock fram till en sådan formulering (närmast formulering D2 (s. 19) med jämförelsetalen i (7.23)) i ett bevis av att valkvotsmetoden minimerar minstakvadratfelet (9.10).

7.2.1. När fungerar kvotmetoden? I de vanliga formuleringarna K1–K2 förutsätts det att antalet mandat som delas ut i första steget är högst M, och att antalet resterande mandat är högst n, så att varje parti får högst ett mandat till, och vidare att bara partier med $r_i/Q > \lfloor r_i/Q \rfloor$ (och som alltså har ett överskott) får restmandat. I formler är villkoret

$$\sum_{i=1}^{n} \lfloor r_i/Q \rfloor \leq M \leq \sum_{i=1}^{n} \lceil r_i/Q \rceil. \tag{7.24}$$

Man ser lätt att detta är ekvivalent med att att man kan välja u i formulering K3 med $0 < u < 1$, och alltså $-\frac{1}{2} < v < \frac{1}{2}$ i formulering K4.

Vi formulerar en sats för när detta gäller.

SATS 7.5. *För en kvotmetod med kvot Q gäller:*

(i) *Om $Q > R/(M+1)$ är $\sum_{i=1}^{n} \lfloor r_i/Q \rfloor \leq M$, så högst M mandat delas ut i första steget.*

(ii) *Om $Q < R/(M-1)$ är $\sum_{i=1}^{n} \lceil r_i/Q \rceil \geq M$, så antalet restmandat är högst lika med antalet partier som har ett positivt överskott.*

BEVIS. (i): Om $Q > R/(M+1)$ är

$$\sum_{i=1}^{n} \left\lfloor \frac{r_i}{Q} \right\rfloor \leq \sum_{i=1}^{n} \frac{r_i}{Q} = \frac{R}{Q} < M + 1; \tag{7.25}$$

eftersom summan är ett heltal är den högst M.

(ii): Analogt med (7.25) ser man att $\sum_{i=1}^{n} \lceil r_i/Q \rceil \geq M$. Antalet restmandat är därför

$$M - \sum_{i=1}^{n} \left\lfloor \frac{r_i}{Q} \right\rfloor \leq \sum_{i=1}^{n} \left\lceil \frac{r_i}{Q} \right\rceil - \sum_{i=1}^{n} \left\lfloor \frac{r_i}{Q} \right\rfloor = \sum_{i=1}^{n} \left(\left\lceil \frac{r_i}{Q} \right\rceil - \left\lfloor \frac{r_i}{Q} \right\rfloor \right),$$

vilket är antalet partier med positivt överskott. □

Villkoren i sats 7.5 är bästa möjliga:[109]

EXEMPEL 7.6. Om $Q \leq R/(M+1)$ och vi har $M+1$ partier med lika många röster var så är $r_i = R/(M+1) \geq Q$ för varje parti, vilket berättigar partiet till minst 1 mandat, och mandaten räcker inte. (Se även exempel 3.4.)

Omvänt, om $Q > R/(M-1)$ och vi har $M-1$ partier med lika många röster var så är $r_i = R/(M-1) < Q$ för varje parti, så inget mandat delas ut i första steget och vi får M restmandat, men det finns bara $M-1$ partier. Om $Q = R/(M-1)$ och vi har $M-1$ partier med lika många röster var så är $r_i = Q$ för varje parti, vilket ger dem 1 mandat var i första steget; det finns sedan 1 restmandat, som måste gå till ett parti med överskott 0.

[109]Däremot är villkoren inte nödvändiga i varje enskilt fall; kvotmetoden kan fungera för vissa röstfördelningar även för andra Q. Men vi är mer intresserade av metoder som alltid fungerar.

Anmärkning 7.7. Formuleringarna K3–K6 fungerar lite allmännare så snart som $\sum_{i=1}^{n} \lfloor r_i/Q \rfloor \le M$, eftersom det då finns något $u \ge 0$ så att m_i som i (7.15) har summan $\sum_{i=1}^{n} m_i = M$. Speciellt fungerar de, enligt sats 7.5, så snart som $Q > R/(M+1)$. Även fallet $R = Q/(M+1)$ går bra, nu med $u \ge 0$. (I fallet i exempel 7.6 tar vi $u = 0$, och avrundar något parti nedåt.) Formuleringarna fungerar också ibland även när $\sum_{i=1}^{n} \lfloor r_i/Q \rfloor > M$; vi måste då ta $u < 0$ vilket går bra så länge som $u + r_i/Q \ge 0$ för varje i, dvs. $u \ge -\min_i r_i/Q$. För mindre u ger däremot (7.15) $m_i < 0$ vilket är oacceptabelt.

Formuleringen K6 fungerar ännu allmännare för varje $Q > 0$; man ser lätt att detta är ekvivalent med att formulering K3 eller K4 modifieras så att vi inte tillåter negativa m_i utan tar 0 istället; ett sätt att göra detta är att ersätta $r_i/Q + u$ i (7.15) med $(r_i/Q + u)_+$.

Vi ser vad sats 7.5 ger för resultat för de vanliga kvotmetoderna.

7.2.1.1. *Enkla valkvoten (Hares kvot).* Med den vanliga valkvoten (Hares kvot) $Q = R/M$ är det enligt sats 7.5 aldrig några problem med definitionen, om kvoten inte avrundas. Om valkvoten avrundas, vilket som sagts i kapitel 3 görs ibland (fast jag tycker det är bättre att låta bli), kan det bli problem vid små röstetal. (T.ex. om $M = 10$ och $R = 99$, fördelade på 11 partier med 9 röster var; då är $\lfloor R/M \rfloor = 9$ så varje parti är berättigat till ett mandat.) Men med tillräckligt många röster fungerar även en avrundad kvot; vi ger ett tilläckligt villkor i nästa sats.

Sats 7.8. (i) *Om $R \ge M(M+1)$ är $\lfloor R/M \rfloor > R/(M+1)$.*

(ii) *Om $R \ge M(M-1)$ är $\lceil R/M \rceil < R/(M-1)$.*

Om $R \ge M(M+1)$ fungerar alltså valkvotsmetoden i formulering K1 även om kvoten R/M avrundas uppåt eller nedåt.

Bevis. (i): Om $R \ge M(M+1)$ är

$$\frac{R}{M} - \frac{R}{M+1} = \frac{R}{M(M+1)} \ge 1, \tag{7.26}$$

och alltså $\lfloor R/M \rfloor > R/M - 1 \ge R/(M+1)$.

(ii): Om $R \ge M(M-1)$ är på samma sätt $\lceil R/M \rceil < R/M + 1 \le R/(M-1)$. □

7.2.1.2. *Droops kvot.* Droops kvot $Q = \lfloor R/(M+1) \rfloor + 1$ är konstruerad så att den alltid uppfyller den undre gränsen i sats 7.5(i), däremot kan det bli problem med den övre gränsen i sats 7.5(ii) om antalet röster är litet. (T.ex. om $M = 11$ och $R = 48$, fördelade på 2 partier med 24 röster var. Droops kvot är $\lfloor 48/12 \rfloor + 1 = 5$, så partierna får först 4 mandat var, och det finns 3 restmandat.) Men i praktiken är normalt antalet röster så stort att det inte är något problem:

Sats 7.9. *Med Droops kvot $Q = \lfloor R/(M+1) \rfloor + 1$ gäller följande.*

(i) *Om $R \ge M^2/2$ är $R/(M+1) < Q < R/(M-1)$, och Droops metod i formulering K1 fungerar alltid.*

(ii) *Om* $R \geq M(M+1)$ *är dessutom* $Q \leq Q_H = R/M$.

BEVIS. (i): Om $R \geq M^2/2$ är

$$Q - \frac{R}{M-1} = \left\lfloor \frac{R}{M+1} \right\rfloor + 1 - \frac{R}{M-1} \leq \frac{R}{M+1} + 1 - \frac{R}{M-1}$$
$$= 1 - \frac{2R}{(M-1)(M+1)} \leq 1 - \frac{M^2}{(M-1)(M+1)} < 0. \quad (7.27)$$

(ii): På samma sätt, se (7.26). □

Med oavrundad Droops kvot $Q = R/(M+1)$ är det inget problem med den övre gränsen i sats 7.5(ii), däremot har vi likhet och inte olikhet i sats 7.5(i). Det är alltså möjligt att för många mandat delas ut i första steget, men man ser av (7.25) att detta endast kan hända i undantagsfallet att alla r_i/Q är heltal (t.ex. med $M+1$ partier med lika många röster var som i exempel 7.6), se exempel 3.4; i detta fall är summan

$$\sum_i \left\lfloor \frac{r_i}{Q} \right\rfloor = \sum_i \frac{r_i}{Q} = \frac{R}{Q} = \frac{R}{R/(M+1)} = M+1. \quad (7.28)$$

En matematiskt elegant lösning som har föreslagits för STV med oavrundad Droops kvot är att bara ge mandat till dem som får strikt fler röster än kvoten, se [276]. Versionen för kvotmetoder skulle vara att använda $Q = R/(M+1)$ och i första steget bara ge $\lceil r_i/Q \rceil - 1$ mandat; skillnaden är alltså att om r_i/Q råkar vara ett heltal delas endast $r_i/Q - 1$ mandat ut. Eftersom i detta fall partiet får överskottet 1 så står det först i tur att få mandat i andra steget, så slutresultatet blir exakt detsamma som i den vanliga formuleringen K1 eller K2 i avsnitt 3.1 utom just i undantagsfallet att den vanliga metoden skulle dela ut fler än M mandat; i så fall har alla partier samma överskott (nämligen 1) och genom lottning får alla utom ett av dem ett mandat till. Slutresultatet blir alltså detsamma som att använda vanliga metoden och ta bort det överskjutande mandatet från ett parti med lottning. (Formuleringarna K3–K6 ger samma resultat.) En fördel med denna formulering är att det inte behövs någon specialregel enbart för detta osannolika undantagsfall. (Regler om lottning behövs ju ändå. Istället för lottning kan andra regler användas, som sagts tidigare.)

7.2.1.3. *Imperialis kvot.* Imperialis kvot $R/(M+2)$ är alltid mindre än $R/(M+1)$, så det finns alltid en risk att för många mandat skall delas ut. (I praktiken kan risken vara liten om det finns många partier, men risken finns alltid.) Speciellt kan vi se att detta alltid händer om vi bara har två partier, i detta fall är nämligen

$$\left\lfloor \frac{r_1}{Q} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{r_2}{Q} \right\rfloor > \frac{r_1}{Q} - 1 + \frac{r_2}{Q} - 1 = \frac{R}{Q} - 2 = M + 2 - 2 = M. \quad (7.29)$$

Avrundade versioner av Imperialis kvot kan behandlas på samma sätt som ovan, men vi hoppar över detta.

7.2.2. Två bevis. Vi avslutar detta avsnitt med bevis av sats 3.6 för Hagenbach-Bischoffs metod, se avsnitt 3.4.8, och sats 3.5 för den grekiska varianten av valkvotsmetoden, se avsnitt 3.4.4.

Bevis av sats 3.6. Om $Q > R/(M+1)$ visar sats 7.5 att $\sum_{i=1}^{n}\lfloor r_i/Q\rfloor \leq M$, medan formulering D3 (s. 21) av heltalsmetoden visar att $m_i = \lfloor r_i/D\rfloor$ för en divisor D så att $\sum_{i=1}^{n}\lfloor r_i/D\rfloor = M$. Låt $m_i' = \lfloor r_i/Q\rfloor$ vara antalet mandat parti i får i första steget. Om $\sum_{i=1}^{n}\lfloor r_i/Q\rfloor = M$ kan vi ta $D = Q$ och då är $m_i = m_i'$, men om $\sum_{i=1}^{n}\lfloor r_i/Q\rfloor < M$ måste vi ta $D < Q$ och då är $m_i \geq m_i'$; resultatet följer nu av sats 7.3. (Man ser lätt att resultatet gäller även i fall när lottning behövs mellan några partier.)

Samma gäller om $Q = R/(M+1)$, utom i undantagsfallet i exempel 3.4; i detta fall är $\sum_{i=1}^{n}\lfloor r_i/Q\rfloor = M+1$ och vi måste lotta för att se vilket parti som bara får $\lfloor r_i/Q\rfloor$ mandat, men detta ger precis samma fördelning och samma lottning som heltalsmetoden. □

Bevis av sats 3.5. Vi räknar för enkelhets skull först med oavrundade kvoter $Q = R/M$ och $Q' = R'/(M'+1)$, där $R' = \sum_{i=1}^{n} r_i'$ är totala antalet överskottsröster och M' är antalet resterande mandat.[110] Eftersom antalet redan utdelade mandat då är $M - M'$, och $R = MQ$, gäller

$$R' = \sum_{i=1}^{n}\bigl(r_i - \lfloor r_i/Q\rfloor Q\bigr) = R - \sum_{i=1}^{n}\lfloor r_i/Q\rfloor Q = R - (M-M')Q = M'Q.$$

Med Droops kvot i restmandatfördelningen är då den andra kvoten

$$Q' = \frac{R'}{M'+1} = \frac{M'}{M'+1}Q.$$

Eftersom resten $r_i' < Q$ är kvoterna i restmandatfördelningen

$$\frac{r_i'}{Q'} < \frac{Q}{Q'} = \frac{M'+1}{M'} = 1 + \frac{1}{M'}.$$

Om antalet restmandat M' är minst 2 är alltså $r_i'/Q \leq 1{,}5$ och därför $\lfloor r_i'/Q\rfloor \leq 1$; detta gäller dessutom med god marginal, så resultatet påverkas inte av avrundning av kvoterna. I detta fall ser man att metoden innebär att restmandaten går till de M' partier som har störst antal reströster r_i', precis som i en kvotmetod, se formulering K2 (s. 35).

I fallet $M' = 1$ går restmandatet alltid till partiet med störst överskott r_i', och om $M' = 0$ finns det inget att diskutera. I samtliga fall ger grekiska metoden alltså samma resultat som valkvotsmetoden. □

[110] I användningen i Grekland ingår i R och R' även rösterna på de partier som inte klarar spärren på 3%, se anm. 3.3; detta påverkar inte beviset.

7.3. Två partier

För att se effekterna av olika metoder är det lämpligt att titta på det enkla fallet med bara 2 partier, $n = 2$. I detta fall är $p_1 + p_2 = 1$, så antalet mandat m_i bestäms av p_i (för ett givet M och, om valmetoden inte är homogen, R). Vi låter P_m vara den minsta röstandel p_i som ger minst m mandat, för $m = 1, \dots, M$. (Om $p_i = P_m$ sker lottning el. dyl.; som vanligt är detta underförstått utan att vi explicit säger det. Detsamma gäller i bevisen nedan där egentligen lottning kan behövas i fall med likhet.) Observera att

$$P_m + P_{M+1-m} = 1 \tag{7.30}$$

eftersom parti 1 får mindre än m mandat precis när parti 2 får minst $M + 1 - m$ mandat.

Om $d(1) = 0$, dvs. $m_0 \geq 1$ med m_0 som i (7.2) antas som vanligt $M \geq nm_0 = 2m_0$.

Sats 7.10. *Antag att $n = 2$, dvs. det finns bara två partier.*

(i) *För divisorsmetoden med divisorer $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, … är*

$$P_m = \frac{d(m)}{d(m) + d(M+1-m)}, \qquad m = 1, \dots, M. \tag{7.31}$$

(ii) *Speciellt gäller att för den linjära divisorsmetoden med $d(m) = m-1+q$, där $q \geq 0$ är en konstant, gäller*

$$P_m = \frac{m-1+q}{M-1+2q}, \qquad m = 1, \dots, M. \tag{7.32}$$

Alltså är

$$m_i = \lfloor (M-1+2q)p_i + 1 - q \rfloor = \left\langle \mu_i + (2p_i - 1)(q - \tfrac{1}{2}) \right\rangle, \tag{7.33}$$

om inte detta ger ett värde < 0 eller $> M$ (vilket kan hända om $q > 1$); i så fall är $m_i = 0$ resp. M.

(iii) *För kvotmetoden med $Q = R/(M + \gamma)$, där $\gamma \geq -1$, gäller*

$$P_m = \frac{m + (\gamma - 1)/2}{M + \gamma}, \qquad m = 1, \dots, M. \tag{7.34}$$

Alltså är

$$m_i = \lfloor (M + \gamma)p_i + (1-\gamma)/2 \rfloor = \langle \mu_i + (p_i - 1/2)\gamma \rangle, \tag{7.35}$$

om inte detta ger ett värde < 0 eller $> M$ (vilket kan hända om $\gamma > 1$); i så fall är $m_i = 0$ resp. M.

(iv) *Om $\gamma = 2q - 1$ sammanfaller divisorsmetoden med $d(m) = m - 1 + q$ och kvotmetoden med $Q = R/(M + \gamma)$ för två partier.*

För kvotmetoder antar vi här att formulering K6 används om den vanliga formuleringen K1 inte fungerar, se avsnitt 7.2.1. (För $-1 < \gamma < 1$ är det inga problem enligt sats 7.5.)

BEVIS. (i): Vi kan anta att $i = 1$. Enligt formulering D2 (s. 19) får parti 1 minst m mandat om $r_1/d(m)$ är bland de M största av alla kvoter $r_j/d(k)$, med $j = 1, 2$ och $k = 1, 2, \ldots$, vilket är detsamma som att

$$\frac{r_1}{d(m)} \geq \frac{r_2}{d(M+1-m)}. \tag{7.36}$$

Detta är ekvivalent med

$$\frac{r_1}{r_2} \geq \frac{d(m)}{d(M+1-m)} \tag{7.37}$$

och

$$p_1 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} \geq \frac{d(m)}{d(m) + d(M+1-m)}. \tag{7.38}$$

(ii): Om $d(m) = m - 1 + q$ ger (7.31) omedelbart (7.32). (Alternativt följer detta ur sats 8.4 nedan.) Vidare gäller, för $1 \leq m \leq M$,

$$\begin{aligned} m_i \geq m \iff& (M - 1 + 2q)p_i \geq (M - 1 + 2q)P_m = m - 1 + q \\ \iff& (M - 1 + 2q)p_i + 1 - q \geq m, \end{aligned}$$

vilket ger (7.33).

(iii): Vi använder formulering K6 (s. 73), och ser att parti 1 får minst m mandat om $r_1 - mQ$ är bland de M största av alla differenser $r_j - kQ$, med $j = 1, 2$ och $k = 1, 2, \ldots$, vilket är detsamma som att

$$r_1 - mQ \geq r_2 - (M + 1 - m)Q. \tag{7.39}$$

Detta är ekvivalent med

$$r_1 - r_2 \geq (2m - M - 1)Q \tag{7.40}$$

och, med $Q = R/(M + \gamma)$,

$$p_1 = \frac{r_1 - r_2}{2R} + \frac{r_1 + r_2}{2R} \geq \Bigl(m - \frac{M+1}{2}\Bigr)\frac{Q}{R} + \frac{1}{2} = \frac{m + (\gamma - 1)/2}{M + \gamma} \tag{7.41}$$

vilket ger (7.34). (Alternativt följer detta av (8.49) nedan.) Härav följer (7.35) på samma sätt som i beviset av (ii); observera att (7.32)–(7.33) är samma som (7.34)–(7.35) med $\gamma = 2q - 1$.

(iv): Följer ur (ii) och (iii). □

FÖLJDSATS 7.11. *För två partier är uddatalsmetoden = valkvotsmetoden, och heltalsmetoden = Droops metod med oavrundad kvot.*

BEVIS. Sats 7.10(iv) med $q = 1/2$, $\gamma = 0$ resp. $q = 1$, $\gamma = 1$. □

EXEMPEL 7.12. För uddatalsmetoden och valkvotsmetoden (med 2 partier) är $P_m = \frac{m-1/2}{M}$, dvs. $\frac{1}{2M}, \frac{3}{2M}, \ldots, \frac{2M-1}{2M}$.

EXEMPEL 7.13. För heltalsmetoden och Droops metod med oavrundad kvot (med 2 partier) är $P_m = \frac{m}{M+1}$, dvs. $\frac{1}{M+1}, \frac{2}{M+1}, \ldots, \frac{M}{M+1}$.

Exempel 7.14. För jämkade uddatalsmetoden (med 2 partier) är $P_m = \frac{m-1/2}{M}$ som i exempel 7.12 för $2 \leq m \leq M-1$, medan $P_1 = \frac{0{,}7}{M+0{,}2}$ och $P_M = \frac{M-0{,}5}{M+0{,}2}$.

Exempel 7.15. Kvotmetoden med Imperialis kvot $R/(M+2)$ är för 2 partier detsamma som den linjära divisorsmetoden med $q = 3/2$, dvs. $d(m) = m + 1/2$. (Förutsatt att vi använder t.ex. formulering K6, eftersom K1–K2 inte fungerar med 2 partier, se avsnitt 7.2.1.3.) Vi har $P_m = \frac{m+1/2}{M+2}$, dvs. $\frac{3}{2M+4}, \frac{5}{2M+4}, \dots, \frac{2M+1}{2M+4}$.

Exempel 7.16. Imperialimetoden (avsnitt 2.3.6) är den linjära divisorsmetoden med $q = 2$; för 2 partier är detta detsamma som kvotmetoden med $R = Q/(M+3)$, avsnitt 3.2.4. Vi har $P_m = \frac{m+1}{M+3}$, dvs. $\frac{2}{M+3}, \frac{3}{M+3}, \dots, \frac{M+1}{M+3}$.

KAPITEL 8

Skillnaden mellan röstandel och mandatandel

Själva poängen med en proportionell valmetod är att andelen mandat m_i/M för ett parti skall vara nästan densamma som andelen röster r_i/R, men som sagts kan vi bara i undantagsfall få exakt likhet.

Vi studerar i detta kapitel hur stor skillnaden är, ur olika aspekter. Bland annat undersöker vi om valmetoderna systematiskt gynnar stora eller små partier.

8.1. Andel röster och antal mandat

Betrakta ett visst parti i. För alla valmetoder utom den automatiska i avsnitt 4.2 gäller att antalet mandat partiet får inte bara beror på partiets röstandel $p_i = r_i/R$ utan också på hur övriga röster fördelas mellan övriga partier. Vi kan ställa upp gränser för variationen genom att titta på extremfall.

ANMÄRKNING 8.1. När vi i detta avsnitt säger att en olikhet är *bästa möjliga* betyder det att man för varje givet M, n och m_i (och ev. n'_i) kan få likhet för något val av $(p_i)_{i=1}^n$, förutsatt att vi tillåter godtyckliga reella $p_i \geq 0$ med $\sum_{i=1}^n p_i = 1$. Om vi, som normalt, förutsätter att röstetalen är positiva heltal och alltså alla p_i är rationella och $p_i > 0$, kan vi i allmänhet inte få likhet i olikheten (även om det går i många fall[111]). Däremot kan vi, åtminstone för kvotmetoder och för divisorsmetoder där $d(m+1) > d(m)$ för alla m med $d(m) > 0$ (vilket gäller alla metoder i avsnitt 2.3), få nästan likhet, i betydelsen att vi kan få godtyckligt liten skillnad mellan sidorna i olikheten, genom att justera reella p_j som ger likhet godtyckligt lite så att p_j blir rationella och positiva utan att mandatfördelningen ändras.

8.1.1. Divisorsmetoder. Vi betraktar först divisorsmetoder och ger ett allmänt resultat. (Satsen bygger på, och generaliserar, Palomares och Ramírez [302] där extra antaganden görs.) För fullständighets skull definierar vi (8.1)–(8.4) nedan för alla $m, \nu \geq 0$, fast egentligen är bara $m \geq \nu \geq 1$ och $m = \nu = 0$ intressanta i (8.1)–(8.2), och i (8.4) bara $1 \leq \ell \leq m$ och $m = \ell = 0$; vi definierar ett maximum över en tom mängd som 0 och ett minimum över en tom mängd som ∞.

[111] T.ex. i sats 8.2 om alla $m_i \geq m_0 + 1$ och alla $d(m)$ är rationella, vilket gäller för de flesta metoder i avsnitt 2.3, eller i sats 8.8 om γ är rationellt. (Men det gäller inte för Huntingtons metod där man i allmänhet inte kan få likhet i sats 8.2.)

SATS 8.2. *Följande gäller för divisorsmetoden med divisorer $d(m)$. (Om $d(m_0) = 0$ för något $m_0 \geq 1$ antas $M \geq nm_0$, varvid $m_i \geq m_0$ för alla partier, se avsnitt 2.4.) Låt*

$$D_+(m,\nu) = \max\Big\{\sum_{j=1}^{\nu} d(m_j) : m_j \geq 1 \text{ och } \sum_{j=1}^{\nu} m_j = m\Big\}, \tag{8.1}$$

$$D_-(m,\nu) = \min\Big\{\sum_{j=1}^{\nu} d(m_j) : m_j \geq 1 \text{ och } \sum_{j=1}^{\nu} m_j = m\Big\}, \tag{8.2}$$

$$D_-^*(m,\nu) = \min\Big\{\sum_{j=1}^{\nu} d(m_j) : m_j \geq 0 \text{ och } \sum_{j=1}^{\nu} m_j = m\Big\}; \tag{8.3}$$

det gäller då att

$$D_-^*(m,\nu) = \min\Big\{D_-(m,\ell) : \ell \leq \nu \wedge m\Big\}. \tag{8.4}$$

Med dessa beteckningar gäller

$$\frac{d(m_i)}{d(m_i) + D_+(M - m_i + n - 1, n - 1)} \leq p_i \leq \frac{d(m_i + 1)}{d(m_i + 1) + D_-^*(M - m_i, n - 1)} \tag{8.5}$$

och om $n_i' \leq n-1$ är antalet partier utom parti i som tar mandat gäller även

$$p_i \leq \frac{d(m_i + 1)}{d(m_i + 1) + D_-(M - m_i, n_i')}. \tag{8.6}$$

Olikheterna är bästa möjliga.

BEVIS. Vi observerar först att om ℓ är antalet m_j som är > 0 i (8.3) så är minimumet i (8.3) över alla $m_1, \dots, m_\nu$ med ett givet ℓ lika med $D_-(m, \ell)$ (eftersom $d(0) = 0$). Vidare är $\ell \leq \nu \wedge m$, och detta visar att (8.4) gäller.

Vi använder formulering D4 (s. 21) (se även sats 7.2). Det finns alltså ett tal Q så att

$$d(m_i) \leq \frac{r_i}{Q} \leq d(m_i + 1) \tag{8.7}$$

för alla partier i. Nu är

$$p_i = \frac{r_i/Q}{\sum_{j=1}^{n} r_j/Q} \tag{8.8}$$

och denna kvot minimeras [maximeras] av att ta r_i/Q så litet [stort] som möjligt och alla r_j/Q med $j \neq i$ så stora [små] som möjligt; för en given mandatfördelning $(m_i)_{i=1}^n$ gäller därför

$$\frac{d(m_i)}{d(m_i) + \sum_{j\neq i} d(m_j + 1)} \leq p_i \leq \frac{d(m_i + 1)}{d(m_i + 1) + \sum_{j \neq i} d(m_j)}. \tag{8.9}$$

Givet M och m_i minimeras vänsterledet i (8.9) av att m_j för $j \neq i$ väljs så att summan $\sum_{j\neq i} d(m_j + 1)$ maximeras; eftersom summan har $n - 1$ termer, varje $m_j + 1 \geq 1$ och $\sum_{j\neq i}(m_j + 1) = \sum_{j\neq i} m_j + (n - 1) = M - m_i + n - 1$

så är maximum av summan $D_+(M - m_i + n - 1, n - 1)$, se (8.1), vilket ger vänstra olikheten i (8.5).

På samma sätt maximeras högerledet i (8.9) för givna M och m_i av att m_j för $j \neq i$ väljs så att summan $\sum_{j\neq i} d(m_j)$ minimeras där $\sum_{j\neq i} m_j = M - m_i$, vilket ger högra olikheten i (8.5). Eftersom $d(0) = 0$ kan vi här också eliminera alla termer med $m_j = 0$. För ett givet antal n'_i termer med $m_j > 0$ är minimum $D_-(M - m_i, n'_i)$ enligt (8.2), vilket ger (8.6).

I samtliga fall kan vi för varje mandatfördelning $(m_i)_{i=1}^n$ få likhet genom att välja $r_i/Q = d(m_i)$ och $r_j/Q = d(m_j + 1)$ för $j \neq i$, eller tvärtom, med ett godtyckligt $Q > 0$. (Dessa röstetal blir inte alltid heltal, se anm. 8.1.) □

Vi tillämpar detta på linjära divisorsmetoder, avsnitt 2.3.12, där vi får mer explicita resultat, visade i [302] för fallet $0 \leq q \leq 1$. (Observera att vi, för att underlätta tillämpningar, låter de olika fallen överlappa.)

Sats 8.3. *Följande gäller för den linjära divisorsmetoden med* $d(m) = m - 1 + q$, *där* $q \geq 0$ *är en konstant. (Om* $q = 0$ *så* $d(1) = 0$ *antas* $M \geq n$, *varvid alla partier tar mandat, se avsnitt 2.4.)*

(i) *Om* $1 \leq m_i \leq M$:

$$p_i \geq \frac{m_i - 1 + q}{M + nq - 1}. \tag{8.10}$$

Olikheten är bästa möjliga.

(ii) *Om* $0 \leq q \leq 1$ *och* $0 \leq m_i \leq M$:

$$p_i \leq \frac{m_i + q}{(M + nq - n + 1)_+}. \tag{8.11}$$

Olikheten är bästa möjliga om $0 \leq m_i \leq M - n + 1$.

(iii) *Om* $0 \leq q \leq 1$ *och* $0 \leq m_i \leq M$:

$$p_i \leq \frac{m_i + q}{m_i + (M - m_i + 1)q}. \tag{8.12}$$

Olikheten är bästa möjliga om $M - n + 1 \leq m_i \leq M$.

(iv) *Om* $q \geq 1$ *och* $0 \leq m_i \leq M - 1$:

$$p_i \leq \frac{m_i + q}{M + 2q - 1}. \tag{8.13}$$

Olikheten är bästa möjliga.

(v) *Om* $n'_i \leq n - 1$ *är antalet partier utom parti* i *som tar mandat så är*

$$\frac{m_i - 1 + q}{M + nq - 1} \leq p_i \leq \frac{m_i + q}{M + (n'_i + 1)q - n'_i}, \tag{8.14}$$

med undantag för att vänstra olikheten bara behöver gälla om $m_i \geq 1$ *eller* $q \leq 1$. *Olikheterna är bästa möjliga, utom (trivialt) den vänstra om* $m_i = 0$ *och* $q \neq 1$.

Bevis. Vi har, för alla $m_j \geq 1$ med $\sum_{j=1}^{\nu} m_j = m$,

$$\sum_{j=1}^{\nu} d(m_j) = \sum_{j=1}^{\nu} (m_j + q - 1) = m + \nu(q-1), \tag{8.15}$$

och alltså är, om $m \geq \nu \geq 1$ (så att sådana m_j existerar), eller $m = \nu = 0$,

$$D_+(m,\nu) = D_-(m,\nu) = m + \nu(q-1). \tag{8.16}$$

Alltså är, om $1 \leq m_i \leq M$,

$$\begin{aligned} d(m_i) &+ D_+(M - m_i + n - 1, n-1) \\ &= m_i + q - 1 + M - m_i + n - 1 + (n-1)(q-1) \\ &= M + nq - 1, \end{aligned}$$

så att (i) följer ur (8.5).

På samma sätt är, om $0 \leq m_i \leq M$,

$$\begin{aligned} d(m_i + 1) + D_-(M - m_i, n_i') &= m_i + q + M - m_i + n_i'(q-1) \\ &= M + (n_i' + 1)q - n_i', \end{aligned}$$

så att (8.6) ger den högra olikheten i (8.14). Den vänstra olikheten i (8.14) gäller enligt (i) om $m_i \geq 1$, och trivialt även då $m_i = 0$ om $q \leq 1$ (men inte alltid om $q > 1$).

Vi ser också av (8.16) att om $q \leq 1$ är $D_-(m,\ell)$ avtagande i ℓ, så minimum i (8.4) ges av ℓ så stort som möjligt, dvs. $\ell = \nu \wedge m$. Om däremot $q > 1$ ges minimum av ℓ så litet som möjligt, dvs. $\ell = 0$ om $m = 0$ och annars $\ell = 1$. Alltså ger (8.16)

$$D_-^*(m,\nu) = \begin{cases} m + (\nu \wedge m)(q-1), & q \leq 1, \\ m + q - 1, & q \geq 1,\ m \geq 1, \\ 0, & q \geq 1,\ m = 0, \end{cases} \tag{8.17}$$

(ii), (iii) och (iv) följer nu ur (8.5); om $q \leq 1$ ger (8.17)

$$D_-^*(m,\nu) = m + (\nu \wedge m)(q-1) \geq \begin{cases} m + \nu(q-1), \\ m + m(q-1) = mq, \end{cases}$$

för $m \geq 0$, med likhet om $\nu \leq m$ resp. $m \leq \nu$, vilket ger

$$d(m_i + 1) + D_-^*(M - m_i, n-1) \geq \begin{cases} M + nq - n + 1, \\ m_i + (M - m_i + 1)q, \end{cases} \tag{8.18}$$

med likhet om $n - 1 \leq M - m_i$ resp. $n - 1 \geq M - m_i$. Observera dock att $M + nq - n + 1$ kan vara negativ, varför vi använder den positiva delen $(M + nq - n + 1)_+$ i (8.11). (I fallet $0 \leq m_i \leq M - n + 1$ är $M + nq - n + 1 \geq m_i + nq > 0$, så vi kan lika gärna behålla $M + nq - n + 1$.)

Sats 8.2 visar också att olikheterna är bästa möjliga, med angivna undantag. $\square$

Vi kan kombinera de övre och undre gränserna i sats 8.3 till följande.

SATS 8.4. *Följande gäller för den linjära divisorsmetoden med* $d(m) = m - 1 + q$, *där* $q \geq 0$ *är en konstant. (Om* $q = 0$ *så* $d(1) = 0$ *antas* $M \geq n$, *varvid alla partier tar mandat, se avsnitt 2.4.)*

(i) *Om* $0 \leq q \leq 1$ *och* $m_i = 0$:

$$0 \leq p_i \leq \frac{q}{(M + nq - n + 1)_+}. \tag{8.19}$$

Olikheterna är bästa möjliga, utom kanske den högra om $n > M + 1$.

(ii) *Om* $0 \leq q \leq 1$ *och* $0 \leq m_i \leq M$:

$$\frac{m_i - 1 + q}{M + nq - 1} \leq p_i \leq \frac{m_i + q}{(M + nq - n + 1)_+}. \tag{8.20}$$

Olikheterna är bästa möjliga om $1 \leq m_i \leq M - n + 1$.

(iii) *Om* $0 \leq q \leq 1$ *och* $0 \leq m_i \leq M$:

$$\frac{m_i - 1 + q}{M + nq - 1} \leq p_i \leq \frac{m_i + q}{m_i + (M - m_i + 1)q}. \tag{8.21}$$

Olikheterna är bästa möjliga om $M - n + 1 \leq m_i \leq M$, *utom kanske den vänstra om* $m_i = 0$.

(iv) *Om* $q \geq 1$ *och* $m_i = 0$:

$$0 \leq p_i \leq \frac{q}{M + 2q - 1}. \tag{8.22}$$

Olikheterna är bästa möjliga.

(v) *Om* $q \geq 1$ *och* $1 \leq m_i \leq M - 1$:

$$\frac{m_i - 1 + q}{M + nq - 1} \leq p_i \leq \frac{m_i + q}{M + 2q - 1}. \tag{8.23}$$

Olikheterna är bästa möjliga.

(vi) *Om* $q \geq 1$ *och* $m_i = M$:

$$\frac{m_i - 1 + q}{M + nq - 1} \leq p_i \leq 1. \tag{8.24}$$

Olikheterna är bästa möjliga.

BEVIS. Alla delar följer av olika kombinationer av sats 8.3(i)–(iv). □

Vi kan invertera olikheterna ovan och få uttryck för det största och minsta antal mandat som en viss röstandel kan ge.

SATS 8.5. *Följande gäller för den linjära divisorsmetoden med* $d(m) = m - 1 + q$, *där* $q \geq 0$ *är en konstant. (Om* $q = 0$ *så* $d(1) = 0$ *antas* $M \geq n$.)

(i) *Om* $1 \leq m_i \leq M$:

$$m_i \leq \mu_i + p_i(nq - 1) + 1 - q \tag{8.25}$$

där olikheten är bästa möjliga. Dessutom gäller (8.25) *för* $m_i = 0$ *när* $0 \leq q \leq 1$, *men inte säkert för* $q > 1$.

(ii) *Om* $0 \le q \le 1$ *och* $0 \le m_i \le M-1$ *:*

$$m_i \ge \max\Bigl(\mu_i + p_i\bigl(nq - n + 1\bigr) - q,\ \frac{q\mu_i - (1-p_i)q}{q + (1-q)(1-p_i)}\Bigr) \tag{8.26}$$

där olikheten är bästa möjliga. Speciellt är

$$\mu_i + p_i\bigl(nq - n + 1\bigr) - q \le m_i \le \mu_i + p_i(nq-1) + 1 - q \tag{8.27}$$

där olikheterna är bästa möjliga om $0 \le m_i \le M - n + 1$ *resp.* $1 \le m_i \le M$*.*

(iii) *Om* $q \ge 1$ *och* $0 \le m_i \le M-1$ *:*

$$\mu_i + p_i\bigl(2q - 1\bigr) - q \le m_i \le \bigl(\mu_i + p_i(nq-1) + 1 - q\bigr)_+ \tag{8.28}$$

där olikheterna är bästa möjliga.

Bevis. (i): Sats 8.3(i) ger

$$m_i - 1 + q \le p_i(M + nq - 1) = \mu_i + p_i(nq-1)$$

vilket är detsamma som (8.25), och olikheten är bästa möjliga. Fallet $m_i = 0$ är trivialt, eftersom $\mu_i - p_i = (M-1)p_i \ge 0$.

(ii): Sats 8.3(ii) ger (även om $M + nq - n + 1 \le 0$)

$$m_i + q \ge p_i(M + nq - n + 1) = \mu_i + p_i(nq - n + 1) \tag{8.29}$$

medan sats 8.3(iii) ger

$$m_i + q \ge m_i(p_i - p_i q) + Mp_i q + p_i q,$$

vilket ger

$$m_i \ge \frac{Mp_i q + p_i q - q}{1 - p_i + p_i q} = \frac{q\mu_i - (1-p_i)q}{q + (1-q)(1-p_i)}. \tag{8.30}$$

Olikheterna (8.29) och (8.30) ger tillsammans (8.26). Vidare visar sats 8.3(ii)–(iii) att för varje m_i kan vi få likhet (med tolkningen i anm. 8.1) i en av (8.29) och (8.30), och alltså i (8.26).

För (8.27) kombinerar vi (8.29) och (8.25).

(iii): På samma sätt från sats 8.3(iv) tillsammans med (8.25); om $m_i = 0$ är den högra olikheten är trivial. □

Vi kan också studera den jämkade uddatalsmetoden. Vi gör detta allmänt, genom att jämka $d(1) = 0{,}5$ till $d(1) = 0{,}5 + \delta$ för något $\delta \ge 0$ (med $\delta \le 1$), med $d(m) = m - 0{,}5$ för $m > 1$; den traditionella jämkade uddatalsmetoden (med $d(1) = 0{,}7$ i denna normering, se avsnitt 2.3.3) är alltså fallet $\delta = 0{,}2$, den nuvarande svenska ($d(1) = 0{,}6$, se avsnitt 2.3.3) är $\delta = 0{,}1$ medan den rena uddatalsmetoden är $\delta = 0$. För enkelhets skull antar vi $M \ge 2$. (Fallet $M = 1$ är trivialt eftersom det reduceras till majoritetsval för varje divisorsmetod, se exempel 8.16, men formlerna nedan gäller inte.)

Sats 8.6. *För en jämkad uddatalsmetod med* $d(1) = 0{,}5 + \delta$ *och* $d(m) = m - 0{,}5$ *för* $m > 1$*, där* $0 \le \delta \le 1$*, gäller, om* $M \ge 2$*, följande olikheter, som alla är bästa möjliga.*

(i) *Om* $m_i = 1$:

$$p_i \geq \frac{0{,}5+\delta}{M+(\frac{1}{2}+\delta)(n-2)+\delta} = \frac{1+2\delta}{2M+(1+2\delta)n-2-2\delta}. \tag{8.31}$$

(ii) *Om* $1 < m_i < M$:

$$p_i \geq \frac{m_i-0{,}5}{M+(\frac{1}{2}+\delta)(n-2)} = \frac{2m_i-1}{2M+(1+2\delta)n-2-4\delta}. \tag{8.32}$$

(iii) *Om* $m_i = M$:

$$p_i \geq \frac{m_i-0{,}5}{M+(\frac{1}{2}+\delta)(n-2)+\delta} = \frac{2m_i-1}{2M+(1+2\delta)n-2-2\delta}. \tag{8.33}$$

(iv) *Om* $m_i = 0$, $M \leq n-1$ *och* $0 \leq \delta \leq 1/4$:

$$p_i \leq \frac{1}{M+1}. \tag{8.34}$$

(v) *Om* $m_i = 0$, $n-1 \leq M \leq 2n-2$ *och* $0 \leq \delta \leq 1/4$:

$$p_i \leq \frac{0{,}5+\delta}{(1-\delta)M+(2\delta-\frac{1}{2})n+1-\delta} = \frac{1+2\delta}{(2-2\delta)M+(4\delta-1)n+2-2\delta}. \tag{8.35}$$

(vi) *Om* $m_i = 0$ *och* $M \geq 2n-2$:

$$p_i \leq \frac{0{,}5+\delta}{M-\frac{1}{2}n+1+\delta} = \frac{1+2\delta}{2M-n+2+2\delta}. \tag{8.36}$$

(vii) *Om* $(M-n+1) \vee 1 \leq m_i \leq M$ *och* $0 \leq \delta \leq 1/4$:

$$p_i \leq \frac{m_i+0{,}5}{(\frac{1}{2}+\delta)M+(\frac{1}{2}-\delta)m_i+\frac{1}{2}}. \tag{8.37}$$

(viii) *Om* $(M-2n+2) \vee 1 \leq m_i \leq M-n+1$ *och* $0 \leq \delta \leq 1/4$:

$$p_i \leq \frac{m_i+0{,}5}{(1-\delta)M+\delta m_i+(2\delta-\frac{1}{2})n+1-2\delta}. \tag{8.38}$$

(ix) *Om* $1 \leq m_i \leq M-2n+2$:

$$p_i \leq \frac{m_i+0{,}5}{M-\frac{1}{2}n+1} = \frac{2m_i+1}{2M-n+2}. \tag{8.39}$$

Bevis. Om $\sum_{j=1}^{\nu} m_j = m$ med alla $m_j \geq 1$, och exakt ℓ av dessa m_j är lika med 1, så är, jfr (8.15),

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{\nu} d(m_j) &= \sum_{j:m_j>1}(m_j-\tfrac{1}{2}) + \sum_{j:m_j=1}(m_j-\tfrac{1}{2}+\delta) = \sum_{j=1}^{\nu}(m_j-\tfrac{1}{2})+\ell\delta \\ &= m-\tfrac{1}{2}\nu+\ell\delta.\end{aligned} \tag{8.40}$$

För att maximera detta väljer vi ℓ så stort som möjligt, dvs. $\ell = \nu$ om $m = \nu$ och $\ell = \nu - 1$ om $m > \nu$, vilket ger

$$D_+(m,\nu) = \begin{cases} m + (\delta - \frac{1}{2})\nu - \delta, & 1 \leq \nu < m, \\ m + (\delta - \frac{1}{2})\nu, & \nu = m. \end{cases} \tag{8.41}$$

Följdaktligen är, för $1 \leq m_i \leq M$,

$$d(m_i) + D_+(M - m_i + n - 1, n - 1) = \begin{cases} M + (\frac{1}{2} + \delta)(n-2) + \delta, & m_i = 1, \\ M + (\frac{1}{2} + \delta)(n-2), & 1 < m_i < M, \\ M + (\frac{1}{2} + \delta)(n-2) + \delta, & m_i = M, \end{cases}$$

och (i)–(iii) följer ur (8.5).

För att minimera (8.40) väljer vi istället ℓ så litet som möjligt, dvs. $\ell = 0$ om $m \geq 2\nu$ (då vi kan låta $m_j \geq 2$ för alla j) och $\ell = 2\nu - m$ om $\nu \leq m < 2\nu$ (då (8.40) minimeras av $m_j = 1$ för $2\nu - m$ partier och $m_j = 2$ för $m - \nu$ andra). Detta ger

$$D_-(m,\nu) = \begin{cases} m - \frac{1}{2}\nu + (2\nu - m)\delta = (1-\delta)m + \nu(2\delta - \frac{1}{2}), & \nu \leq m \leq 2\nu, \\ m - \frac{1}{2}\nu, & m \geq 2\nu. \end{cases} \tag{8.42}$$

Om $\delta \leq 1/4$ är $D_-(m,\nu)$ avtagande i ν, och minimum i (8.4) ges alltså av $\ell = \nu \wedge m$, vilket ger, ur (8.42),

$$D_-^*(m,\nu) = D_-(m, m \wedge \nu) = \begin{cases} (\frac{1}{2} + \delta)m, & m \leq \nu, \\ (1-\delta)m + \nu(2\delta - \frac{1}{2}), & \nu \leq m \leq 2\nu, \\ m - \frac{1}{2}\nu, & m \geq 2\nu. \end{cases} \tag{8.43}$$

Om $\delta \geq 1/4$ visar däremot (8.42) att $D_-(m,\nu)$ är avtagande i ν för $\nu \leq m/2$ men växande för $\nu \geq m/2$. Minimum i (8.4) ges alltså av $\ell = \nu$ om $\nu \leq m/2$, men annars av $\ell = m/2$ om m är jämnt, och $\ell = (m \pm 1)/2$ om m är udda; i det sista fallet gäller $\ell = (m+1)/2$ om $1/4 \leq \delta \leq 1/2$ och $\ell = (m-1)/2$ om $1/2 \leq \delta \leq 1$. Speciellt gäller om $m \geq 2\nu$, enligt (8.42),

$$D_-^*(m,\nu) = D_-(m,\nu) = m - \tfrac{1}{2}\nu, \tag{8.44}$$

även för $\delta \geq 1/4$.

Olikheterna i (iv)–(ix) följer nu ur (8.5) med (8.43) och (8.44). □

Anmärkning 8.7. Vi har i sats 8.6 för enkelhets skull hoppat över fallen $m_i > M - 2n + 2$ och $\delta > 1/4$. Beviset ovan ger, för $1/4 \leq \delta \leq 1$ och $m \leq 2\nu$,

$$D_-^*(m,\nu) = \begin{cases} D_-(m, m/2) = 3m/4, & m \text{ jämnt}, \\ D_-(m, (m+1)/2) = (3m-1)/4 + \delta, & m \text{ udda}, 1/4 \leq \delta \leq 1/2, \\ D_-(m, (m-1)/2) = (3m+1)/4, & m \text{ udda}, 1/2 \leq \delta \leq 1. \end{cases} \tag{8.45}$$

Olikheter analoga till (iv)–(v) och (vii)–(viii) för $\delta > 1/4$ följer nu ur (8.5), men vi lämnar detta till läsaren.

8.1.2. Kvotmetoder. För kvotmetoder har vi ett motsvarande resultat. Vi skriver kvoten Q som $R/(M+\gamma)$; det betyder att $\gamma = 0$ för valkvotsmetoden och $\gamma = 1$ för Droops metod med oavrundad Droops kvot och $\gamma = 2$ för Imperialis kvot, medan γ är lite mindre än 1 för standardversionen av Droops kvot $Q_D = \lfloor R/(M+\gamma) \rfloor + 1$ (med $\gamma \approx 1$ om antalet röster R är stort). Observera att vi har

$$\frac{r_i}{Q} = \frac{r_i}{R/(M+\gamma)} = p_i(M+\gamma). \tag{8.46}$$

Sats 8.8. *För kvotmetoden med $Q = R/(M+\gamma)$ där $-1 \le \gamma \le 1$ gäller, om det finns n partier,*

$$(M+\gamma)p_i - \frac{n-1+\gamma}{n} \le m_i \le (M+\gamma)p_i + \frac{n-1-\gamma}{n}, \tag{8.47}$$

och, ekvivalent,

$$\mu_i + \gamma\Big(p_i - \frac{1}{n}\Big) - \frac{n-1}{n} \le m_i \le \mu_i + \gamma\Big(p_i - \frac{1}{n}\Big) + \frac{n-1}{n}, \tag{8.48}$$

$$\frac{m_i - (n-1-\gamma)/n}{M+\gamma} \le p_i \le \frac{m_i + (n-1+\gamma)/n}{M+\gamma}. \tag{8.49}$$

Detsamma gäller för $\gamma > 1$ om formulering K1–K2 eller K3 fungerar.

Olikheterna är bästa möjliga, åtminstone om $-1 \le \gamma \le 1$ är fixt och $1 \le m_i \le M-n+1$.

Bevis. Vi använder formulering K3 (s. 72), vilket går bra enligt anm. 7.7. Det finns alltså u så att, se (7.17) och (8.46),

$$m_i \le \frac{r_i}{Q} + u = p_i(M+\gamma) + u \le m_i + 1. \tag{8.50}$$

För ett givet parti i summerar vi (8.50) för alla andra partier och får

$$M - m_i \le (1-p_i)(M+\gamma) + (n-1)u \le M - m_i + n - 1. \tag{8.51}$$

Vi subtraherar (8.51) från $n-1$ gånger (8.50) och erhåller

$$nm_i - M - (n-1) \le (np_i - 1)(M+\gamma) \le nm_i - M + n - 1 \tag{8.52}$$

och därav

$$nm_i - (n-1) \le np_iM + (np_i - 1)\gamma \le nm_i + n - 1. \tag{8.53}$$

Efter division med n ger detta

$$m_i - \frac{n-1}{n} \le p_iM + \gamma\Big(p_i - \frac{1}{n}\Big) \le m_i + \frac{n-1}{n}, \tag{8.54}$$

vilket kan skrivas som (8.47)–(8.49).

För att få likhet i den vänstra olikheten i (8.47) eller (8.48), eller högra i (8.49), för ett givet $(m_i)_{i=1}^n$ med alla $m_i \ge 1$, väljer vi

$$p_i = \frac{m_i + (n+\gamma-1)/n}{M+\gamma}, \tag{8.55}$$

$$p_j = \frac{m_j + (\gamma - 1)/n}{M + \gamma}, \qquad j \neq i, \tag{8.56}$$

och för att få likhet i den högra resp. vänstra olikheten väljer vi

$$p_i = \frac{m_i + (\gamma + 1 - n)/n}{M + \gamma}, \tag{8.57}$$

$$p_j = \frac{m_j + (\gamma + 1)/n}{M + \gamma}, \qquad j \neq i. \tag{8.58}$$

□

8.1.3. Exempel.

FÖLJDSATS 8.9. *För heltalsmetoden gäller*

$$\mu_i + p_i - 1 \leq m_i \leq \mu_i + (n-1)p_i. \tag{8.59}$$

Olikheterna är bästa möjliga.

Eftersom m_i är ett heltal gäller alltså speciellt

$$m_i \geq \lceil \mu_i + p_i \rceil - 1 = \lceil (M+1)p_i \rceil - 1. \tag{8.60}$$

Annorlunda uttryckt: om $p_i > k/(M+1)$ för ett heltal k så är $m_i \geq k$.

BEVIS. Tag $q = 1$ i sats 8.5(i) och (iii) (eller (ii)), och observera att den högra olikheten med $m_i = 0$ och den vänstra med $m_i = M$ är triviala, och med likhet om $p_i = 0$ resp. $p_i = 1$. Detta ger (8.59), och (8.60) följer omedelbart. □

FÖLJDSATS 8.10. *För uddatalsmetoden gäller*

$$\mu_i - \frac{(n-2)p_i + 1}{2} \leq m_i \leq \mu_i + \frac{(n-2)p_i + 1}{2}. \tag{8.61}$$

Olikheterna är bästa möjliga om $1 \leq m_i \leq M - n + 1$.

BEVIS. Tag $q = 1/2$ i sats 8.5, speciellt (8.25) och (8.27), och observera att den vänstra olikheten är trivial om $m = M$. □

För ett lite annorlunda formulerat bevis, se [192].

FÖLJDSATS 8.11. *För Adams metod (med $M \geq n$) gäller*

$$\mu_i - (n-1)p_i \leq m_i \leq \mu_i + 1 - p_i. \tag{8.62}$$

Olikheterna är bästa möjliga.

BEVIS. Tag $q = 0$ i sats 8.5, speciellt (8.27), och observera att villkoret $1 \leq m_i \leq M - n + 1$ alltid är uppfyllt eftersom varje parti får minst ett mandat. □

FÖLJDSATS 8.12. *För valkvotsmetoden gäller*

$$\mu_i - \frac{n-1}{n} \leq m_i \leq \mu_i + \frac{n-1}{n}. \tag{8.63}$$

BEVIS. Tag $\gamma = 0$ i sats 8.8. □

FÖLJDSATS 8.13. *För Droops metod med oavrundad kvot $R/(M+1)$ gäller*

$$(M+1)p_i - 1 \le m_i \le (M+1)p_i + \frac{n-2}{n}, \tag{8.64}$$

$$\mu_i + p_i - 1 \le m_i \le \mu_i + p_i + 1 - \frac{2}{n}. \tag{8.65}$$

Eftersom m_i är ett heltal gäller alltså speciellt

$$m_i \ge \lceil \mu_i + p_i \rceil - 1 = \lceil (M+1)p_i \rceil - 1. \tag{8.66}$$

Annorlunda uttryckt: om $p_i > k/(M+1)$ för ett heltal k så är $m_i \ge k$.

BEVIS. Tag $\gamma = 1$ i sats 8.8, vilket ger (8.64)–(8.65), varefter (8.66) följer. □

Observera att de undre gränserna (8.60) och (8.66) för heltalsmetoden och Droops metod är desamma. Speciellt har vi följande.

SATS 8.14. *För såväl heltalsmetoden som Droops metod med oavrundad kvot $R/(M+1)$, gäller för udda M att om $r_i > R/2$ så är $m_i > M/2$; ett parti som får en majoritet av rösterna får alltså en majoritet av mandaten. Om M är jämnt gäller att ett parti med minst hälften av rösterna får minst hälften av mandaten.*

BEVIS. Tag $k = (M+1)/2$ resp. $k = M/2$ i följdsatserna 8.9 och 8.13. □

Sats 8.14 gäller inte alltid med standardversionen av Droops metod (med avrundad kvot Q_D):

EXEMPEL 8.15. Tag $M = 9$ och $R = 1001$ röster, fördelade med 501 röster på A och resten på 5 andra partier med 100 röster var. Droops kvot är $\lfloor 1001/10 \rfloor + 1 = 101$ så A får 4 mandat i första steget; därefter har A ett överskott på 97, men de resterande 5 mandaten går till de andra partierna, fast A har en absolut majoritet av rösterna. (Se även ett liknande exempel för STV i exempel 12.10.)

EXEMPEL 8.16. Om $M = 1$ reduceras varje divisorsmetod och varje kvotmetod till majoritetsval, och man ser omedelbart att

$$0 \le p_i \le 1/2 \qquad \text{om } m_i = 0, \tag{8.67}$$

$$1/n \le p_i \le 1 \qquad \text{om } m_i = 1, \tag{8.68}$$

där olikheterna är bästa möjliga. Som en kontroll av satserna ovan kan vi se att (8.5), (8.6), (8.10), (8.11) med $m_i = 0$, (8.12), (8.13), (8.14), (8.19) för $n = 2$, (8.21) utom den vänstra delen för $m_i = 0$, (8.22) och (8.24), med angivna inskränkningar i vissa fall, alla ger (8.67)–(8.68).

ANMÄRKNING 8.17. För en linjär divisorsmetod med $0 \le q \le 1$ är medelvärdet av de övre och undre gränserna i (8.27)

$$\mu_i + (q - \tfrac{1}{2})(p_i n - 1), \tag{8.69}$$

se även exemplen i (8.59)–(8.62). För en kvotmetod med $-1 \leq \gamma \leq 1$ är medelvärdet av de övre och undre gränserna i (8.48)

$$\mu_i + \gamma(p_i - 1/n), \tag{8.70}$$

se även exemplen i (8.63) och (8.65).

Detta tyder på en systematisk effekt som gynnar större partier om $q > \frac{1}{2}$ resp. $\gamma > 0$ (och missgynnar större partier om $q < \frac{1}{2}$ resp. $\gamma < 0$). Vi kan inte se beräkningen ovan som ett bevis på en sådan effekt, eftersom vi inte vet om det är lika troligt att avvikelsen $m_i - \mu_i$ ligger nära den övre gränsen som den undre, men ett noggrannare resonemang med andra metoder verifierar att det finns en sådan systematisk effekt, med den storlek som ges av (8.69)–(8.70), se avsnitt 8.6.

Speciellt ser vi att uddatalsmetoden ($q = 1/2$) och valkvotsmetoden ($\gamma = 0$) inte har någon sådan systematisk effekt, vilket visas av symmetrin mellan övre och undre gränser i (8.61) och (8.63).

Anmärkning 8.18. För en linjär divisorsmetod med $0 \leq q \leq 1$ är vidare skillnaden mellan övre och undre gräns i (8.27)

$$1 + (n-2)p_i \tag{8.71}$$

(oberoende av q), se även (8.59)–(8.62). För en kvotmetod med $-1 \leq \gamma \leq 1$ är skillnaden mellan övre och undre gräns i (8.48)

$$\frac{2(n-1)}{n} = 1 + \frac{n-2}{n} \tag{8.72}$$

(oberoende av både q och p_i), se även (8.63) och (8.65). Detta kan ses som längderna på de intervall $m_i - \mu_i$ kan variera inom.[112]

Vi ser av (8.71) att för divisorsmetoder (åtminstone de linjära med $0 \leq q \leq 1$) kan avvikelserna $m_i - \mu_i$ variera mer för större för stora partier än för små[113], medan (8.72) visar att för kvotmetoder (åtminstone med $-1 \leq \gamma \leq 1$) kan avvikelsen variera lika mycket för små partier som för stora. Man kan lite förenklat säga att divisorsmetoder håller nere de relativa avvikelserna mellan m_i och μ_i, medan kvotmetoder håller nere de absoluta avvikelserna.

Jämför vi t.ex. uddatalsmetoden och valkvotsmetoden (och antar att $n > 2$) ser vi att de maximala avvikelserna $|m_i - \mu_i|$ är mindre för uddatalsmetoden för små partier ($p_i < 1/n$, dvs. mindre än genomsnittet), men större för uddatalsmetoden för stora partier. Samma gäller för de positiva avvikelserna $(m_i - \mu_i)_+$ för heltalsmetoden och Droops metod, som har samma nedre gräns för $m_i - \mu_i$ men olika övre gräns, se (8.59) och (8.65).

[112] Både (8.27) och (8.48) är bästa möjliga för ett givet m_i när $1 \leq m_i \leq M - n + 1$, vilket innefattar de intressantaste fallen, men om vi istället fixerar p_i kan vi i allmänhet inte få likhet, eller ens ett godtyckligt litet fel, eftersom m_i alltid måste vara ett heltal. För ett givet p_i är alltså variationen av $m_i - \mu_i$ normalt lite mindre än vad som ges av (8.71) och (8.72).

[113] Förutsatt att $n > 2$; med bara två partier beror (8.71) inte på p_i och det är ingen skillnad mellan linjära divisorsmetoder och kvotmetoder, vilket också ses av avsnitt 7.3.

8.2. Divisorsmetoder och avrundning

Vi kan nu avgöra om avrundningsegenskaperna i avsnitt 5.11 gäller för de vanliga divisorsmetoderna.

SATS 8.19. *För den linjära divisorsmetoden med $d(m) = m - 1 + q$, där $q \geq 0$ är en konstant, gäller:*

(i) *minst-avrundning gäller om och endast om $q = 1$ (heltalsmetoden).*
(ii) *högst-avrundning gäller om och endast om $q = 0$ (Adams metod).*

BEVIS. (i): Om $q = 1$ ger (8.27) eller (8.28) $m_i \geq \mu_i + p_i - 1 > \mu_i - 1$, se även (8.59). För $q \neq 1$ kan vänsterledet i (8.27) eller (8.28) vara mindre än $\mu_i - 1$; om vi då har (nästan) likhet i vänstra olikheten har vi $m_i < \mu_i - 1$. Konkreta exempel ges av följande (med $i = 1$).

Om $q < 1$: $r_1 = n-1$, $r_2 = \dots = r_n = 1$, $M = 2n-5$, med n så stort att $(n-1)/(n-4+q) < 1/q$; i detta fall är $p_1 = 1/2$ och $\mu_1 = M/2 = n - 5/2$ men man ser lätt att $m_1 = n - 4 < \mu_1 - 1$.

Om $q > 1$: 2 partier, med $r_1 = 1$ och $r_2 = M - 2$, med M så stort att $(M-2)/(M-1-q) > 1/q$ i detta fall är $p_1 = 1/(M-1)$ och $\mu_1 = M/(M-1) > 1$ men $m_1 = 0 < \mu_1 - 1$.

(ii): Om $q = 0$ ger (8.25) $m_i \leq \mu_i - p_i + 1 < \mu_i + 1$, se (8.62).

Om $q > 0$ kan vi få högerledet i (8.25) större än $\mu_i + 1$ genom att välja n stort. Ett konkret exempel ges av:

Tag $M = 3$, $r_1 = n - 1$ och $r_2 = \dots = r_n = 2$, med n så stort att $(n-1)/(2+q) > 2/q$; då är $p_1 = 1/3$ och $\mu_1 = 1$ men $m_1 = M = 3 > \mu_1 + 1$. □

Följaktligen gäller inom-avrundning inte för någon linjär divisorsmetod. Mer allmänt kan vi (efter Balinski och Young [180]) visa följande.

SATS 8.20 ([180]). *inom-avrundning gäller inte för någon divisorsmetod.*

BEVIS. Antag att inom-avrundning gäller för divisorsmetoden med divisorer $d(1), d(2), d(3), \dots$. Betrakta ett val med $M = 7$ mandat och 4 partier med röstsiffror så att $\mu_i = 7p_i$ ges av $(5+\varepsilon,\ 2/3,\ 2/3,\ 2/3-\varepsilon)$, för ett litet rationellt $\varepsilon > 0$. (Observera att summan av dessa tal är $M = 7$ som den skall vara.) Enligt antagandet är då $m_1 \geq 5$ så $m_2 + m_3 + m_4 \leq 2$; minst en av dessa är alltså 0, och eftersom $p_4 < p_2, p_3$ måste $m_4 = 0$. Enligt (7.14) är då

$$\frac{5+\varepsilon}{d(5)} \geq \frac{5+\varepsilon}{d(m_1)} \geq \frac{2/3-\varepsilon}{d(m_4+1)} = \frac{2/3-\varepsilon}{d(1)}. \tag{8.73}$$

Betrakta nu istället ett val med $M = 7$ och 4 partier med röstsiffror så att $\mu_i = 7p_i$ ges av $(4-\varepsilon,\ 2-\varepsilon/2,\ 1/2+\varepsilon/2,\ 1/2+\varepsilon)$. (Återigen är summan 7.) Enligt antagandet är då $m_1 \leq 4$ och $m_2 \leq 2$ så $m_3 + m_4 \geq 1$; minst en av dessa är alltså större än 0, och eftersom $p_4 > p_3$ måste $m_4 \geq 1$. Enligt (7.14) är då

$$\frac{1/2+\varepsilon}{d(1)} \geq \frac{1/2+\varepsilon}{d(m_4)} \geq \frac{4-\varepsilon}{d(m_1+1)} \geq \frac{4-\varepsilon}{d(5)}. \tag{8.74}$$

Tillsammans ger (8.73) och (8.74)

$$\frac{5+\varepsilon}{2/3-\varepsilon} \geq \frac{d(5)}{d(1)} \geq \frac{4-\varepsilon}{1/2+\varepsilon}. \tag{8.75}$$

Detta skall alltså gälla för alla små (rationella) $\varepsilon > 0$, och låter vi $\varepsilon \searrow 0$ får vi

$$\frac{5}{2/3} = \frac{15}{2} \geq \frac{4}{1/2} = 8, \tag{8.76}$$

en motsägelse. □

8.3. Den naturliga spärren

Även om det inte finns någon explicit spärr i ett valsystem så kan normalt (utom i fall som i avsnitt 2.4) inte hur små partier som helst få mandat. Man talar om den *naturliga spärren* eller *effektiva spärren*[114], varmed menas den andel röster som behövs för att ett parti skall få minst ett mandat i konkurrensen med övriga partier. Detta beror naturligtvis både på antalet mandat som fördelas och på valmetoden, och i viss mån på antalet partier.

Den naturliga spärren är ingen exakt gräns, eftersom ett partis mandattal inte bara beror på partiets andel röster, utan (som vi sett i avsnitt 8.1) också på hur övriga röster fördelas mellan övriga partier. Jag studerar därför tre versioner av den "naturliga spärren".

(i) P_+: Den minsta andel röster som *garanterar* minst ett mandat.[115] (Även vid en extremt ogynnsam fördelning av övriga röster.) Detta är detsamma som den största andel röster som är möjlig utan att få något mandat.[116]
(ii) P_-: Den minsta andel röster som gör det *möjligt* att få ett mandat.[117] (Vid en extremt gynnsam fördelning av övriga röster.)
(iii) P_0: Den andel röster som gör det *troligt* att få ett mandat, vid "normala" fördelningar av övriga röster.

Uppenbarligen gäller alltid

$$P_- \leq P_0 \leq P_+. \tag{8.77}$$

Av dessa versioner är P_+ och P_- väldefinierade och kan beräknas exakt för olika valmetoder (för givna antal mandat och partier), medan P_0 är lite vagare bestämd (vad är "troligt" och "normala"?), varför varje värde på P_0 skall ses som en approximation; vi markerar detta i resultaten nedan genom att använda $\approx$.

[114] Engelska *effective threshold*, se t.ex. [230; 231].

[115] Engelska *threshold of exclusion* [230].

[116] Egentligen skiljer sig de två formuleringarna med en röst, men minsta resp. största andel (egentligen ett infimum resp. supremum) blir lika eftersom antalet röster är obegränsat. Med en andel $p_i = P_+$ blir det typiskt lottning, så egentligen behövs $p_i > P_+$ för att garantera ett mandat.

[117] Engelska *threshold of representation* [230].

Å andra sidan är i praktiken P_0 oftast mest intressant, och för allmänna diskussioner kan man normalt säga att den "naturliga spärren" är P_0 (med reservationerna ovan att varje beräknat värde skall ses som en approximation). Vi ger nedan några sådana (approximativa) värden på P_0 för några viktiga valmetoder; dessa bör fungera bra för uppskattningar.[118] P_+ och P_- visar hur mycket den faktiska gränsen som mest kan avvika från P_0 i extrema fall, men i praktiken torde avvikelserna vara mindre, speciellt med många partier. Några exempel från kommunvalet 2010 ges i [262].

Observera att alla beräkningar sker i varje valkrets för sig. Vill man ur detta beräkna en nationell naturlig spärr blir det mer komplicerat, och beroende på rösternas fördelning, se [230; 231].

Vi betraktar nu några viktiga valmetoder, och börjar med linjära divisorsmetoder.

Sats 8.21. *För divisorsmetoden med $d(m) = m - 1 + q$, där $q \geq 0$ är en konstant, gäller följande, med M mandat och n partier:*

(i) *Den minsta röstandel som garanterar minst ett mandat är, för $q \leq 1$,*

$$P_+ = \frac{q}{M + nq - n + 1} \qquad \text{om} \quad M \geq n - 1, \tag{8.78}$$

$$P_+ = \frac{1}{M + 1} \qquad \text{om} \quad M \leq n - 1, \tag{8.79}$$

och, för $q \geq 1$,

$$P_+ = \frac{q}{M + 2q - 1}. \tag{8.80}$$

Mer precist gäller att om n' av de n partierna tar mandat, så gäller för varje parti i utan mandat

$$p_i \leq \frac{q}{M + (n' + 1)q - n'}. \tag{8.81}$$

Olikheten är den bästa möjliga, så bortsett från avrundningsfel ges högsta möjliga andel röster på ett parti som inte får mandat av högerledet i (8.81) *om n' är givet och annars av* (8.78)–(8.79) *eller* (8.80) *(beroende på q).*

(ii) *Den minsta röstandel som gör det möjligt att få ett mandat är*

$$P_- = \frac{q}{M + nq - 1}. \tag{8.82}$$

[118] Lijphart har givit en approximation av den naturliga spärren som

$$\frac{0{,}75}{M + 1},$$

se [230]. Jag har ännu inte studerat varför han gjort detta val, eller vad han förutsatt. Såvitt jag kan se kan man inte ge en sådan allmän formel utan hänsyn till valmetoden; se satserna 8.22 och 8.23 nedan som visar att med få partier och många mandat är den naturliga spärren snarare $1/M$ för heltalsmetoden och $0{,}5/M$ för uddatalsmetoden.

(Om $q = 0$, Adams metod, förutsätts som vanligt att $M \geq n$. Fallet är ointressant eftersom varje parti alltid får mandat; vi har alltså trivialt $P_+ = P_- = 0$.)

Bevis. (i): Olikheten (8.81) följer omedelbart ur den högra olikheten i (8.14) med $m_i = 0$, och sats 8.3 visar också att olikheten är bästa möjliga.

På samma sätt ger $m_i = 0$ i (8.11)–(8.13) $p_i \leq P_+$ med P_+ givet av (8.78)–(8.80), och olikheten är i varje fall bästa möjliga. (Alternativt kan vi använda (8.81) och observera att $1 \leq n' \leq \min(n-1, M)$, och att högerledet i (8.81) är störst för $n' = \min(n-1, M)$ om $q \leq 1$ och för $n' = 1$ om $q \geq 1$.)

(ii): Olikheten (8.10) ger $p_i \geq q/(M + nq - 1)$ om $m_i \geq 1$, och med $m_i = 1$ är detta bästa möjliga olikhet. Alltså ges P_- av (8.82). □

Omvänt uttryckt så ges det minsta antal röster som garanterar minst ett mandat av R gånger högerledet i (8.78)–(8.81), ökat till närmast strikt större heltal. (Med givna R, M och n kan någon enstaka röst mindre räcka om alla röstetal skall vara heltal.)

Observera att av de linjära divisorsmetoderna i avsnitt 2.3.12 är det bara Imperialimetoden som har $q > 1$ så att (8.80) behövs.

Uttrycken i (8.78)–(8.81) är alla växande funktioner av q (med undantag för (8.79) och några extremfall med $M = 1$, $n - 1$ eller n' då uttrycken inte beror på q), vilket visar att riktigt små partier får det svårare ju större q är, vilket är ett utslag av att ett större q gynnar större partier, se exempel 8.57 nedan.

För de två viktigaste fallen, $q = 1$ och $q = 1/2$, ger sats 8.21 följande resultat, där vi dessutom givit värden på P_0, beräknade i [262].

Sats 8.22. *För heltalsmetoden gäller följande:*

(i) *Den minsta röstandel som garanterar minst ett mandat är*

$$P_+ = \frac{1}{M+1}. \tag{8.83}$$

(ii) *Den minsta röstandel som gör det möjligt att få ett mandat är*

$$P_- = \frac{1}{M+n-1}. \tag{8.84}$$

(iii) *Den minsta röstandel som gör det troligt att få minst ett mandat är*

$$P_0 \approx \frac{1}{M+0{,}5n}. \tag{8.85}$$

Bevis. Tag $q = 1$ i sats 8.21 för (i)–(ii). För (iii) se [262]. □

Sats 8.23. *För uddatalsmetoden gäller följande:*

(i) *Den minsta röstandel som garanterar minst ett mandat är*

$$P_+ = \frac{1}{2M-n+2} \qquad \textit{om} \quad M \geq n-1, \tag{8.86}$$

$$P_+ = \frac{1}{M+1} \qquad \textit{om} \quad M \leq n-1. \tag{8.87}$$

(ii) *Den minsta röstandel som gör det möjligt att få ett mandat är*

$$P_- = \frac{1}{2M + n - 2}. \tag{8.88}$$

(iii) *Den minsta röstandel som gör det troligt att få minst ett mandat är*

$$P_0 \approx \frac{1}{2M}. \tag{8.89}$$

BEVIS. Tag $q = 1/2$ i sats 8.21 för (i)–(ii). För (iii) se [262]. □

Den jämkade uddatalsmetoden är inte en linjär divisorsmetod (och avvikelsen gäller just $d(1)$ som är det centrala för frågan om ett parti får ett mandat eller inte), men följande analoga resultat visades i [262].

SATS 8.24. *För jämkade uddatalsmetoden gäller följande:*

(i) *Den minsta röstandel som garanterar minst ett mandat är*

$$P_+ = \frac{1}{M+1} \qquad \textit{om} \quad M \leq n - 1 \tag{8.90}$$

$$P_+ = \frac{0{,}7}{0{,}8M - 0{,}1n + 0{,}8} \qquad \textit{om} \quad n - 1 \leq M \leq 2n - 2, \tag{8.91}$$

$$P_+ = \frac{0{,}7}{M - 0{,}5n + 1{,}2} \qquad \textit{om} \quad M \geq 2n - 2. \tag{8.92}$$

(ii) *Den minsta röstandel som gör det möjligt att få ett mandat är*

$$P_- = \frac{0{,}7}{M + 0{,}7n - 1{,}2} \qquad \textit{om} \quad M \geq 2, \tag{8.93}$$

$$P_- = \frac{1}{n} \qquad \textit{om} \quad M = 1. \tag{8.94}$$

(iii) *Den minsta röstandel som gör det troligt att få minst ett mandat är*

$$P_0 \approx \frac{0{,}7}{M + 0{,}2}. \tag{8.95}$$

BEVIS. (i): Tag $\delta = 0{,}2$ i (8.34)–(8.36), för att se att om p_i är större än dessa värden så kan inte $m_i = 0$, men för mindre p_i är $m_i = 0$ möjligt eftersom olikheterna är bästa möjliga.

(ii): För $M \geq 2$, använd (8.31) med $\delta = 0{,}2$. Fallet $M = 1$ är trivialt, se exempel 8.16.

(iii): Se [262]. □

Vi kan mer allmänt se vad som händer med en godtycklig jämkning $d(1) = 0{,}5 + \delta$, där $0 \leq \delta \leq 1$. För enkelhets skull bryr vi oss bara om fallet $M \geq 2n - 2$ (vilket är det viktigaste i praktiken), se sats 8.6 och anm. 8.7. Fallet $\delta = 0$ ger uddatalsmetoden i sats 8.23, $\delta = 0{,}2$ ger den vanliga jämkade uddatalsmetoden i sats 8.24, och $\delta = 0{,}5$ ger metoden i avsnitt 2.3.4, för vilken nedanstående resultat beräknats i [315].

SATS 8.25. *För en jämkad uddatalsmetod med* $d(1) = 0{,}5 + \delta$ *och* $d(m) = m - 0{,}5$ *för* $m > 1$, *där* $0 \leq \delta \leq 1$, *gäller följande:*

(i) *Den minsta röstandel som garanterar minst ett mandat är, om* $M \geq 2n - 2$,

$$P_+ = \frac{1 + 2\delta}{2M - n + 2 + 2\delta}. \tag{8.96}$$

(ii) *Den minsta röstandel som gör det möjligt att få ett mandat är, om* $M \geq 2$,

$$P_- = \frac{1 + 2\delta}{2M + (1 + 2\delta)n - 2 - 2\delta}. \tag{8.97}$$

Bevis. (i): Använd (8.36), och kom ihåg att denna är bästa möjliga. (ii): Använd (8.31). □

Sats 8.25 visar tydligt hur jämkningen gör det svårare för ett litet parti att få sitt första mandat, vilket ju också är syftet med jämkningen.

Vi övergår till kvotmetoder.

Sats 8.26. *För kvotmetoden med* $Q = R/(M+\gamma)$ *med* $-1 \leq \gamma \leq 1$ *gäller följande:*

(i) *Den minsta röstandel som garanterar minst ett mandat är*

$$P_+ = \frac{n - 1 + \gamma}{n(M + \gamma)} \qquad \text{om} \quad M \geq n - 1, \tag{8.98}$$

$$P_+ = \frac{1}{M + 1} \qquad \text{om} \quad M \leq n - 1. \tag{8.99}$$

(ii) *Den minsta röstandel som gör det möjligt att få ett mandat är*

$$P_- = \frac{1 + \gamma}{n(M + \gamma)}. \tag{8.100}$$

(iii) *Den minsta röstandel som gör det troligt att få ett mandat är*

$$P_0 \approx \frac{n/2 + \gamma}{n(M + \gamma)}. \tag{8.101}$$

Bevis. Vi låter i detta bevis $a_i = r_i/Q = p_i(M+\gamma)$; alltså är $\sum_{i=1}^n a_i = M + \gamma$.

(i): Om $m_i = 0$ ger (8.49)

$$a_i = p_i(M + \gamma) \leq \frac{n - 1 + \gamma}{n}. \tag{8.102}$$

Om $M \geq n - 1$ är detta bästa möjliga olikhet, vilket ger (8.98); ett exempel med likhet ges av $a_1 = \dots = a_{n-1} = (n - 1 + \gamma)/n$ och $a_n = M + 1 - n + a_1$, där $n - 1$ mandat lottas ut på de n partierna och parti 1 kan bli utan.

Om $M \leq n - 1$ kan dock högst M andra partier få mandat; säg att de är n'. Om $m_i = 0$ och $m_j \geq 1$ måste $a_j \geq m_j - 1 + a_i$. Summerar vi detta över de n' partier som har tagit mandat får vi, eftersom $a_i \leq 1$,

$$\begin{aligned} M+\gamma = \sum_{k=1}^{n} a_k &\geq a_i + \sum_{m_j>0} a_j \geq a_i + \sum_{m_j>0} (m_j - 1 + a_i) \\ &= a_i + M - n'(1-a_i) \geq a_i + M - M(1-a_i) = (M+1)a_i. \end{aligned}$$

Alltså är

$$p_i = \frac{a_i}{M+\gamma} \leq \frac{1}{M+1}. \tag{8.103}$$

Likhet har vi i fallet med $M+1$ lika stora partier, och $p_j = 0$ för övriga partier, vilket ger (8.99). (Som vanligt kan vi justera detta godtyckligt lite så att alla $r_j > 0$.)

(ii): Om $m_i \geq 1$ ger (8.49)

$$a_i = p_i(M+\gamma) \geq \frac{1+\gamma}{n},$$

vilket är bästa möjliga och ger (8.100); ett exempel med likhet är $a_1 = \dots = a_n = (1+\gamma)/n$ och $a_n = M - 1 + a_1$ där lotten avgör om parti 1 får mandat eller inte.

(iii): Vi gör en ganska grov approximation. (En noggrannare analys vore önskvärd, även om resultatet förhoppningsvis blir detsamma.)

Vi utgår från formulering K4 (s. 72), där alltså v uppfyller

$$\sum_{i=1}^{n} \left\langle \frac{r_i}{Q} + v \right\rangle = \sum_{i=1}^{n} m_i = M. \tag{8.104}$$

Vi antar nu att avrundningsfelen i (8.104) approximativt tar ut varandra, så att

$$M = \sum_{i=1}^{n} \left\langle \frac{r_i}{Q} + v \right\rangle \approx \sum_{i=1}^{n} \Bigl(\frac{r_i}{Q} + v \Bigr) = \frac{R}{Q} + nv = M + \gamma + nv, \tag{8.105}$$

vilket ger $v \approx -\gamma/n$. Vidare visar (7.16) att $m_i > 0$ om $r_i/Q + v > 1/2$, eller alltså

$$p_i(M+\gamma) = \frac{r_i}{Q} > \frac{1}{2} - v \approx \frac{1}{2} + \frac{\gamma}{n}.$$

Detta ger

$$P_0 \approx \frac{1/2 + \gamma/n}{M+\gamma} = \frac{n/2+\gamma}{n(M+\gamma)}. \qquad \square$$

Anmärkning 8.27. Vårt värde på P_0 är (för $M \geq n-1$) det aritmetiska medelvärdet $(P_+ + P_-)/2$ av P_+ och P_-. (Detta kan naturligtvis för varje valmetod användas som en grov approximation av P_0.) I satserna 8.22 och 8.23 har vi däremot det harmoniska medelvärdet, och för jämkade uddatalsmetoden i sats 8.24 varken eller.

Som specialfall har vi valkvotsmetoden och Droops metod.

Sats 8.28. *För valkvotsmetoden gäller följande:*

(i) *Den minsta röstandel som garanterar minst ett mandat är*

$$P_+ = \frac{n-1}{nM} \qquad \text{om} \quad M \geq n-1, \tag{8.106}$$

$$P_+ = \frac{1}{M+1} \qquad \text{om} \quad M \leq n-1. \tag{8.107}$$

(ii) *Den minsta röstandel som gör det möjligt att få ett mandat är*

$$P_- = \frac{1}{nM}. \tag{8.108}$$

(iii) *Den minsta röstandel som gör det troligt att få ett mandat är*

$$P_0 \approx \frac{1}{2M}. \tag{8.109}$$

Bevis. Tag $\gamma = 0$ i sats 8.26. □

Sats 8.29. *För Droops metod med oavrundad kvot $R/(M+1)$ gäller följande:*

(i) *Den minsta röstandel som garanterar minst ett mandat är*

$$P_+ = \frac{1}{M+1}. \tag{8.110}$$

(ii) *Den minsta röstandel som gör det möjligt att få ett mandat är*

$$P_- = \frac{2}{n(M+1)}. \tag{8.111}$$

(iii) *Den minsta röstandel som gör det troligt att få ett mandat är*

$$P_0 \approx \frac{n+2}{2n(M+1)}. \tag{8.112}$$

Bevis. Tag $\gamma = 1$ i sats 8.26. □

Anmärkning 8.30. Om mandatantalet M är mycket större än antalet partier n (vilket ofta är fallet i allmänna val, åtminstone om vi bara räknar med partier med realistisk chans) så är för linjära divisorsmetoder (sats 8.21)

$$P_+ \approx P_- \approx \frac{q}{M}, \tag{8.113}$$

så P_+ och P_- är ungefär lika och den naturliga spärren är rätt väl bestämd. (Detsamma gäller för jämkade uddatalsmetoden med $P_+ \approx P_- \approx 0{,}7/M$ enligt sats 8.24.)

För kvotmetoder (sats 8.26) däremot är det (om $n > 2$) en väsentlig skillnad på P_+ och P_-; vi har i detta fall

$$P_+ \approx \frac{n-1+\gamma}{nM}, \qquad P_- \approx \frac{1+\gamma}{nM}; \tag{8.114}$$

för valkvotsmetoden är alltid $P_+ = (n-1)P_-$ (om $M \geq n-1$).

Detta är ett utslag av att divisorsmetoder håller nere de relativa avvikelserna mellan m_i och μ_i, och alltså tolererar mindre avvikelser för små partier, medan kvotmetoder (speciellt valkvotsmetoden) håller nere de absoluta avvikelserna, se anm. 8.18.

8.4. Karteller

En valkartell är när två eller flera partier ställer upp tillsammans i ett val, så att deras röster räknas ihop. I en del valsystem (t.ex. i Sverige 1924–1952 och i Finland) är detta förutsett och underlättas genom att partier kan registrera en kartell och ändå gå fram med valsedlar med det egna partinamnet.[119] I andra fall måste partierna formellt ställa upp som ett parti, med en gemensam beteckning. (Det kan i så fall bli ett pedagogiskt problem att förklara detta för väljarna, men kartellers påverkan på väljarna och andra politiska effekter behandlas inte här.) I vilket fall som helst är resultatet att partierna ses som ett parti vid mandatfördelningen, där deras röster alltså räknas ihop.[120]

Det kan sedan finnas speciella regler för hur mandaten fördelas mellan partierna i en kartell. (Alternativt fördelas mandaten enligt de vanliga reglerna för fördelning av mandat på personer inom ett parti.) Vi behandlar inte detta här. För studier av hur valresultatet för de enskilda partierna påverkas se [271] (både teoretiska resultat och exempel från tyska lokalval) och [263].

Karteller är vanliga i valsystem som använder heltalsmetoden, eftersom denna gynnar större partier, och, vilket visades redan av Erlang [217], partier aldrig kan förlora på att bilda en kartell, i den meningen att de tillsammans får minst lika många mandat som de skulle fått om de räknats var för sig.[121] (Används heltalsmetoden även för fördelning inom kartellen kan inte heller något enskilt parti förlora på kartellen.[122] Men vi bryr oss som sagt inte om fördelningen inom kartellen i detta avsnitt.)

Vi formulerar en allmän sats som visar vilka divisorsmetoder detta gäller för.

Definition 8.31. En valmetod *gynnar alltid karteller* om en grupp partier aldrig kan förlora mandat på att bilda en kartell. (Vi bortser från fall när lottning krävs och kartellen förlorar mandat pga otur i lottningen. Formellt är kravet att det för varje mandatfördelning utan kartell finns en mandatfördelning med kartellen som ger kartellen åtminstone lika många mandat som partierna i den fick tillsammans utan kartell.)

Sats 8.32. *Divisorsmetoden med divisorer $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... gynnar alltid karteller om och endast om, för alla $m, m' \geq 1$,*

$$d(m + m') \leq d(m) + d(m'). \tag{8.115}$$

[119] I Sverige 1924–1952 angavs både partinamn och kartellnamn på valsedlarna [35; 37]. I lokalval i Bayern anges kartellerna endast med finstil längst ned [271].

[120] Karteller kan vara ett uttryck för politiskt samarbete i övrigt, men behöver inte vara det utan kan vara rent valtekniska för att öka möjligheten till mandat (speciellt för småpartier).

[121] Vi förutsätter att kartellen inte påverkar väljarnas beteende, så att kartellens röstetal blir summan av vad partierna skulle ha fått var för sig.

[122] Används t.ex. valkvotsmetoden kan ett enskilt parti i kartellen eventuellt förlora mandat till ett annat i samma kartell.

En följd $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... som uppfyller (8.115) kallas *subadditiv.*

BEVIS. Det räcker att titta på en kartell med två partier, säg partierna 1 och 2.

Antag att $(m_i)_{i=1}^n$ är en mandatfördelning för röstetalen $(r_i)_{i=1}^n$. Då finns, enligt formulering D4 (s. 21) en divisor Q så att $d(m_i) \leq r_i/Q \leq d(m_i+1)$ för alla i. Betrakta nu situationen där partierna 1 och 2 bildat kartell. Om (8.115) gäller, så är alltså

$$d(m_1+m_2) \leq d(m_1)+d(m_2) \leq \frac{r_1+r_2}{Q}. \tag{8.116}$$

Använder vi formulering D3 (s. 21) av divisorsmetoden med samma divisor Q så avrundas kartellens kvot $(r_1+r_2)/Q$ därför till minst m_1+m_2.[123] Om avrundningen ger m_1+m_2 har kartellen varken vunnit eller förlorat på kartellbildningen. Om avrundningen ger mer så har vi nu sammanlagt fler än M mandat, så detta är inte rätt mandatfördelning och antingen måste mandattalet m_i minskas för ett eller flera partier där $r_i/Q = d(m_i)$ (och vi därför har ett val i avrundningen), eller så duger inte divisorn Q utan den måste ersättas med en större Q', så att något (eller några) parti(er) får färre mandat. I båda fallen kan detta drabba även kartellen, men vi ser att inget annat parti kan få fler mandat än de får utan kartellen; det sammanlagda antalet mandat till alla partier utanför kartellen kan alltså inte öka, så kartellen kan inte få färre mandat än utan kartell.

Omvänt, antag att (8.115) inte gäller, så att $d(m)+d(m') < d(m+m')$ för något val av m och m'. Antag, för enkelhets skull, först att $d(1) > 0$. Vi tittar nu på fallet med $M = m+m'$ och tre partier A, B, C med röstetalen $r_A = (d(m)+\varepsilon)a$, $r_B = (d(m')+\varepsilon')a$ och $r_C = d(1)a$, för något (stort) tal a och $\varepsilon, \varepsilon' > 0$ valda så att

$$d(m)+d(m')+\varepsilon+\varepsilon' < d(m+m'). \tag{8.117}$$

(Vi kan välja $a, \varepsilon, \varepsilon'$ så att r_A, r_B, r_C blir heltal.)

Om partierna uppträder separat ser vi att de första m jämförelsetalen för A och de första m' för B är större än a, vilket är första jämförelsetal för C; det följer av formulering D2 (s. 19) att C inte får något mandat så att A och B tillsammans tar alla $m+m'$ mandaten.

Om däremot A och B bildar kartell har de tillsammans $(d(m)+d(m')+\varepsilon+\varepsilon')a$ röster, och (8.117) visar att kartellens $(m+m')$:te jämförelsetal är mindre än a, vilket fortfarande är C:s första jämförelsetal. Alltså får C (minst) 1 mandat, och kartellen högst $m+m'-1$. I detta fall är kartellen alltså en förlust.

Om $d(1) = 0$ låter vi istället $M = m+m'+m_0$ och $r_C = d(m_0+1)a$ där m_0 ges av (7.2). (Vi kan välja $m = m' = m_0$ och $r_A = r_B = 1$ samt r_C mycket stort. Om partierna uppträder separat får då A och B m_0 mandat var, och C resten, men om A och B bildar kartell får de ändå bara minimiantalet m_0 tillsammans.) □

[123]Om $(r_1+r_2)/Q = d(m_1+m_2)$ väljer vi avrundning till m_1+m_2.

Speciellt får vi för en linjär divisorsmetod följande resultat.

SATS 8.33. *Den linjära divisorsmetoden med divisorer $d(m) = m - 1 + q$ gynnar alltid karteller om och endast om $q \geq 1$.*

BEVIS. I detta fall blir (8.115)

$$m + m' + (q - 1) \leq m + m' + 2(q - 1).$$ □

EXEMPEL 8.34. Heltalsmetoden ($q = 1$) och Imperialimetoden ($q = 2$) gynnar alltid karteller.

Detta är en viktig fördel med heltalsmetoden när den, som i Sverige, används vid val inom riksdag och kommun- och landstingsfullmäktige, se appendix B; en koalition behöver inte tveka om att gå fram tillsammans, och det finns ingen möjlighet till taktisk röstsplittring.

EXEMPEL 8.35. Den estniska metoden med $d(m) = m^{0,9}$ (som inte är linjär) gynnar alltid karteller. Detta följer av det välkända faktumet att funktionen $x \mapsto x^p$ är subadditiv för $x > 0$ om $0 < p < 1$, vilket följer av att andraderivatan $\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} x^p = p(p-1)x^{p-2} < 0$ så att derivatan är avtagande och därför $(x + y)^p - x^p > y^p - 0^p$ om $x, y > 0$.

Det är lätt att se att av metoderna i Tabell 2.1 är det bara dessa tre som alltid gynnar karteller.

Det är som sagt välkänt att heltalsmetoden (Jeffersons metod) alltid gynnar karteller. Balinski och Young [180, Theorem 9.1] tycks säga att detta är den enda divisorsmetod som alltid gynnar karteller; vi har just sett att så inte är fallet, och förklaringen är att satsen i [180] har fler (implicita) förutsättningar; vad satsen säger är följande.

SATS 8.36 ([180, Theorem 9.1]). *Den enda divisorsmetod som uppfyller $m-1 \leq d(m) \leq m$ och som alltid gynnar karteller är heltalsmetoden, $d(m) = m$.*

BEVIS. Genom att använda (8.115) upprepade gånger ser vi att om $d(m)$ är subadditiv så är, för alla $k, m > 0$, $d(km) \leq kd(m)$. Tillsammans med antagandet om $d(m)$ ger detta

$$m - \frac{1}{k} = \frac{km - 1}{k} \leq \frac{d(km)}{k} \leq d(m) \leq m, \tag{8.118}$$

och $k \to \infty$ ger $d(m) = m$. □

En annan liknande karakterisering av heltalsmetoden ges i [179].

SATS 8.37 ([179]). *Den enda divisorsmetod som uppfyller* minst-avrundning *och som alltid gynnar karteller är heltalsmetoden.*

BEVIS. En sådan metod uppfyller (8.115). Vi kan anta att $d(1) = 1$, och då medför (8.115) att $d(m) \leq m$.

Om $d(m) < m$ för något m, tag $\varepsilon > 0$ rationellt med $d(m) < m - \varepsilon$. Betrakta ett val med $r_1 = A$ röster på parti 1 och $n - 1$ andra partier med

$A(m-\varepsilon)$ röster var, för något stort A. Med $M=(n-1)m$ får de större partierna m mandat var och $m_1=0$, fast $\mu_1=(n-1)m/(1+(n-1)(m-\varepsilon))>1$ om n är stort, så minst-avrundning gäller inte. Alltså måste $d(m)=m$ för alla m.

Att heltalsmetoden uppfyller villkoren följer omedelbart av satserna 8.19 och 8.32. □

Vi noterar också att en valmetod som alltid gynnar karteller också garanterar att ett parti med en absolut majoritet av rösterna får en absolut majoritet av mandaten, åtminstone med ett udda antal mandat, och förutsatt att valmetoden uppfyller följande triviala villkor:[124]

Om det bara finns två partier, och de har olika antal röster, så får det största partiet minst lika många mandat som det minsta.

Detta är specialfallet $n=2$ av monoton-partier i avsnitt 5.1.

SATS 8.38. *För en valmetod som alltid gynnar karteller och som uppfyller villkoret ovan (monoton-partier när $n=2$) gäller att ett parti med en absolut majoritet av rösterna får minst hälften av alla mandat.*

BEVIS. Ett parti får minst lika många mandat som om alla andra partier bildar kartell (eftersom detta skulle gynna dessa partier), så det räcker med att titta på fallet med två partier; detta är villkoret ovan. □

För heltalsmetoden har vi redan sett detta i sats 8.14.

8.4.1. Partisplittring. Vi kan också studera det motsatta villkoret.

DEFINITION 8.39. En valmetod *missgynnar alltid karteller* om en grupp partier aldrig kan vinna mandat på att bilda en kartell. (Tolkat analogt med definition 8.31 i fall med lottning.)

Omvänt kan ett parti aldrig förlora på att dela upp sig i två eller (hellre) flera delar. En sådan valmetod gynnar alltså partisplittring och är normalt otänkbar vid allmänna val. (Men är tänkbar vid fördelning av mandat på valkretsar (t.ex. delstater), där möjlighet till splittring inte finns.)

På samma sätt som i sats 8.32 ser man lätt följande; vi utelämnar beviset. (Se även [179; 180].)

SATS 8.40. *Divisorsmetoden med divisorer $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... missgynnar alltid karteller om och endast om, för alla $m,m'\geq 1$,*

$$d(m)+d(m')\leq d(m+m'-1). \tag{8.119}$$

Speciellt måste $d(1)=0$. □

Av metoderna i Tabell 2.1 är det bara Adams metod, $d(m)=m-1$, som alltid missgynnar karteller.

[124]Detta gäller för alla rimliga valmetoder, men utesluter t.ex. metoden att lottta ut alla mandat oberoende av röstetalen.

8.4.2. Stabilitet. Vi har sett ovan att med de flesta metoder kan partier både vinna och förlora på att bilda en kartell. Balinski och Young [179, 180] kallar en valmetod *stabil* om en kartell med två partier aldrig kan förlora eller vinna mer än ett mandat på kartellbildningen. (Tolkat analogt med definition 8.31 i fall med lottning.) Effekten av en kartell är alltså så liten som man rimligen kan begära.

Analogt med sats 8.32 och sats 8.40 har vi följande karakterisering, se [179; 180]; återigen utelämnar vi beviset.[125]

SATS 8.41 ([179]). *Divisorsmetoden med divisorer $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... är stabil om och endast om, för alla $m, m' \geq 1$,*

$$d(m + m' - 1) \leq d(m) + d(m') \leq d(m + m'). \tag{8.120}$$

□

FÖLJDSATS 8.42. *Den linjära divisorsmetoden med $d(m) = m - 1 + q$ är stabil om och endast om $0 \leq q \leq 1$.*

BEVIS. Följer omedelbart ur sats 8.41. □

De vanligaste linjära divisorsmetoderna, speciellt heltalsmetoden ch uddatalsmetoden, är alltså stabila. Vidare ser man lätt från sats 8.41 att den jämkade uddatalsmetoden också är stabil. Däremot är Imperialimetoden ($q = 2$) inte stabil; två partier kan tjäna två mandat på att bilda en kartell.

Även kvotmetoder kan vara stabila. Balinski och Young [179, 180] visar att valkvotsmetoden är stabil, och vi kan generalisera detta till följande sats, som även inkluderar Droops metod (med oavrundad kvot, och för det mesta även med avrundad kvot, se sats 7.9).

SATS 8.43. *En kvotmetod med en kvot Q som bara beror på R och M, och som uppfyller $R/(M + 1) \leq Q < R/(M - 1)$ är stabil.*

BEVIS. Enligt formulering K3 (s. 72) finns ett u så att $m_i = \lfloor r_i/Q + u \rfloor$, där $0 \leq u < 1$ enligt sats 7.5 och anm. 7.7. Låt $\varepsilon_i = r_i/Q + u - m_i$; då är alltså $0 \leq \varepsilon_i < 1$.

Om vi nu kombinerar parti A och B till ett nytt parti AB, så ändras inte Q och och vi får $r_{AB} = r_A + r_B$. Alltså är

$$r_{AB}/Q + u = (r_A/Q + u) + (r_B/Q + u) - u = m_A + m_B + \varepsilon_A + \varepsilon_B - u.$$

Här är $-1 < \varepsilon_A + \varepsilon_B - u < 2$, och det följer att

$$m_A + m_B - 1 \leq \lfloor r_{AB}/Q + u \rfloor \leq m_A + m_B + 1. \tag{8.121}$$

Om vi med kartellen AB prövar med samma u så får alla andra partier samma antal mandat m_i som förut, enligt (7.15), och (8.121) visar att totalantalet mandat blir högst 1 fel, dvs. $M - 1$, M eller $M + 1$. Om totalantalet är M är saken klar och $m_{AB} = m_A + m_B$, så kartellen har varken vunnit eller

[125] Analogt med beviset av sats 8.32, men med ett fjärde parti D med $r_D = r_C$ i motexemplen.

förlorat. Om totalantalet är $M-1$ ökar vi u (eller ändrar om möjligt avrundningen av ett heltal, där vi har valfrihet) tills något parti får ett mandat till; detta kan vara AB eller ett annat parti, och det ger en mandatfördelning av M mandat med $m_A + m_B - 1 \leq m_{AB} \leq m_A + m_B$. Om totalantalet är $M+1$ minskar vi på samma sätt u och får en mandatfördelning av M mandat med $m_A + m_B \leq m_{AB} \leq m_A + m_B + 1$. I alla fall uppfylls villkoret för stabilitet. □

Vi kan kombinera satserna 8.32 och 8.41, vilket ger ännu en karakterisering av heltalsmetoden, funnen av Erlang 1907 [217].[126]

SATS 8.44 (Erlang [217]). *Heltalsmetoden är den enda divisorsmetod som alltid gynnar karteller och är stabil.*

Med andra ord, heltalsmetoden är den enda divisorsmetod som alltid gynnar karteller, men inte med mer än nödvändigt.

BEVIS. Satserna 8.32 och 8.41 visar att detta gäller om och endast om divisorerna $d(m)$ uppfyller

$$d(m+m') \leq d(m) + d(m') \leq d(m+m') \tag{8.122}$$

för alla $m, m' \geq 1$, dvs. $d(m+m') = d(m) + d(m')$, vilket gäller om och endast om $d(m) = cm$ för något $c > 0$. □

Slutligen nämner vi att man kan studera den genomsnittliga effekten av en kartell med metoderna i avsnitt 8.6 nedan, se [263] samt, för metoden i anm. 8.50, [271]. Generellt gäller att valmetoder som genomsnittligt gynnar större partier också genomsnittligt gynnar karteller (även om detta inte nödvändigtvis sker vid varje specifikt valresultat som i sats 8.32), medan t.ex. (jämkade) uddatalsmetoden och valkvotsmetoden som är genomsnittligt rättvisa mellan partier av olika storlek inte har denna effekt; för dem blir effekten av en kartell i praktiken slumpmässig med (ungefär) samma sannolikhet för vinst som förlust. (Förutsatt att valkretsen och partierna inte är alltför små. För små partier kan karteller fortafarande vara det enda sättet att få något mandat överhuvudtaget.)

8.5. Asymptotik när $M \to \infty$

I detta avsnitt undersöker vi vad som händer om vi (som i avsnitt 5.12) låter mandatantalet $M \to \infty$, med fixt antal partier n och givna röstetal $(r_i)_1^n$. Vi betecknar för tydlighets skull antalet mandat m_i för parti i med $m_i(M)$ där M som vanligt är totalantalet mandat. Vi ger några resultat från [263], till vilken vi hänvisar för bevis och fler resultat.

[126] Erlang hävdade mer allmänt att heltalsmetoden är den enda valmetod överhuvudtaget som alltid gynnar karteller och är stabil, och som uppfyller de självklara kraven på monotonicitet i avsnitt 5.4 och avsnitt 5.5. Detta är dock inkorrekt. Ett enkelt motexempel ges av heltalsmetoden med modifikationen att om det bara finns 2 mandat och om något parti får absolut majoritet av rösterna så får det båda mandaten. Se vidare [257].

Vi börjar med att påminna om att en positiv mätbar funktion f i ett intervall (A, ∞) är *reguljärt varierande med index* ρ, där ρ är ett reellt tal, om

$$f(\lambda x)/f(x) \to \lambda^\rho \qquad \text{när } x \to \infty, \tag{8.123}$$

för varje $\lambda > 0$. I specialfallet $\rho = 0$, dvs. när $f(\lambda x)/f(x) \to 1$ när $x \to \infty$ för varje $\lambda > 0$, säger vi att f är *långsamt varierande*. Ett enkelt exempel på en långsamt varierande funktion är varje positiv funktion med $f(x) \to c$ när $x \to \infty$ för något $c > 0$; ett annat exempel är $\log x$.

En följd c_n sägs vara reguljärt varierande med index ρ (och långsamt varierande om $\rho = 0$) om funktionen $c_{\lfloor x \rfloor}$ är det; detta är ekvivalent med att $c_{\lfloor \lambda n \rfloor}/c_n \to \lambda^\rho$ när $n \to \infty$, för varje $\lambda > 0$. (Se [184], där också många fler result ges.)

Följande sats ingår i [263, Theorem A.17]. (Beviset visar också att det räcker att (5.5), eller (ii), gäller för $n = 2$.)

Sats 8.45 ([263]). *För en divisorsmetod definierad av $d(1), d(2), \dots$ är följande egenskaper ekvivalenta.*

(i) *Divisorsmetoden är asymptotiskt proportionell, dvs.* (5.5) *gäller.*

(ii) *För varje n och $(r_i)_1^n$, och alla $i, j \le n$, gäller*

$$\frac{m_j(M)}{m_i(M)} \to \frac{p_j}{p_i} \qquad \text{när } M \to \infty. \tag{8.124}$$

(iii) *Följden $d(n)$ är reguljärt varierande med index* 1.

(iv) *Följden $d(n)/n$ är långsamt varierande.* □

Speciellt följer sats 5.2. För ett annat exempel, som inte täcks av sats 5.2, se exempel 15.6.

De proportionella divisorsmetoderna i avsnitt 2.3 uppfyller alla följande starkare version av asymptotisk proportionalitet [263, Theorem A.18].

Sats 8.46 ([263]). *För en divisorsmetod med $d(m) = cm + O(1)$ för något $c > 0$ gäller*

$$m_i(M) = p_i M + O(1). \tag{8.125}$$

(Den implicita konstanten beror på n, men inte på något annat.) □

8.6. Genomsnittlig avvikelse

En viktig fråga är om en valmetod systematiskt gynnar stora eller små partier. Detta kan inte avgöras av ett enstaka resultat, som naturligtvis kan råka slå åt olika håll, och det är inte så lätt att ens definiera exakt vad man skall mena med att gynna stora eller små partier.

Ett sätt att studera detta är att titta på asymptotiken när $M \to \infty$.

Vi börjar med att notera att för en divisorsmetod med $d(m) = cm + O(1)$ visar sats 8.46 att avvikelsen $\Delta_i = m_i(M) - \mu_i = m_i(M) - Mp_i$ begränsad, för ett givet i och en given röstfördelning; när $M \to \infty$ får vi alltså en begränsad följd. Samma gäller för vanliga kvotmetoder, där $|\Delta_i| \le 1$, se avsnitt 5.11.

I [263] studeras Δ_i under antagandet att M är slumpmässig och likafördelad med $1 \le M \le M_0$ för något fixt M_0, varefter $M_0 \to \infty$; om då t.ex. väntevärdet eller fördelningen av Δ_i konvergerar kan vi tolka gränsvärdet som väntevärdet eller fördelningen av Δ_i för givna $(p_i)_1^n$ och med ett stort slumpmässigt M. Under den tekniska förutsättningen att $p_1, \dots, p_n$ är linjärt oberoende över de rationella talen[127] gäller då följande för väntevärdet [263, Theorem 3.4 och 3.11]:

Sats 8.47 ([263]). *Under förutsättningarna ovan gäller följande.*

(i) *För den linjära divisorsmetoden med $d(m) = m - 1 + q$:*

$$\mathbb{E}\,\Delta_i \to \bigl(q - \tfrac{1}{2}\bigr)\bigl(np_i - 1\bigr). \tag{8.126}$$

(ii) *För kvotmetoden med kvot $Q = R/(M + \gamma)$:*

$$\mathbb{E}\,\Delta_i \to \gamma\Bigl(p_i - \frac{1}{n}\Bigr). \tag{8.127}$$

□

Även om denna sats bara gäller under några tekniska förutsättningar kan vi i praktiken se högerleden i (8.126) och (8.127) som de genomsnittliga avvikelserna $\Delta_i = m_i - \mu_i$ för godtyckliga p_i och (rimligt stora) M. Observera också, som ytterligare ett stöd för detta, att dessa värden i båda fallen är medelvärdet av de övre och undre gränser för $m_i - \mu_i$ som ges av (8.27) resp. (8.48), se anm. 8.17.

Speciellt observerar vi att för uddatalsmetoden ($q = 1/2$) och valkvotsmetoden ($\gamma = 0$) ger sats 8.47 $\mathbb{E}\,\Delta_i \to 0$ för varje parti, vilket betyder att varken stora eller små partier gynnas systematiskt (för stora M). Dessa metoder är alltså rättvisa[128] i denna asymptotiska mening.

Däremot ser vi också att för den q-linjära divisorsmetoden med $q > 1/2$ och för en kvotmetod med $Q = R/(M + \gamma)$ med $\gamma > 0$ (alltså $Q < R/M$) gynnas systematiskt partier som är större än genomsnittet $1/n$; detta inkluderar heltalsmetoden, Imperialimetoden och Droops metod. Effekten är större ju större q eller γ är.

Omvänt gynnas små partier systematiskt om $q < 1/2$ eller $\gamma < 0$, t.ex. med den danska metoden och Adams metod.

Vi ser vidare att denna effekt, både för linjära divisorsmetoder och för kvotmetoder, är proportionell mot $p_i - 1/n$; vi ser också att för divisorsmetoder, men inte för kvotmetoder, växer dessutom effekten med antalet partier n; t.ex. är ett mycket litet parti, med $p_i \approx 0$, missgynnat med i genomsnitt $q - \frac{1}{2}$ resp. γ/n mandat. (Observera att för $n = 2$ sammanfaller resultaten för linjära divisorsmetoder och kvotmetoder i enlighet med sats 7.10(iv).)

---

[127] Se [263] för en definition och diskussion. Villkoret är visserligen aldrig uppfyllt vid verkliga val, eftersom alla p_i då är rationella, men formlerna kan ändå ses som en god approximation om antalet röster är stort.

[128] Engelska *unbiased*.

ANMÄRKNING 8.48. Av divisorsmetoder har vi här bara behandlat linjära divisorsmetoder, men eftersom vi låter $M \to \infty$ ger t.ex. jämkade uddatalsmetoden samma resultat som uddatalsmetoden (för givna p_i blir ju resultaten desamma så snart M är så stor att alla partier får mandat.)

Likaså gäller för både Huntingtons och Deans metoder, liksom för varje potensmedelvärde (2.17) med $-\infty < p < \infty$, att $d(m) = m - 1/2 + o(1)$ när $m \to \infty$, se (2.18). Man kan visa att för sådana metoder gäller att om, som ovan, $M \leq M_0$ är slumpmässigt och vi låter $M_0 \to \infty$, så går sannolikheten mot 1 för att resultatet blir detsamma som med uddatalsmetoden (Websters metod). Föjdaktligen gäller $\mathbb{E}\,\Delta_i \to 0$ även för dessa metoder, så även de är (asymptotiskt) rättvisa. [263, Remark A.10]

För små M skiljer sig metoderna, och argumenten här kan inte avgöra den kontroversiella frågan om Huntingtons eller Websters metod är mest rättvis (se t.ex. [297; 255; 256; 180] och appendix D.35.1); detta beror huvudsakligen på hur man betraktar små partier, speciellt de med bara 1 mandat, och hur man mäter "rättvisa" för dem.

ANMÄRKNING 8.49. Vi har här bara brytt oss om väntevärdet av Δ_i. Satserna 8.5, 8.8 och följdsatserna 8.9–8.13 i avsnitt 8.1 ger största och minsta möjliga värde. För resultat om varians och asymptotisk fördelning, se [263].

ANMÄRKNING 8.50. Ett annat sätt att införa en slumpmässighet för att kunna studera genomsnittliga avvikelser m.m. är att låta antalet mandat M vara fixt, liksom antalet partier n, men låta röstandelarna p_i vara slumpmässiga med en viss fördelning, vanligen likformig fördelning över alla $(p_i)_{i=1}^n$ med $p_i \geq 0$ och $\sum_{i=1}^n p_i = 1$, alternativt (för att studera effekten på stora och små partier) alla sådana $(p_i)_{i=1}^n$ med $p_1 \geq p_2 \geq \cdots \geq p_n$. Denna ansats introducerades av Pólya [308; 309; 310]; se även t.ex. Schuster, Pukelsheim, Drton and Draper [323], Heinrich, Pukelsheim and Schwingenschlögl [241], och Drton och Schwingenschlögl [326; 209]; andra fördelningar än den likformiga studeras av Heinrich, Pukelsheim and Schwingenschlögl [241] och Schwingenschlögl [325]. Se [263] för sambandet mellan de två ansatserna.

8.7. Jämförelse mellan två metoder

Ett annat sätt att studera om valmetoder gynnar små eller stora partier är att jämföra två valmetoder, och se hur de skiljer sig.

Vi börjar med att titta på en bestämd röstfördelning $(r_i)_{i=1}^n$ och två mandatfördelningar $(m_i)_{i=1}^n$ och $(m'_i)_{i=1}^n$ med samma summa $M = \sum_{i=1}^n m_i = \sum_{i=1}^n m'_i$. Vi antar i detta avsnitt för enkelhets skull att partierna är numrerade i storleksordning så att $r_1 > r_2 > \cdots > r_n$, och vi antar att vi här har strikta olikheter, både för att undvika tvetydigheter i numreringen och för att undvika problem vid lottning. Vi behandlar bara valmetoder som är monotona i det självklara formen `monoton-partier`, se avsnitt 5.1, och antar därför att $m_1 \geq m_2 \geq \cdots \geq m_n$ och $m'_1 \geq m'_2 \geq \cdots \geq m'_n$.

Vi säger att $(m_i)_{i=1}^n$ *majoreras* av $(m'_i)_{i=1}^n$, och skriver $(m_i)_{i=1}^n \preceq (m'_i)_{i=1}^n$, om

$$\sum_{i=1}^k m_i \leq \sum_{i=1}^k m'_i \tag{8.128}$$

för varje $k = 1, \dots, n-1$ (observera att likhet antagits gälla för $k = n$), dvs. om de k största partierna tillsammans alltid får minst lika många mandat i fördelningen $(m'_i)_{i=1}^n$ som i $(m_i)_{i=1}^n$. Detta är ett naturligt sätt att säga att $(m'_i)_{i=1}^n$ gynnar större partier jämfört med $(m_i)_{i=1}^n$. (Eller snarare inte missgynnar dem, eftersom vi tillåter likhet.) Se Marshall, Olkin och Pukelsheim [281].

Lemma 8.51. *Låt $(m_i)_{i=1}^n$ och $(m'_i)_{i=1}^n$ vara mandatfördelningar som ovan. Då är $(m_i)_{i=1}^n \preceq (m'_i)_{i=1}^n$ om och endast om $(m'_i)_{i=1}^n$ kan erhållas ur $(m_i)_{i=1}^n$ genom att ett antal (ev. 0) mandat flyttas så att varje mandat flyttas från ett mindre parti till ett större.*

Bevis. En sådan mandatflytt lämnar antingen $\sum_{i=1}^k m_i$ oförändrad eller ökar den. Efter en följd sådana förflyttningar gäller alltså (8.128).

Omvänt, om $(m_i)_{i=1}^n \preceq (m'_i)_{i=1}^n$ och $(m_i)_{i=1}^n \neq (m'_i)_{i=1}^n$, låt k vara det minsta talet med strikt olikhet i (8.128), och låt ℓ vara det minsta heltal $> k$ som ger likhet. (Något sådant $\ell \leq n$ måste finnas eftersom $\sum_{i=1}^n m_i = \sum_{i=1}^n m'_i$.) Då är $m_k < m'_k$ och $m_\ell > m'_\ell$. Låt mandatfördelningen $(m''_i)_{i=1}^n$ vara $(m_i)_{i=1}^n$ ändrad genom att ett mandat flyttats från parti ℓ till parti k. (Notera att parti k är större, $r_k > r_\ell$, eftersom $\ell > k$.) Man ser lätt att $(m''_i)_{i=1}^n \preceq (m'_i)_{i=1}^n$, och genom att upprepa förfarandet når man $(m'_i)_{i=1}^n$ efter ett ändligt antal sådana mandatflyttningar. □

Ett striktare krav på en jämförelse, som vi skriver $(m_i)_{i=1}^n \preceq^* (m'_i)_{i=1}^n$ och kan kalla *stark majorering*, är att om $m_i < m'_i$ och $m_j > m'_j$ så måste $i < j$ (dvs. $r_i > r_j$). Ekvivalent, om $i > j$ så måste antingen $m_i \geq m'_i$ eller $m_j \leq m'_j$. Detta säger alltså att om ett parti får fler mandat kan inte samtidigt ett större parti få färre. Det kan också uttryckas som att det finns ett index ℓ så att $m_i \leq m'_i$ om $i < \ell$ och $m_i \geq m'_i$ om $i > \ell$. (Ekvivalent, och oberoende av vår numrering: det finns ett r så att $m_i \leq m'_i$ om $r_i > r$ och $m_i \geq m'_i$ om $r_i < r$.)

Lemma 8.52 ([281]). *Om $(m_i)_{i=1}^n \preceq^* (m'_i)_{i=1}^n$ så är $(m_i)_{i=1}^n \preceq (m'_i)_{i=1}^n$.*

Bevis. Låt ℓ vara så att $m_i \leq m'_i$ om $i \leq \ell$ och $m_i \geq m'_i$ om $i > \ell$. För $k \leq \ell$ ser vi direkt att (8.128) gäller, och om $k > \ell$ använder vi

$$\sum_{i=1}^k m_i = \sum_{i=1}^n m_i - \sum_{i=k+1}^n m_i \leq \sum_{i=1}^n m'_i - \sum_{i=k+1}^n m'_i = \sum_{i=1}^k m'_i. \qquad \square$$

Omvändningen gäller inte, som påpekas i [281]. Om t.ex. $(m'_i)_{i=1}^n$ erhålls ur $(m_i)_{i=1}^n$ genom att ett mandat flyttas från parti 2 till parti 1, och ett annat från parti 4 till parti 3, så är $(m_i)_{i=1}^n \preceq (m'_i)_{i=1}^n$ enligt lemma 8.51

men $(m_i)_{i=1}^n \not\preceq^* (m'_i)_{i=1}^n$ eftersom $m_2 > m'_2$ och $m_3 < m'_3$. Vi skall dock se att $\preceq$ och $\preceq^*$ är ekvivalenta i de fall vi främst är intresserade av (satserna 8.56 och 8.61).

Anmärkning 8.53. Eftersom $(m_i)_{i=1}^n \preceq^* (m'_i)_{i=1}^n$ om $(m'_i)_{i=1}^n$ fås ur $(m_i)_{i=1}^n$ genom att ett mandat flyttas från ett mindre parti till ett större, så visar lemma 8.51 att $(m_i)_{i=1}^n \preceq (m'_i)_{i=1}^n$ om och endast det finns en följd mandatfördelningar $(m''_i)_{i=1}^n, \dots$ med $(m_i)_{i=1}^n \preceq^* (m''_i)_{i=1}^n \preceq^* \dots \preceq^* (m'_i)_{i=1}^n$. Med andra ord, $\preceq$ är det transitiva höljet av relationen $\preceq^*$.

Vi återgår till att studera valmetoder och gör (efter [281]) följande definition, där vi är ovanligt noggranna med fallet att lottning krävs (vi kräver i så fall vårt villkor för alla möjliga resultat).

Definition 8.54. Låt V och V' vara två valmetoder. Vi säger att V *majoreras* av V', och skriver $V \prec V'$, om för varje uppsättning röstetal $r_1 > r_2 > \dots > r_n > 0$ och varje mandatantal $M \geq 1$, det gäller att $(m_i)_{i=1}^n \preceq (m'_i)_{i=1}^n$ för varje mandatfördelning $(m_i)_{i=1}^n$ som ges av V och $(m'_i)_{i=1}^n$ som ges av V'.

Vi säger att V *majoreras strikt* av V', och skriver $V \prec^* V'$, om $(m_i)_{i=1}^n \preceq^* (m'_i)_{i=1}^n$ för alla sådana $(m_i)_{i=1}^n$ och $(m'_i)_{i=1}^n$.

Naturligtvis gäller att $V \prec^* V'$ implicerar $V \prec V'$. Definitionerna kan båda tolkas som att V' alltid gynnar större partier jämfört med V.

Anmärkning 8.55. Vi använder här beteckningen $\prec$ och inte $\preceq$ eftersom (för alla valmetoder V vi är intresserade av) $V \not\prec V$. Om nämligen $r_1 > \dots > r_n$ är röstetal så att lottning krävs, så finns (minst) två olika mandatfördelning $(m_i)_{i=1}^n$ och $(m'_i)_{i=1}^n$ som kan ges av V. Om $V \prec V$ så säger definition 8.54 att $(m_i)_{i=1}^n \preceq (m'_i)_{i=1}^n$, men av symmetriskäl är också $(m'_i)_{i=1}^n \preceq (m_i)_{i=1}^n$, vilket betyder att $(m_i)_{i=1}^n = (m'_i)_{i=1}^n$, en motsägelse.

Samma gäller $\prec^*$.

Vi jämför först två divisorsmetoder. För entydighets skull antar vi att i det triviala fallet att $d(k) = 0$ för något $k \geq 1$ och $M < nk$ (så att alla jämförelsetal blir ∞, se avsnitt 2.4) delas mandaten ut med $\lfloor M/n \rfloor$ mandat till varje parti och de överskjutande mandaten med ett var till de största partierna.[129] Vi observerar också att alla divisorsmetoder är homogena (avsnitt 5.9) så att bara andelarna röster $p_i = r_i/R$ spelar roll, vilket gör att vi lika väl kan låta röstetalen r_i vara godtyckliga positiva rationella tal som heltal (tänk graderade röster); vi utvidgar detta och tillåter för enkelhets skull godtyckliga positiva reella tal r_i i definition 8.54. (Detta har betydelse bara vid likhet i (8.129)–(8.130) och spelar för de flesta divisorsmetoder ingen roll alls för satsen nedan, men innebär i vissa fall en förenkling; vi hoppar över detaljerna.) Följande sats finns i stort sett i [180, s. 118] och [281], fast den här formuleras utan onödiga inskränkningar på divisorerna.

[129]Vi brukar ignorera detta triviala fall, men här kan det hända t.ex. att $d(1) = 0$ för den ena metoden men inte för den andra.

SATS 8.56 ([180], [281]). *Låt V och V' vara divisorsmetoder definierade av divisorer $d(1)$, $d(2)$, $d(3)$, ... och $d'(1)$, $d'(2)$, ... Då är följande ekvivalenta:*

(i) $V \prec V'$.
(ii) $V \prec^* V'$.
(iii) *För alla $m \geq 1$ med $d(m) > 0$ gäller $d'(m) > 0$ och*

$$\frac{d(m)}{d'(m)} < \frac{d(m+1)}{d'(m+1)}. \tag{8.129}$$

(iv) *För alla $m \geq 1$ med $d(m) > 0$ gäller $d'(m) > 0$ och*

$$\frac{d(m)}{d(m+1)} < \frac{d'(m)}{d'(m+1)}. \tag{8.130}$$

BEVIS. (ii) $\Longrightarrow$ (i) och (iii) $\Longleftrightarrow$ (iv) är triviala.

(iii) $\Longrightarrow$ (ii): Antag att (iii) gäller men inte (ii). Då finns mandatfördelningar $(m_i)_{i=1}^n$ och $(m'_i)_{i=1}^n$ som ges av V och V' för någon uppsättning röstetal $r_1 > r_2 > \cdots > r_n > 0$ och något mandatantal $M \geq 1$ så att $(m_i)_{i=1}^n \not\trianglerighteq^* (m'_i)_{i=1}^n$. Det finns alltså index i och j så att $m_i < m'_i$ och $m_j > m'_j$ men $i \geq j$. Eftersom $i \geq j$ är $r_i \leq r_j$ och $m'_i \leq m'_j$, och alltså $m_i + 2 \leq m'_i + 1 \leq m'_j + 1 \leq m_j$.

Enligt formulering D4 (s. 21) finns divisorer Q och Q' så att, för alla index k,

$$d(m_k) \leq \frac{r_k}{Q} \leq d(m_k + 1), \tag{8.131}$$

$$d'(m'_k) \leq \frac{r_k}{Q'} \leq d'(m'_k + 1). \tag{8.132}$$

Antag först att $d(m'_i) > 0$; då är $d(m) > 0$ för varje $m \geq m'_i$, och enligt (iii) även $d'(m) > 0$ för varje $m \geq m'_i$. Vidare ger (8.131)–(8.132) tillsammans med $m_j > m'_j$ och $m_i < m'_i$,

$$\frac{d(m_j)}{d'(m_j)} \leq \frac{d(m_j)}{d'(m'_j + 1)} \leq \frac{r_j/Q}{r_j/Q'} = \frac{r_i/Q}{r_i/Q'} \leq \frac{d(m_i + 1)}{d'(m'_i)} \leq \frac{d(m'_i)}{d'(m'_i)}. \tag{8.133}$$

Å andra sidan är $m'_i \leq m'_j < m_j$ och (8.129) gäller för alla $m \geq m'_i$, vilket ger $d(m'_i)/d'(m'_i) < d(m_j)/d'(m_j)$, vilket motsäger (8.133).

Om istället $d(m'_i) = 0$ och $M \geq nm'_i$ är $m_k \geq m'_i$ för alla k, vilket motsäger $m_i < m'_i$.

Om, slutligen, $d(m'_i) = 0$ och $M < nm'_i$, så fördelas enligt vårt antagande mandaten jämnt så att $m_j \leq m_i + 1$, vilket ånyo är en motsägelse.

I alla fallen leder antagandet $(m_i)_{i=1}^n \not\trianglerighteq^* (m'_i)_{i=1}^n$ till en motsägelse, vilket visar att $V \not\prec^* V'$ är omöjligt. Alltså är $V \prec^* V'$.

(i) $\Longrightarrow$ (iv): Antag att (iv) inte gäller, utan att det finns ett $m \geq 1$ med $d(m+1) \geq d(m) > 0$ och antingen $d'(m) = 0$ eller

$$\frac{d(m)}{d'(m)} \geq \frac{d(m+1)}{d'(m+1)}. \tag{8.134}$$

Betrakta två partier med röstetal $Ad(m+1)$ och $Ad(m)$, för något valfritt $A > 0$, och låt $M = 2m$. Enligt formulering D4 (s. 21) (med $Q = A$) är $(m+1, m-1)$ en möjlig mandatfördelning för V. Vidare är (m, m) en möjlig mandatfördelning för V'; detta är klart om $d'(m) = 0$ och verifieras annars enkelt med formulering D4 med $Q = d(m)/d'(m)$ och (8.134), eller med formulering D7 (s. 71). Eftersom $(m+1, m-1) \not\preceq (m, m)$ så är $V \not\prec V'$. $\square$

EXEMPEL 8.57. För en q-linjär divisormetod (avsnitt 2.3.12) är

$$\frac{d(m)}{d(m+1)} = \frac{m+q-1}{m+q} = 1 - \frac{1}{m+q}. \tag{8.135}$$

Om $0 \le q < q'$ är $1 - 1/(m+q) < 1 - 1/(m+q')$ för alla $m \ge 1$, och sats 8.56(iv) visar att den q-linjära divisorsmetoden majoreras (strikt) av den q'-linjära.

Speciellt gäller, se avsnitt 2.3.12,

$$\text{Adams} \prec^* \text{danska} \prec^* \text{uddatal} \prec^* \text{heltal} \prec^* \text{Imperiali.}$$

EXEMPEL 8.58. Den traditionella versionen av jämkade uddatalsmetoden (se avsnitt 2.3.3) har $d(1)/d(2) = 1{,}4/3$, men annars $d(m)/d(m+1) = (2m-1)/(2m+1)$ som uddatalsmetoden. Eftersom $1{,}4/3 < 1/2$ är jämkade uddatalsmetoden majorerad av heltalsmetoden. Vi ser också att samma gäller om jämkningsfaktorn istället är 1,2 eller något annat tal $< 1{,}5$, men inte för större jämkningsfaktorer.

Däremot majoriseras inte uddatalsmetoden av den jämkade uddatalsmetoden, med våra definitioner, eftersom vi har likhet i (8.130) för $m > 1$. (Problemet är fallen när lottning krävs och det finns flera möjliga mandatfördelningar. Det vore naturligt att definiera $V \preceq V'$ på något sätt så att $<$ i (8.129)–(8.130) kunde bytas ut mot $\le$, men vi har inte studerat detta i detalj och vet inte exakt om och hur en sådan definition kan formuleras.)

EXEMPEL 8.59. Om V och V' är två divisorsmetoder med divisorer $d(m)$ och $d'(m)$ givna av potensmedelvärden (2.17) med exponenter p och p' så gäller (8.130), se [281]. Alltså är $V \prec^* V'$.

Speciellt gäller, se avsnitt 2.3.13,

$$\text{Adams} \prec^* \text{Dean} \prec^* \text{Huntington} \prec^* \text{Webster} \prec^* \text{Jefferson.}$$

(Kom ihåg att Webster = uddatalsmetoden och Jefferson = heltalsmetoden.)

BEVIS. Vi kan visa (8.130) på följande sätt: Låt

$$F(x,p) = \bigl(\tfrac{1}{2}\bigl(1 + x^p\bigr)\bigr)^{1/p} \tag{8.136}$$

och

$$f(x,p) = \log F(x,p) = \frac{1}{p}\log\frac{1}{2} + \frac{1}{p}\log\bigl(1 + x^p\bigr). \tag{8.137}$$

Då kan (2.17) skrivas $d(m) = mF(\frac{m-1}{m}, p)$, och (8.130) är ekvivalent med

$$\frac{F(\frac{m-1}{m}, p)}{F(\frac{m}{m+1}, p)} < \frac{F(\frac{m-1}{m}, p')}{F(\frac{m}{m+1}, p')}. \tag{8.138}$$

(Fallet $m = 1$ och $p \leq 0$, då $d(m) = 0$, är undantaget.) Med $x = \frac{m-1}{m}$ och $y = \frac{m}{m+1}$ gäller $0 \leq x < y < 1$, och (8.138) kan skrivas som

$$f(x,p) - f(y,p) < f(x,p') - f(y,p'). \tag{8.139}$$

Vi visar mer allmänt att (8.139) gäller om $0 < x < y < 1$ och $-\infty < p < p' < 0$ eller $0 < p < p' < \infty$; det följer sedan lätt av kontinuitet att (8.139) gäller om $0 < x < y < 1$ och $-\infty \leq p < p' \leq \infty$, eller $0 = x < y < 1$ och $0 < p < p' \leq \infty$, vilket visar (8.138). För att visa (8.139) under dessa förutsättningar räcker det att visa att om $0 < x < y < 1$ och $-\infty < p < \infty$ med $p \neq 0$ är derivatan

$$\frac{\partial}{\partial p}\big(f(x,p) - f(y,p)\big) > 0 \tag{8.140}$$

dvs. $\frac{\partial}{\partial p} f(x,p) > \frac{\partial}{\partial p} f(y,p)$, vilket i sin tur följer av

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial p} f(x,p) < 0 \tag{8.141}$$

om $0 < x < 1$ och $-\infty < p < \infty$ med $p \neq 0$. Slutligen verifieras (8.141) med två deriveringar:

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x,p) = \frac{1}{p} \frac{p x^{p-1}}{1 + x^p} = \frac{x^{p-1}}{1 + x^p} = \frac{1}{x}\Big(1 - \frac{1}{1 + x^p}\Big) \tag{8.142}$$

och alltså

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial p} f(x,p) = \frac{1}{x} \cdot \frac{\frac{\partial}{\partial p}(1 + x^p)}{(1 + x^p)^2} = \frac{x^p \log x}{x(1 + x^p)^2} < 0. \tag{8.143}$$

□

Exempel 8.60. Danska metoden har $d(1)/d(2) = 0{,}25$ och $d(2)/d(3) = 4/7 = 0{,}5714\ldots$, medan Huntingtons metod har $d(1) = 0$ så $d(1)/d(2) = 0$ och $d(2)/d(3) = 1/\sqrt{3} = 0{,}5773\ldots$. Sats 8.56 visar att ingen av dessa metoder majorerar den andra.

För kvotmetoder har vi ett motsvarande resultat. Vi betraktar bara fall där formulering K1–K2 eller K3 fungerar, se anm. 7.7.

Sats 8.61. *Låt V och V' vara kvotmetoder med kvoter Q och Q' så att alltid $Q > Q'$. Då är $V \prec V'$ och $V \prec^* V'$.*

Bevis. Låt $(m_i)_{i=1}^n$ och $(m'_i)_{i=1}^n$ vara mandatfördelningar som ges av V och V' för någon uppsättning röstetal $r_1 > r_2 > \cdots > r_n > 0$ och något mandatantal $M \geq 1$. Enligt formulering K3 (s. 72) finns då u och u' så att, för alla k,

$$m_k \leq \frac{r_k}{Q} + u \leq m_k + 1, \tag{8.144}$$

$$m'_k \leq \frac{r_k}{Q'} + u \leq m'_k + 1. \tag{8.145}$$

Antag att $m_i < m'_i$ och $m_j > m'_j$. Då gäller, enligt (8.144) och (8.145),

$$\frac{r_i}{Q} + u \le m_i + 1 \le m'_i \le \frac{r_i}{Q'} + u',$$
$$\frac{r_j}{Q} + u \ge m_j \ge m'_j + 1 \ge \frac{r_j}{Q'} + u',$$

och alltså

$$r_i\Bigl(\frac{1}{Q'} - \frac{1}{Q}\Bigr) \ge u - u' \ge r_j\Bigl(\frac{1}{Q'} - \frac{1}{Q}\Bigr). \tag{8.146}$$

Eftersom vi antagit $Q > Q'$ är $1/Q' - 1/Q > 0$, och alltså ger (8.146) $r_i \ge r_j$ och därav $i < j$ (eftersom $i = j$ är omöjligt). Detta visar att $(m_i)_{i=1}^n \preceq^* (m'_i)_{i=1}^n$.

Alltså är $V \prec^* V'$, och följdaktligen även $V \prec V'$. $\square$

Observera att en mindre kvot gör det svårare för små partier. Man skulle kunna tro motsatsen, att en mindre kvot gör det lättare för ett litet parti att få mandat eftersom det blir lättare att nå upp till åtminstone en kvot, men detta är alltså fel, vilket beror på att ett litet parti i första hand kan hoppas på ett restmandat, men detta blir svårare eftersom det med en mindre kvot blir färre restmandat att fördela.

Exempel 8.62. Sats 8.61 visar att

$$\text{valkvotsmetoden} \prec^* \text{Droops metod} \prec^* \text{kvotmetod med Imperialis kvot}$$

(åtminstone om oavrundade kvoter används).

KAPITEL 9

Optimalitet

Avsikten med ett proportionellt valsystem är ju att den procentuella mandatfördelningen skall bli nära den procentuella röstfördelningen; det är naturligt att tolka detta som att mandatfördelningen skall bli så nära röstfördelningen som möjligt, givet att mandatantalen skall vara heltal. Här kan "så nära som möjligt" tolkas på olika sätt. Ett antal olika sätt har föreslagits att mäta felet, dvs. avvikelsen mellan fördelningen av mandaten och fördelningen av rösterna, och dessa mått har använts (åtminstone sedan Sainte-Laguë 1910 [319]) för att motivera flera vanliga valmetoder såsom den metod som minimerar ett visst felmått, för en given röstfördelning och ett givet antal mandat. (För ett visst felmått finns det alltid en mandatfördelning som minimerar detta felmått, eftersom det bara finns ett ändligt antal möjliga mandatfördelningar med ett bestämt antal mandat; i undantagsfall kan det finnas flera mandatfördelningar med samma fel, och då får man som vanligt lotta. Varje felmått definierar i princip en valmetod, nämligen att man tar den mandatfördelning som minimerar felet, men i allmänhet behöver det inte finnas någon enkel och praktisk metod att hitta denna mandatfördelning.)

En variant på detta är att göra parvisa jämförelser mellan partierna och på något sätt mäta "orättvisan" mellan dem, dvs. avvikelsen mellan proportionell fördelning av mandaten för just dessa två partier om vi ignorerar alla andra. Givet ett sådant mått på parvisa orättvisor säger vi att en mandatfördelning är *optimal* (eller *stabil*) om det för varje par av partier gäller att om vi flyttar ett mandat från det ena till det andra så blir orättvisan mellan dessa två större (eller åtminstone lika stor).[130] Orättvisa kan mätas på olika sätt, och för vissa sätt (men inte alla, se avsnitt 9.7) finns det alltid en optimal mandatfördelning, vilket (åtminstone i princip) ger en valmetod. (Parvisa jämförelser av detta slag kan ge divisorsmetoder men inte kvotmetoder, se formulering D7 (s. 71) med kommentarer.)

Vi ger ett antal exempel på optimalitet på ett av dessa två sätt för olika valmetoder; se även [180] och [267]. Dessa karakteriseringar av metoderna är teoretiskt intressanta men har kanske ändå inte så stor praktisk betydelse eftersom det inte finns något uppenbart bästa sätt att mäta felet, och olika mått alltså kan leda till olika metoder. Att hävda att en viss valmetod

[130] Alternativt, och kanske naturligare, kan man kräva att detta skall gälla även om flera mandat flyttas mellan dessa två partier. För de mått som behandlas nedan är det lätt att se att detta gäller så snart det gäller för ett mandat, så det spelar ingen roll vilken definition vi väljer.

är den enda riktiga och rättvisa eftersom den minimerar ett visst felmått verkar överdrivet och förfelat. Det finns också uppenbara möjligheter att argumentera baklänges genom att välja ett felmått som leder till den valmetod man föredrar av andra skäl. Det verkar viktigare att analysera vilka egenskaper en valmetod har, och då är optimalitet av detta slag bara en faktor.

9.1. Valkvotsmetoden

Valkvotsmetoden har som visats i kapitel 5 och 6 allvarliga brister, men det kan inte förnekas att den är optimal i den meningen att den minierar det kanske naturligaste sättet att mäta avvikelsen från perfekt proportionalitet.

SATS 9.1. *Valkvotsmetoden (Hamiltons metod) minimerar felet*

$$\max_i \left|\frac{m_i}{M} - \frac{r_i}{R}\right| \tag{9.1}$$

eller, ekvivalent,

$$\max_i \left|m_i - \frac{r_i M}{R}\right| = \max_i |m_i - \mu_i|. \tag{9.2}$$

BEVIS. Låt q_1 vara den största bråkdel $\{\mu_i\} = \{r_i M/R\}$ som inte avrundas uppåt i valkvotsmetoden och låt q_2 vara den minsta bråkdel $\{\mu_i\}$ som avrundas uppåt. Då är $0 \le q_1 \le q_2 \le 1$. För alla partier gäller $m_i - 1 + q_2 \le \mu_i \le m_i + q_1$ och alltså

$$-q_1 \le m_i - \mu_i \le 1 - q_2, \tag{9.3}$$

med likhet i vardera olikheten för något parti. Alltså är

$$\max_i |m_i - \mu_i| = \max(q_1, 1 - q_2). \tag{9.4}$$

Skulle vi nu göra en annan fördelning, säg $\{m_i'\}$, så skulle något parti få fler mandat, och därmed $m_i' - \mu_i \ge 1 + m_i - \mu_i \ge 1 - q_1$, och något annat parti färre, och därmed $m_j' - \mu_j \le m_j - \mu_j - 1 \le -q_2$. Detta ger, eftersom $q_1 \le q_2$,

$$\max_i |m_i' - \mu_i| \ge \max(q_2, 1 - q_1) \ge \max(q_1, 1 - q_2), \tag{9.5}$$

och alltså minst lika mycket som med valkvotsmetodens fördelning. □

Observera vidare att om $q_1 < q_2$ så är andra olikheten i (9.5) strikt, och alltså ger varje annan fördelning ett strikt större fel (9.2) än valkvotsmetoden; det finns alltså en entydig mandatfördelning som minimerar felet, nämligen valkvotsmetodens fördelning. Men om $q_1 = q_2$, vilket är fallet när vi behöver lotta i valkvotsmetoden, så att valkvotsmetoden har flera lösningar, så kan det finnas ytterligare fördelningar med samma fel (9.2).

EXEMPEL 9.2. $M = 10$ mandat, $R = 100$ röster, fördelade 27, 25, 16, 16, 16. Valkvotsmetoden ger mandatfördelningen 3, 2, 2, 2, 1 (efter lottning bland de tre minsta partierna), men även 3, 3, 2, 1, 1 ger samma fel (9.2) (nämligen 0,6).

Beviset ovan visar även att valkvotsmetoden minimerar det ensidiga felet

$$\max_i \left(\frac{m_i}{M} - \frac{r_i}{R}\right) \tag{9.6}$$

eller, ekvivalent,

$$\max_i \left(m_i - \frac{r_i M}{R}\right) = \max_i \left(m_i - \mu_i\right), \tag{9.7}$$

likaväl som det ensidiga felet åt andra hållet

$$\max_i \left(\frac{r_i}{R} - \frac{m_i}{M}\right) \tag{9.8}$$

eller, ekvivalent,

$$\max_i \left(\frac{r_i M}{R} - m_i\right) = \max_i \left(\mu_i - m_i\right). \tag{9.9}$$

Återigen är den minimerande mandatfördelningen entydig om vi inte behöver lotta i valkvotsmetoden, men annars kan det finnas fler optimala mandatfördelningar än vad valkvotsmetoden ger.

Valkvotsmetoden är optimal på fler sätt. Sainte-Laguë [319] visade[131] att valkvotsmetoden minimerar minstakvadratfelet

$$\sum_{i=1}^{n} \left(m_i - \mu_i\right)^2. \tag{9.10}$$

I detta fall finns inga andra optimala mandatfördelningar än de som ges av valkvotsmetoden (efter ev. lottning), så att valkvotsmetoden kan definieras av att den minimerar felet (9.10).

Mer allmänt visade Pólya [309] följande:

Sats 9.3 (Pólya [309]). *Om φ är en godtycklig konvex funktion minimerar valkvotsmetoden felet*

$$\sum_{i=1}^{n} \varphi\left(m_i - \mu_i\right). \tag{9.11}$$

Om φ är strikt konvex finns dessutom inga andra optimala mandatfördelningar än vad valkvotsmetoden ger.

Bevis. Vi kan anta att φ är strikt konvex, eftersom vi annars kan ersätta $\varphi(x)$ med den strikt konvexa funktionen $\varphi(x) + \varepsilon x^2$, med $\varepsilon > 0$, och sedan låta $\varepsilon \to 0$.

Antag att $\{m_i\}$ är en mandatfördelning som skiljer sig från valkvotsmetodens. Låt $\Delta_i = m_i - \mu_i$. Enligt beviset ovan, och med q_1, q_2 som där, finns två partier i och j så att $\Delta_i \geq 1 - q_1$ och $\Delta_j \leq -q_2$. Detta ger $\Delta_i \geq 1 + \Delta_j$, med strikt olikhet utom i fallet att $q_1 = q_2$; även i detta fall ser man att vi kan välja sådana i och j med strikt olikhet, eftersom annars (9.3) gäller för alla i, vilket skulle betyda att mandatfördelningen kan ges av valkvotsmetoden. Det finns alltså partier i och j med $\Delta_i > 1 + \Delta_j$.

[131] och hänvisade för detta till sin kollega Zivy på läroverket i Douai

Låt nu $\{m_i'\}$ vara mandatfördelningen där vi flyttat ett mandat från i till j, alltså $m_i' = m_i - 1$ och $m_j' = m_j + 1$ (med övriga partier oförändrade). Då är $\Delta_i' = \Delta_i - 1$ och $\Delta_j' = \Delta_j + 1$, och för felen gäller

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n \varphi(\Delta_i) - \sum_{i=1}^n \varphi(\Delta_i') &= \varphi(\Delta_i) + \varphi(\Delta_j) - \big(\varphi(\Delta_i - 1) + \varphi(\Delta_j + 1)\big) \\ &= \varphi(\Delta_i) - \varphi(\Delta_i - 1) - \big(\varphi(\Delta_j + 1) - \varphi(\Delta_j)\big) \\ &> 0,\end{aligned}$$

eftersom φ är strikt konvex och $\Delta_i > \Delta_j + 1$. Alltså är $\{m_i\}$ inte optimal. $\square$

9.2. Uddatalsmetoden

Sainte-Laguë [319] införde och motiverade uddatalsmetoden som den valmetod som minimerar felet

$$\sum_{i=1}^n r_i \left(\frac{m_i}{r_i} - \frac{M}{R}\right)^2. \tag{9.12}$$

Tanken är att man tittar på inflytande i form av andel valda per röst; $m_i/r_i - M/R$ visar hur mycket detta skiljer sig från genomsnittet för en som röstar på parti i. Sainte-Laguë använder den statistiska standardproceduren *minstakvadratmetoden* som går ut på att summera kvadraterna på felen och minimera summan; felet beräknas för varje väljare vilket ger faktorn r_i i summan (9.12).[132] [133] Sainte-Laguë visade att den optimala mandatfördelningen enkelt kan hittas med uddatalsmetoden (som då var okänd):[134]

SATS 9.4 (Sainte-Laguë [319]). *Minstakvadratfelet* (9.12) *minimeras av uddatalsmetoden.*

BEVIS. Vi följer Sainte-Laguë och skriver om (9.12) som[135]

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n r_i \left(\frac{m_i}{r_i} - \frac{M}{R}\right)^2 &= \sum_{i=1}^n r_i \left(\frac{m_i^2}{r_i^2} - 2\frac{m_i M}{r_i R} + \frac{M^2}{R^2}\right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{m_i^2}{r_i} - 2\frac{m_i M}{R} + r_i \frac{M^2}{R^2}\right) \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{m_i^2}{r_i} - 2\frac{M^2}{R} + \frac{M^2}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i^2}{r_i} - \frac{M^2}{R}.\end{aligned} \tag{9.13}$$

[132] Sainte-Laguë kallar sin metod helt enkelt för *minstakvadratmetoden*.

[133] Jfr minstakvadratfelet (9.10) beräknat för partier och (9.42) beräknat för valda, vilka leder till andra metoder.

[134] Sainte-Laguë kände uppenbarligen inte till att metoden, i den amerikanska formuleringen som Websters metod, redan användes i USA. Å andra sidan återupptäcktes sats 9.4 av Owens [297], som uppenbarligen inte kände till Sainte-Laguë.

[135] Detta kan ses som ett fall av variansformeln $\mathbb{E}(X - \mathbb{E}\,X)^2 = \mathbb{E}\,X^2 - (\mathbb{E}\,X)^2$ för en slumpvariabel X, i det här fallet m_i/r_i för en slumpmässigt vald väljare.

Att minimera (9.12), med givna r_i och en given summa $\sum_{i=1}^{n} m_i = M$, är alltså detsamma som att minimera $\sum_{i=1}^{n} m_i^2/r_i$. Vi utnyttjar att $m^2 = \sum_{j=1}^{m}(2j-1)$ för varje $m \geq 0$ och får

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{m_i^2}{r_i} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m_i} \frac{2j-1}{r_i}. \tag{9.14}$$

Att minimera denna summa betyder att vi skall välja $m_1, \dots, m_n$, med en given summa M, så att summan av de M termerna $(2j-1)/r_i$ med $1 \leq j \leq m_i$ blir så liten som möjligt. Detta gör man uppenbarligen genom att välja de M minsta av alla termer $(2j-1)/r_i$ (eftersom dessa termer för fixt i är växande i j, så det lönar sig alltid att välja så små j som möjligt för varje i.) Men detta är detsamma som att välja de M största av $r_i/(2j-1)$, vilket är formulering D2 (s. 19) av uddatalsmetoden, se avsnitt 2.3.2. □

Uddatalsmetoden kan också definieras av att den är också optimal för parvisa jämförelser, med ett lämpligt mått på orättvisa.

SATS 9.5 (Huntington [255], [256]). *Uddatalsmetoden är optimal för parvisa jämförelser med orättvisan mätt som*

$$\left|\frac{m_i}{r_i} - \frac{m_j}{r_j}\right|. \tag{9.15}$$

BEVIS. Antag att mandatfördelningen $m_1, \dots, m_n$ är optimal. Detta innebär att

$$\left|\frac{m_i}{r_i} - \frac{m_j}{r_j}\right| \leq \left|\frac{m_i-1}{r_i} - \frac{m_j+1}{r_j}\right| \tag{9.16}$$

för alla par av partier i och j med $m_i > 0$. Om $m_i/r_i > m_j/r_j$ innebär detta nödvändigtvis att $(m_i-1)/r_i \leq (m_j+1)/r_j$ och

$$\frac{m_i}{r_i} - \frac{m_j}{r_j} \leq -\left(\frac{m_i-1}{r_i} - \frac{m_j+1}{r_j}\right) = \frac{m_j+1}{r_j} - \frac{m_i-1}{r_i}, \tag{9.17}$$

vilket är detsamma som

$$\frac{2m_i-1}{r_i} \leq \frac{2m_j+1}{r_j}. \tag{9.18}$$

Vidare gäller (9.18) trivialt även om $m_i/r_i \leq m_j/r_j$. Omvänt ser vi att om (9.18) gäller så gäller (9.16).

Alltså är mandatfördelningen $(m_i)_{i=1}^{n}$ optimal om och endast om (9.18) gäller för alla i och j. Men detta kan skrivas

$$\frac{r_i}{2m_i-1} \geq \frac{r_j}{2m_j+1}, \tag{9.19}$$

vilket är (7.14) med $d(m) = 2m-1$, så detta definierar uddatalsmetoden i formulering D7 (s. 71). □

9.3. Heltalsmetoden

Sainte-Laguë [319] visade också att om vi istället för minstakvadratfelet (9.12) använder det maximala felet

$$\max_{1\le i\le n}\left(\frac{m_i}{r_i}-\frac{M}{R}\right), \tag{9.20}$$

och alltså bara bryr oss om positiva fel, så är heltalsmetoden optimal.

Sats 9.6 (Sainte-Laguë [319]). *Maximala positiva felet* (9.20) *minimeras av heltalsmetoden.*

Bevis. Att minimera (9.20), med givna r_i och en given summa $\sum_{i=1}^n m_i = M$, är detsamma som att minimera $\max_i m_i/r_i$, vilket är detsamma som att maximera $\min_i r_i/m_i$. Detta gör man genom att välja de M största av termerna r_i/j, med $j\ge 1$, vilket är formulering D2 (s. 19) av heltalsmetoden, se avsnitt 2.3.1. □

Man ser också lätt att om heltalsmetoden har ett entydigt resultat (dvs. lottning behövs ej) så är detta den enda optimala mandatfördelningen. Om däremot heltalsmetoden har flera möjliga resultat kan det finnas ytterligare optimala mandatfördelningar.

Exempel 9.7. 10 mandat och 100 röster, fördelade 25, 25, 25, 25. Heltalsmetoden ger mandatfördelningen 3, 3, 2, 2 (med ordningen lottad), men varje mandatfördelning med $\max_i m_i = 3$ har samma fel (9.20), alltså även 3, 3, 3, 1.

Heltalsmetoden kan också definieras av att den är också optimal för parvisa jämförelser, med ett visst (lite mer komplicerat) mått på orättvisa.

Sats 9.8 (Huntington [256]). *Heltalsmetoden är optimal för parvisa jämförelser med orättvisan mellan två partier i och j, ordnade med $m_i/r_i \ge m_j/r_j$, mätt som*

$$m_i\frac{r_j}{r_i}-m_j. \tag{9.21}$$

Eftersom (9.21) är ≥ 0 om och endast om $m_i/r_i \ge m_j/r_j$ kan vi också, mer symmetriskt och oberoende av ordningen, säga att orättvisan är det positiva av talen $m_i\frac{r_j}{r_i}-m_j$ och $m_j\frac{r_i}{r_j}-m_i$, eller

$$\max\left(m_i\frac{r_j}{r_i}-m_j,\ m_j\frac{r_i}{r_j}-m_i\right). \tag{9.22}$$

Bevis. Antag att mandatfördelningen $m_1,\dots,m_n$ är optimal. Detta innebär att om $m_i/r_i > m_j/r_j$ så måste $(m_i-1)/r_i < (m_j+1)/r_j$ och

$$m_i\frac{r_j}{r_i}-m_j \le (m_j+1)\frac{r_i}{r_j}-(m_i-1), \tag{9.23}$$

vilket är detsamma som

$$m_i\frac{r_i+r_j}{r_i} \le (m_j+1)\frac{r_i+r_j}{r_j} \tag{9.24}$$

eller

$$\frac{m_i}{r_i} \le \frac{m_j + 1}{r_j}. \tag{9.25}$$

Detta gäller trivialt även om $m_i/r_i \le m_j/r_j$, och omvänt ser vi att (9.25) implicerar (9.23).

Alltså är mandatfördelningen $(m_i)_{i=1}^n$ optimal om och endast om (9.25) gäller för alla i och j, vilket är ekvivalent med

$$\frac{r_i}{m_i} \ge \frac{r_j}{m_j + 1}, \tag{9.26}$$

dvs. (7.14) med $d(m) = m$, så detta definierar heltalsmetoden i formulering D7 (s. 71). □

9.4. Adams metod

Sainte-Laguë [319] visade slutligen att om vi istället för minstakvadratfelet (9.12) eller det maximala positiva felet (9.20) använder (absolutbeloppet) av det maximala negativa felet,

$$\left| \min_{1 \le i \le n} \left(\frac{m_i}{r_i} - \frac{M}{R} \right) \right| = \max_{1 \le i \le n} \left(\frac{M}{R} - \frac{m_i}{r_i} \right), \tag{9.27}$$

så är Adams metod optimal.[136]

SATS 9.9 (Sainte-Laguë [319]). *Maximala negativa felet* (9.27) *minimeras av Adams metod.*

BEVIS. Att minimera (9.27), med givna r_i och en given summa $\sum_{i=1}^n m_i = M$, är detsamma som att maximera $\min_i m_i/r_i$.

Antag att Adams metod ger fördelningen $\{m_i\}$. Vi använder formulering D6 (s. 23) och har alltså en multiplikator t så att, enligt (2.4) med $d(m) = m - 1$, se avsnitt 2.3.9,

$$m_i - 1 \le tr_i \le m_i, \qquad i = 1, \dots, n. \tag{9.28}$$

Detta visar att $m_i/r_i \ge t$ för varje i, så $\min_i m_i/r_i \ge t$.

Om nu $\{m'_i\}$ är en annan mandatfördelning så är $m'_j < m_j$ för något j, och (9.28) ger

$$\min_i \frac{m'_i}{r_i} \le \frac{m'_j}{r_j} \le \frac{m_j - 1}{r_j} \le t \le \min_i \frac{m_i}{r_i}. \tag{9.29}$$

Alltså är $\{m_i\}$ optimal. □

Man ser också lätt att om Adams metod har ett entydigt resultat (dvs. lottning behövs ej) så är detta den enda optimala mandatfördelningen. Om däremot Adams metod har flera möjliga resultat kan det finnas ytterligare optimala mandatfördelningar.

[136] Saint-Laguë kände inte till Adams; han refererar för (9.20) och (9.27) till en artikel av Equer [219] 1910.

Exempel 9.10. 10 mandat och 100 röster, fördelade 25, 25, 25, 25. Adams metod ger mandatfördelningen 3, 3, 2, 2 (med ordningen lottad), men varje mandatfördelning med $\min_i m_i = 2$ har samma fel (9.27), alltså även 4, 2, 2, 2.

Adams metod kan också definieras av att den är också optimal för parvisa jämförelser.

Sats 9.11 (Huntington [256]). *Adams metod är optimal för parvisa jämförelser med orättvisan mellan två partier i och j, ordnade med $m_i/r_i \geq m_j/r_j$, mätt som*

$$m_i - m_j \frac{r_i}{r_j}. \tag{9.30}$$

Med andra ord mäter vi orättvisan med de negativa skillnaderna i (9.21) istället för de positiva. (Jfr (9.20) och (9.27).)

Eftersom (9.30) är ≥ 0 om och endast om $m_i/r_i \geq m_j/r_j$ kan vi också, mer symmetriskt och oberoende av ordningen, säga att orättvisan är det positiva av talen $m_i - m_j \frac{r_i}{r_j}$ och $m_j - m_i \frac{r_j}{r_i}$, eller

$$\max\left(m_i - m_j \frac{r_i}{r_j},\, m_j - m_i \frac{r_j}{r_i}\right). \tag{9.31}$$

Bevis. Antag att mandatfördelningen $m_1, \dots, m_n$ är optimal. Detta innebär att om $m_i/r_i > m_j/r_j$ så måste $(m_i - 1)/r_i < (m_j + 1)/r_j$ och

$$m_i - m_j \frac{r_i}{r_j} \leq (m_j + 1) - (m_i - 1)\frac{r_j}{r_i}, \tag{9.32}$$

vilket är detsamma som

$$(m_i - 1)\frac{r_i + r_j}{r_i} \leq m_j \frac{r_i + r_j}{r_j} \tag{9.33}$$

eller

$$\frac{m_i - 1}{r_i} \leq \frac{m_j}{r_j}. \tag{9.34}$$

Som i beviset av sats 9.8 ser vi nu att (9.34) gäller även om $m_i/r_i \leq m_j/r_j$ och alltså för alla i och j, och omvänt att (9.34) medför att $m_1, \dots, m_n$ är optimal. Alltså är mandatfördelningen $(m_i)_{i=1}^n$ optimal om och endast om (9.34) gäller för alla i och j, vilket är ekvivalent med

$$\frac{r_i}{m_i - 1} \geq \frac{r_j}{m_j}, \tag{9.35}$$

dvs. (7.14) med $d(m) = m - 1$, så detta definierar Adams metod i formulering D7 (s. 71). $\square$

9.5. Huntingtons metod

Huntington [255], [256] argumenterade för att orättvisan skall mätas med den *relativa* skillnaden mellan m_i/r_i och m_j/r_j, dvs.

$$\frac{m_i/r_i}{m_j/r_j} - 1 = \frac{m_i r_j}{m_j r_i} - 1, \tag{9.36}$$

och visade att detta leder till hans metod som formulerad i avsnitt 2.3.10.

SATS 9.12 (Huntington [255], [256]). *Huntingtons metod är optimal för parvisa jämförelser med orättvisan mellan två partier i och j, ordnade med $m_i/r_i \geq m_j/r_j$, mätt som* (9.36).

Eftersom (9.36) är ≥ 0 om och endast om $m_i/r_i \geq m_j/r_j$ kan vi också, mer symmetriskt och oberoende av ordningen, säga att orättvisan är det positiva av talen $\frac{m_i/r_i}{m_j/r_j} - 1$ och $\frac{m_j/r_j}{m_i/r_i} - 1$ eller

$$\max\left(\frac{m_i/r_i}{m_j/r_j} - 1, \frac{m_j/r_j}{m_i/r_i} - 1\right) = \max\left(\frac{m_i r_j}{m_j r_i} - 1, \frac{m_j r_i}{m_i r_j} - 1\right). \tag{9.37}$$

BEVIS. Antag att mandatfördelningen $m_1, \dots, m_n$ är optimal. Detta innebär att om $m_i/r_i > m_j/r_j$ så måste $(m_i - 1)/r_i < (m_j + 1)/r_j$ och

$$\frac{m_i r_j}{m_j r_i} - 1 \leq \frac{(m_j + 1) r_i}{(m_i - 1) r_j} - 1, \tag{9.38}$$

vilket är detsamma som

$$\frac{m_i r_j}{m_j r_i} \leq \frac{(m_j + 1) r_i}{(m_i - 1) r_j} \tag{9.39}$$

eller

$$\frac{r_j^2}{m_j(m_j + 1)} \leq \frac{r_i^2}{m_i(m_i - 1)}. \tag{9.40}$$

Som i bevisen ovan ser vi att (9.40) gäller för alla i och j, och omvänt att om så är fallet så är $m_1, \dots, m_n$ optimal. Vi tar kvadratroten och ser att (9.40) är ekvivalent med

$$\frac{r_j}{\sqrt{m_j(m_j + 1)}} \leq \frac{r_i}{\sqrt{m_i(m_i - 1)}}, \tag{9.41}$$

wilket är (7.14) med $d(m) = \sqrt{m(m-1)}$, så detta definierar Huntingtons metod i formulering D7 (s. 71). $\square$

Sainte-Laguë [319] upptäckte Huntingtons metod (före både Hill och Huntington, men utan att rekommendera den) som den valmetod som minimerar felet

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \left(\frac{r_i}{m_i} - \frac{R}{M}\right)^2. \tag{9.42}$$

Detta är en minstakvadratmetod med ett felmått (9.42) konstruerat i analogi med (9.12), men tvärtom utgående från de valda och hur många väljare de representerar; $r_i/m_i - R/M$ visar hur mycket detta skiljer sig från genomsnittet för en vald representant för parti i. Jfr också (9.10).

Sainte-Laguë påpekar att det är komplicerat att hitta den optimala mandatfördelningen om vi tillåter (som normalt) att $m_i = 0$, men att problemet blir lättare om vi kräver $m_i \geq 1$ för alla i.[137]

Sats 9.13 (Sainte-Laguë [319]). *Minstakvadratfelet* (9.42) *minimeras, bland alla mandatfördelningar med minst ett mandat per parti, av Huntingtons metod.*

Bevis. Vi har, i analogi med (9.13), och eftersom varje $m_i > 0$,

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \left(\frac{r_i}{m_i} - \frac{R}{M} \right)^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{r_i^2}{m_i} - \frac{R^2}{M}.$$

Att minimera (9.42) är alltså detsamma som att minimera $\sum_{i=1}^n r_i^2/m_i$, med en given summa $\sum_{i=1}^n m_i = M$. Vi utnyttjar nu $\frac{1}{m} = 1 - \sum_{j=2}^m (\frac{1}{j-1} - \frac{1}{j})$ för varje $m \geq 1$ och får

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{r_i^2}{m_i} = \sum_{i=1}^{n} r_i^2 - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=2}^{m_i} r_i^2 \Big(\frac{1}{j-1} - \frac{1}{j} \Big) = \sum_{i=1}^{n} r_i^2 - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=2}^{m_i} \frac{r_i^2}{j(j-1)}$$

Att minimera detta uttryck betyder att maximera den sista summan, dvs. att vi skall välja $m_1, \dots, m_n$, med en given summa M, så att summan av de $M - n$ termerna $r_i^2/(j(j-1))$ med $1 < j \leq m_i$ blir så stor som möjligt. Detta gör man uppenbarligen genom att välja de $M - n$ största av alla termer $r_i^2/(j(j-1))$ med $j > 1$ (eftersom dessa termer för fixt i är avtagande i j). Detta är detsamma som att välja de M största av $r_i^2/(j(j-1))$, med $j \geq 1$ (eftersom $j = 1$ ger n sådana kvoter ∞), eller ekvivalent de M största av $r_i/\sqrt{j(j-1)}$, vilket är formulering D2 (s. 19) av Huntingtons metod, se avsnitt 2.3.10. □

9.6. Deans metod

Deans formulering av sin metod (avsnitt 2.3.11), och hans motivering för den, är följande [180, s. 29]:

Deans metod, alternativ formulering. *Givet en divisor Q, låt antalet mandat m_i vara sådant att r_i/m_i är så nära Q som möjligt, dvs. $|r_i/m_i - Q|$ är minimal. (Q väljs som vanligt så att $\sum_{i=1}^n m_i = M$).*

Detta betyder att parti i får minst m mandat om

$$Q - r_i/m < r_i/(m-1) - Q \tag{9.43}$$

(och ev. vid likhet), vilket är ekvivalent med

$$Q < \frac{1}{2} \Big(\frac{r_i}{m} + \frac{r_i}{m-1} \Big) = r_i \frac{2m-1}{2m(m-1)} = \frac{r_i}{d(m)}, \tag{9.44}$$

[137]Sats 9.13 återupptäcktes av Huntington [255], som uppenbarligen inte kände till Sainte-Laguë.

där $d(m) = \frac{2m(m-1)}{2m-1}$; detta visar att Deans formulering är ekvivalent med formulering D4 (s. 21) av divisorsmetoden med detta $d(m)$.

Som synes av (9.44) är

$$\frac{1}{d(m)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m-1}\right), \tag{9.45}$$

så $d(m)$ är, som tidigare sagts, det harmoniska medelvärdet av m och $m-1$.

Deans metod kan också definieras av att den är också optimal för parvisa jämförelser.

Sats 9.14 (Huntington [255], [256]). *Deans metod är optimal för parvisa jämförelser med orättvisan mätt som*

$$\left|\frac{r_i}{m_i} - \frac{r_j}{m_j}\right|. \tag{9.46}$$

Bevis. Antag att mandatfördelningen $m_1, \dots, m_n$ är optimal. Om $m_i/r_i > m_j/r_j$ innebär detta nödvändigtvis att $(m_i - 1)/r_i \le (m_j + 1)/r_j$ och

$$\left|\frac{r_i}{m_i} - \frac{r_j}{m_j}\right| = \frac{r_j}{m_j} - \frac{r_i}{m_i} \le \frac{r_i}{m_i - 1} - \frac{r_j}{m_j + 1}, \tag{9.47}$$

vilket är detsamma som

$$r_j\Big(\frac{1}{m_j} + \frac{1}{m_j + 1}\Big) \le r_i\Big(\frac{1}{m_i - 1} + \frac{1}{m_i}\Big). \tag{9.48}$$

Som i bevisen ovan gäller (9.48) för alla i och j, och omvänt gäller i så fall att $m_1, \dots, m_n$ är optimal. Men (9.48) kan skrivas, enligt (9.45),

$$r_j \frac{2}{d(m_j + 1)} \le r_i \frac{2}{d(m_i)}, \tag{9.49}$$

vilket är detsamma som (7.14), så detta definierar Deans metod i formulering D7 (s. 71). □

9.7. Fler parvisa jämförelser

Huntington [256] gjorde en systematisk genomgång av olika sätt att mäta orättvisan vid parvisa jämförelser. Han utgick från att vid perfekt proportionalitet gäller för två partier

$$\frac{m_i}{r_i} = \frac{m_j}{r_j}. \tag{9.50}$$

Denna ekvation kan skrivas om på $2^4 = 16$ sätt, genom att var och en av de fyra faktorerna kan placeras på höger eller vänster sida, nämligen (i Huntingtons ordning):

$$1)\ \frac{r_j}{m_j} = \frac{r_i}{m_i}, \qquad 2)\ \frac{m_i}{r_i} = \frac{m_j}{r_j}, \qquad 3)\ m_i = \frac{r_i m_j}{r_j}, \qquad 4)\ \frac{r_j m_i}{r_i} = m_j,$$

$$5)\ \frac{m_i}{m_j} = \frac{r_i}{r_j}, \qquad 6)\ \frac{r_j m_i}{m_j} = r_i, \qquad 7)\ \frac{m_i}{r_i m_j} = \frac{1}{r_j}, \qquad 8)\ \frac{r_j m_i}{r_i m_j} = 1,$$

$$9)\ 1=\frac{r_im_j}{r_jm_i},\qquad 10)\ r_j=\frac{r_im_j}{m_i},\qquad 11)\ \frac{1}{r_i}=\frac{m_j}{r_jm_i},\qquad 12)\ \frac{r_j}{r_i}=\frac{m_j}{m_i},$$
$$13)\ \frac{1}{m_j}=\frac{r_i}{r_jm_i},\quad 14)\ \frac{r_j}{r_im_j}=\frac{1}{m_i},\quad 15)\ r_jm_i=r_im_j,\quad 16)\ \frac{1}{r_im_j}=\frac{1}{r_jm_i}.$$

Var och en av dessa ekvationer kan tas som utgångspunkt för ett mått på orättvisan i en mandatfördelning: vi skriver ekvationen som $V_{ij}=H_{ij}$, och kan för en godtycklig mandatfördelning $m_1,\dots,m_n$ beräkna V_{ij} och H_{ij} och se hur stor avvikelsen är från likhet. Detta kan göras antingen med den relativa eller absoluta skillnaden mellan V_{ij} och H_{ij}. Huntingtons poäng är att den relativa skillnaden $V_{ij}/H_{ij}-1$ är densamma för alla 16 ekvationerna, nämligen (9.36), vilket enligt sats 9.12 leder till Huntingtons metod, medan den absoluta skillnaden leder till ett antal olika metoder. (Ett av Huntingtons argument [255] är att det inte finns något särskilt skäl att välja en av dessa framför de andra, varför den entydiga relativa skillnaden är bättre.) Huntington gör ändå (kanske för att understryka sin poäng) en systematisk genomgång av alla 16 sätten att mäta orättvisan som en absolut skillnad mellan sidorna. De flesta av dessa är osymmetriska och Huntington studerar därför för varje ekvation av typen $V_{ij}=H_{ij}$ två mått på orättvisan: Version (i) är

$$\max\bigl(V_{ij}-H_{ij},\,V_{ji}-H_{ji}\bigr) \tag{9.51}$$

där V_{ji} och H_{ji} fås genom att byta ordning på partierna. (De två termerna i (9.51) har alltid har olika tecken, eller är båda 0, så orättvisan är den positiva av dem; om $m_i/r_i\ge m_j/r_j$ är orättvisan $V_{ij}-H_{ij}$.) Version (ii) är

$$|V_{ij}-H_{ij}| \tag{9.52}$$

med partierna ordnade så att $r_i\ge r_j$.[138] (De två första och de två sista av de 16 ekvationerna ovan är symmetriska, och version (i) och (ii) ger då samma mått på orättvisan.) Huntington definierar alltså 32 mått på parvis orättvisa med absolut skillnad i ekvationerna ovan; vi kallar dessa 1(i),…,16(i) och 1(ii),…,16(ii).[139] (Eftersom 8 av dessa sammanfaller i 4 par blir det egentligen 28 olika mått.)

Exempel på dessa mått på orättvisa är (9.15), (9.21), (9.30), (9.36) och (9.46) ovan, vilka är nummer 2(ii), 4(i), 3(i), 8(i) resp. 1(ii). Satserna 9.5, 9.8, 9.11, 9.12, 9.14 visar att de optimala mandatfördelningarna för dessa mått på orättvisa ges av Websters metod (uddatalsmetoden), Jeffersons metod (heltalsmetoden), Adams metod, Huntingtons metod och Deans metod. Huntington [256] visar mer allmänt att för 20 av de 32 orättvisemåtten ger en av dessa fem valmetoder den optimala mandatfördelningen, enligt sammanställningen i Tabell 9.1, samt att övriga 12 mått på orättvisa inte definierar någon

[138] Om $r_i=r_j$ ger detta inte ett väldefinierat orättvisemått i all fall, men de problematiska fallen visar sig ändå inte ge någon valmetod, så det spelar ingen roll hur vi gör i detta fall.

[139] Huntington använder en lite annan numrering.

orättvisemått	optimal metod
2(i)=2(ii), 3(ii), 4(ii), 15(i)=15(ii)	uddatalsmetoden (Webster)
4(i), 10(i), 11(i)	heltalsmetoden (Jefferson)
3(i), 6(i), 7(i)	Adams metod
8(i), 9(i)	Huntingtons metod
1(i)=1(ii), 13(ii), 14(ii), 16(i)=16(ii)	Deans metod

TABELL 9.1. Mått på parvis orättvisa som definierar olika valmetoder.

valmetod alls, eftersom det inte alltid finns någon optimal fördelning. (Huntington [256] ger för dessa 12 mått motexempel med 3 partier där vid varje mandatfördelning det finns ett par partier där orättvisan kan minskas genom att flytta ett mandat mellan dem. Flyttar man mandatet kommer alltså samma sak att hända för ett annat par, och fortsätter man på samma sätt kommer man bara att flytta runt ett mandat mellan partierna i en cykel.) Huntingtons 32 olika mått på orättvisa ger alltså precis de 5 traditionella divisorsmetoderna som brukar diskuteras i USA.[140]

[140] Detta beror på Huntington, snarare än på den tidigare historien i USA. Huntington [255, 256] beskriver dessa fem metoder som de fem kända användbara metoderna (han diskalificerar Hamiltons metod, liksom Hills, pga Alabamaparadoxen), men han nämner varken Jefferson, Adams eller Dean, eller att deras metoder (av honom kallade *method of greatest divisors*, *smallest divisors*, resp. *the harmonic mean*) tidigare använts resp. diskuterats i kongressen; däremot kommenterar han att den första av dessa metoder är detsamma som d'Hondts metod i Europa. Se även [179].

KAPITEL 10

Utjämningsmandat

Vid parlamentsval i de flesta länder är landet i förväg uppdelat på olika valkretsar;[141] detsamma gäller också ofta vid kommunalval och andra val. Syftet är främst att få en rättvis geografisk fördelning av mandaten.[142]

Det enklaste, och vanligaste, systemet är att varje valkrets har ett i förväg bestämt antal mandat, och att mandaten fördelas i varje valkrets för sig, med någon av metoderna ovan. Även om en proportionell valmetod används i varje valkrets kan dock totalresultatet för hela landet avvika en del från fullständig proportionalitet, eftersom de oundvikliga "avrundningsfelen" i valkretsarna kan råka gå åt samma håll och adderas till relativt stora fel. Speciellt gäller detta för metoder som heltalsmetoden som gynnar större partier; med t.ex. uddatalsmetoden blir totalavvikelsen ofta mindre eftersom avrundningsfelen i valkretsarna blir mer slumpmässiga och delvis tar ut varandra. Man ser också att detta problem (om det ses som ett problem) är större med många små valkretsar än med några få stora. (Extremfallet är enmansvalkretsar, där alla proportionella metoder reduceras till majoritetsval, vilket ju vanligen inte alls ger proportionalitet i hela landet.) En annan nackdel är att ett partis antal mandat kan bero på hur rösterna är fördelade mellan valkretsarna, på ett sätt som kan bli nyckfullt. Det kan därför hända att ett parti får fler röster men färre mandat än ett annat.

I flera länder (däribland Sverige) används *utjämningsmandat* för att ge bättre proportionalitet på riksnivå.[143] Principen är att en del av mandaten före valet fördelas på valkretsarna som *fasta mandat* (eller *valkretsmandat*),

[141] Nederländerna och Israel är två undantag där hela landet är en valkrets vid parlamentsval. [260]

[142] Vid allmänna val är valkretsindelningar nästan alltid geografiska, men detta är inte nödvändigt. Det irländska överhuset, som i övrigt väljs indirekt, se appendix D.14, har två valkretsar bestående av alla irländare som avlagt examen vid var sitt universitet. På Nya Zeeland finns särskilda valkretsar för maorier, se appendix D.28. I Preussen delades väljarna i varje valkrets in i tre klasser efter förmögenhet, så att varje klass utgjorde 1/3 av valkretsens hela skattesumma; varje klass valde lika många elektorer, vilka tillsammans valde riksdagsmän [294, Klassval], [182]. Indelning efter förmögenhet användes också i Rom under antiken, se appendix E.2. Vid val inom organisationer är andra valkretsindelningar vanliga. T.ex. vid val till min institutionsstyrelse finns tre valkretsar: lärare, doktorander, TA-personal.

[143] Malta har en specialregel med utjämningsmandat i det fall att ett parti fått absolut majoritet av rösterna i hela landet, men inte annars; se appendix D.24.

medan resten av mandaten kallas *utjämningsmandat*. Efter valet fördelas först de fasta mandaten i varje valkrets för sig (med någon valmetod). Därefter görs en totalfördelning av samtliga mandat där hela riket räknas som en valkrets.[144] Varje parti får därefter så många utjämningsmandat att de tillsammans med partiets fasta mandat blir det antal som totalfördelningen ger, dvs. $m - m_f$ där m är antalet mandat för partiet i totalfördelningen och m_f är antalet fasta mandat.

Utjämningsmandat har använts i Sverige sedan 1970. Danmark var en pionjär och införde utjämningsmandat redan 1918 [193, s. 79], [31]. (Utjämningsmandat föreslogs i Sverige i motioner redan 1926, men röstades ned.)

En variant på systemet med utjämningsmandat är att alla mandat fördelas mellan partierna i en nationell totalfördelning, och att de sedan fördelas på valkretsar. Detta kan ses som att alla mandat är utjämningsmandat. Grekland använder ett sådant system. Finland, som inte har utjämningsmandat, planerade 2011 att införa ett sådant system [79] (för hela landet utom Åland som räknas separat, se D.2), men detta genomfördes aldrig, se appendix D.2.1.

En annan variant på utjämningsmandat är ett blandat system där varje väljare avger två röster, en personröst på en kandidat i ett majoritetsval och en partiröst på ett parti, se appendix A.24.2. Mandaten är i förväg fördelade på personmandat och listmandat. Först fördelas personmandaten enligt personrösterna, sedan fördelas listmandaten med en totalfördelning som ovan.[145] Man kan alltså se personmandaten som fasta mandat och listmandaten som utjämningsmandat. Ett exempel på detta är Tyskland, se appendix D.34.

10.1. För få utjämningsmandat

Det kan hända att ett parti redan fått fler fasta mandat än det skall ha enligt totalberäkningen. (Dvs., utjämningsmandaten är för få för att ge fullständig utjämning.) I detta fall behövs specialregler.

Fyra olika metoder finns, vilka behandlas separat i de följande avsnitten. I de tre första behålls de redan utdelade fasta mandaten, men i den fjärde kan de återföras.

10.1.1. Ofullständig utjämning accepteras. Den vanliga metoden (så t.ex. i Sverige till 2014) är att partier som fått fler fasta mandat än de får i en totalfördelning behåller sina fasta mandat och att en ny totalfördelning görs av resterande mandat på resterande partier (varvid några av dem

[144] Det är naturligt att använda samma valmetod för totalberäkningen som i valkretsarna, men det är inte nödvändigt. I Danmark används heltalsmetoden i valkretsarna och valkvotsmetoden för hela landet, se appendix D.1. Jag ser dock ingen fördel med en sådan kombination, utan snarare ökade risker för konstiga resultat.

[145] En specialregel brukar finnas för det fall att något personmandat tillfallit en oberoende kandidat eller ett parti som p.g.a. en spärregel inte deltar i fördelningen av listmandat.

får färre mandat i den nya totalfördelningen). Detta hände i riksdagsvalet i Sverige 1988 (C fick ett mandat för mycket), 2010 (M och S fick 107 resp. 112 valkretsmandat men bara 106 resp. 109 i totalfördelningen [9]) och 2014 (S och SD fick 113 resp. 49 valkretsmandat men bara 112 resp. 47 i totalfördelningen).[146] Det hände också i landstingsvalet 2010 i 9 av de 20 landstingen [264]. (Dessa avvikelser ledde till att systemet ändrades efer valet 2014, se avsnitt 10.1.4.)

Observera att i den nya totalfördelningen kan något annat parti få färre mandat än de fasta mandat det fått, så att förfarandet kan behöva upprepas med (minst) en ytterligare omräkning med ny totalfördelning på ännu färre partier.[147] [148]

Observera att när en ny totalfördelning (eller flera) görs så fördelas färre mandat på de ingående partierna än i den första totalfördelningen. Om en divisorsmetod används (som i Sverige) så är det lätt att se att resultatet blir detsamma som med följande metod:

Gör en totalfördelning. Om något parti fått för många fasta mandat så behåller det dem; istället stryks lika många mandat från slutet i totalfördelningen, med undantag för att inga mandat tas bort från ett parti så att det får färre mandat än det antal fasta mandat det redan fått.

Exempel 10.1. I riksdagsvalet 2010 tillföll de sista mandaten i totalfördelningen, räknat bakifrån från slutet, S, M, S, KD, V, M, MP, S, FP, M, ... [9]. Eftersom M fått 1 och S 3 fasta mandat för mycket skall 4 mandat strykas, och då S och M är immuna tas ett mandat från vardera KD, V, MP, FP.

I landstingsvalet i Värmland 2010 fick C 1 fast mandat för mycket, se fotnot 147. De sista mandaten i totalfördelningen tillföll, räknat från slutet, S, M, MP, S, C, ... [10]. Eftersom S fått 33 fasta mandat och 33 i totalfördelningen så kan deras sista mandat inte strykas; resultatet blir allså att M förlorar ett mandat.

[146] 2014 gick alltså 3 "extra" mandat till S och SD; dessa togs från M, FP och KD som vardera fick ett mandat mindre än i den första totalfördelningen.

[147] I landstingsvalet i Värmland 2010 fick C 8 fasta mandat och S 33, och totalfördelningen gav dem 7 resp. 33 [10]. I en andra omgång gjordes en ny totalfördelning mellan alla partier utom C; S fick då bara 32 mandat. S behöll alltså sina 33 fasta mandat och en tredje totalfördelning gjordes mellan alla partier utom C och S (varvid M fick 16 mandat istället för 17). Samma sak hände i stortingsvalet i Norge 2005, där först Ap och i den andra totalfördelningen FrP fick färre mandat än de fasta mandat de redan fått [237].

[148] Att specialregeln kan behöva tillämpas upprepade gånger står inte uttryckligen i vallagen [3] men är nog underförstått; det är så den tillämpats, och det finns knappast någon annan rimlig tolkning. (Se även [192].) Detsamma gäller Norge [113, § 59] och Danmark [71, § 77 Stk. 4]. (I Norge har detta skett, se fotnot 147, men i Danmark har inga upprepningar alls krävts, åtminstone sedan 1953 [214].)

Ett annat, och enklare, sätt att formulera metoden är följande; återigen är det lätt att se att resultatet blir detsamma [192] (fallet när utjämningsmandaten räcker är sats 7.3):[149]

Utjämningsmandaten fördelas med divisorsmetoden med formulering D1 (s. 19), där vid beräkningen av jämförelsetal varje parti startar med det antal fasta mandat som det redan erhållit.

Denna formulering behöver inte diskutera specialfallet att utjämningsmandaten inte räcker till; det täcks automatiskt.

Om däremot en kvotmetod används, som i Danmark, se appendix D.1, kan metoden ge konstiga resultat. Om parti A har fått ett fast mandat mer än i totalfördelningen, så att totalfördelningen görs om med färre partier och mandat, så är det möjligt att ett annat parti B får fler mandat i den nya totalfördelningen än i den gamla (medan nödvändigtvis något annat förlorar), se avsnitt 5.7. (Detta är ytterligare ett exempel på att kvotmetoder har konstiga egenskaper och verkar olämpliga.) I Danmark har man förutsett denna möjlighet, och har en specialbestämmelse [71, § 77 Stk. 5] att i ett sådant fall får parti B ändå bara det antal mandat det fick i den första totalfördelningen, varefter en ny fördelning görs av resterande mandat mellan resterande partier.

Att utjämningsmandaten inte räcker till och att ett parti får fler fasta mandat än det borde ha totalt orsakar alltså en avvikelse från den önskade proportionaliteten; dels får detta parti för många mandat, dels får ett eller flera andra partier färre utjämningsmandat än de borde ha.

Dessutom uppstår konstiga effekter som man helst vill slippa: Ett partis mandattal kan bero på hur dess röster fördelas mellan valkretsarna (eftersom det påverkar fördelningen av de fasta mandaten), något som man ju vill undvika genom att ha utjämningsmandat. En annan märklig effekt är att fler röster på ett parti kan ge mandat åt ett annat. (Observera att detta, med en divisorsmetod, varken kan inträffa om utjämningsmandaten räcker till, så att verkligen totalfördelningen gäller, eller helt utan utjämningsmandat. En ofullständig utjämning kan alltså på vissa sätt vara sämre än ingen alls.)

Exempel 10.2. I riksdagsvalet 2010 fick V inget fast mandat i Östergötland. Om V hade fått 100 röster till där så hade V tagit sista fasta mandatet där från S. Detta hade inte påverkat resultatet för V, eftersom totalfördelningen hade blivit densamma och V därför hade fått ett utjämningsmandat mindre. Däremot hade S nu bara fått 2 fasta mandat mer än det borde, och det utjämningsmandat som inte gick till V skulle istället ha gått till FP[150] (se exempel 10.1). Resultatet av 100 fler röster på V hade alltså blivit ett till mandat för FP och ett mindre för S, vilket knappast hade varit dessa hypotetiska väljares avsikt. I princip kunde man ha tänkt sig att 100 trogna folkpartister i Östergötland hade taktikröstat på V för att få ett mandat till.

[149] Denna typ av formulering används i t.ex. de isländska och estniska vallagarna [91, 108. gr.], [74, § 62(5)], liksom för val till parlamentet i Skottland [125, Section 8].

[150] Det skulle ha fördelats inom FP på valkretsarna och hade hamnat i Göteborg.

(Detta är naturligtvis orealistiskt eftersom det förutsätter exakt information om valresultatet i förväg, men blotta möjligheten visar att systemet med för få utjämningsmandat har allvarliga brister.)

Ett otillräckligt antal utjämningsmandat kan också premiera andra taktiska manipulationer.

Exempel 10.3. Inför folketingsvalet i Danmark 1947 kunde Venstre räkna med att få så många fasta mandat i de små valkretsarna på Jylland att det inte skulle få något utjämningsmandat, men samtidigt ganska få fasta mandat i Köpenhamnsområdet. Partiet ställde därför upp i Köpenhamn som ett formellt eget parti “Hovedstadens Venstre”, och mycket riktigt fick de två “partierna” tillsammans 4 fasta mandat mer än den proportionella fördelningen, men ändå 3 utjämningsmandat i Köpenhamn. [214, s. 16]

Svante Linusson och Gustav Ryd [274] har utarbetat ett förslag till en metod där antalet utjämningsmandat inte är bestämt från början, utan anpassas efter valet till det minsta antal som ger fullständig utjämning.

10.1.2. Överhängsmandat. Ett system som minskar, men inte eliminerar, problemet med bristande utjämning när utjämningsmandaten är för få är följande:

Överhängsmandat. *Varje parti som enligt totalberäkningen skulle få fler mandat än det redan fått som fasta mandat får hela skillnaden som utjämningsmandat. Partier som skulle få färre mandat än de redan fått behåller de fasta mandaten men får inga utjämningsmandat.*

Detta betyder att antalet utjämningsmandat, och alltså totalantalet mandat, vid behov utökas, med lika många mandat som summan av “överskotten” för de partier som fått fler fasta mandat än vad de skulle få enligt totalberäkningen. Dessa mandat kallas *överhängsmandat*.[151]

Denna metod tillämpas i Tyskland, se appendix D.34 och avsnitt 10.3.9.

Observera att överhängsmandaten bara till hälften kompenserar bristen på utjämningsmandat. Andra partier får visserligen de mandat de skall ha enligt totalfördelningen, men överrepresenterade partier fortsätter att ha för många mandat.

Exempel 10.4. Antag att det finns 100 fasta mandat och 10 utjämningsmandat, med de fasta mandaten fördelade på 20 valkretsar med 5 mandat var. Antag vidare att det bara finns två partier, A och B, som får lika många röster, men att dessa fördelar sig så att A vinner mycket knappt och får 3 mandat i 19 valkretsar, medan B vinner med måttlig marginal i en valkrets

[151]Namnet *överhängsmandat* brukar mer specifikt användas för de överskjutande fasta mandaten (personmandaten i ett blandat system som i Tyskland), fast det går då inte att peka ut vilka av partiets fasta mandat som är överhängsmandat. Logiskt sett kan man lika gärna kalla de extra utjämningsmandaten för överhängsmandat; om en divisorsmetod används kan man peka ut de sista utjämningsmandaten; de är ju de mandat som tillkommer jämfört med versionen i avsnitt 10.1.1. [136; 226]

och får 3 mandat där. De fasta mandaten fördelas alltså med 59 till A och 41 till B.

En totalfördelning fördelar de totalt 110 mandaten lika, med 55 till vardera partiet; A har alltså fått 4 fasta mandat "för mycket" jämfört med totalfördelningen, medan B har fått 19 mandat för lite.

Utan överhängsmandat (metoden i avsnitt 10.1.1) delas de 10 utjämningsmandaten ut till B, och sedan är det stopp. Slutresultatet blir alltså 59–51 till A.

Med överhängsmandat (metoden i avsnitt 10.1.2) får B de 19 utjämningsmandat som saknas för att komma upp i de 55 som totalfördelningen ger, medan A behåller sina 59 fasta mandat, varav 4 alltså är överhängsmandat. Slutresultatet blir alltså 59–55 till A, med en utökning av totalantalet valda från 110 till 114. Även med överhängsmandat får alltså A fler mandat.

10.1.3. Tilläggsmandat. För att uppnå proportionalitet när ett parti fått "för många" fasta mandat behöver alltså antalet mandat ökas ännu mer än med bara överhängsmandaten. Sådana mandat kallas *tilläggsmandat*.[152]

Sådana metoder används i de 14 tyska delstater som har blandade valsystem (se appendix D.34).

Men detaljerna är ofta ogenomtänkta, och kan ibland leda till att ett parti kan förlora på att få fler röster. [359].

10.1.4. Återtagande av fasta mandat. Sverige införde efter valet 2014 ett nytt system för utjämningsmandat (med användning fr.o.m. valet 2018). Ett av de nya inslagen i systemet är att de fasta mandaten är lösare, och kan återtas. (Jag känner inte till något annan land där detta görs.)

Om ett parti får fler fasta mandat än det ska ha enligt totalfördelningen, så återförs de överskjutande mandaten. De mandat som återtas är de som partiet fått med lägst jämförelsetal; dessa mandat fördelas inom sina valkretsar till andra partier. Se avsnitt 10.3.2 för detaljer.

10.2. Fördelning av utjämningsmandat på valkretsar

Om utjämningsmandat finns krävs ytterligare ett steg i valsystemet efter att antalet utjämningsmandat för varje parti har bestämts; det återstår att besätta utjämningsmandat med personer.

Den enklaste metoden är att dela ut utjämningsmandaten enligt särskilda rikslistor. Så görs i Estland, och i Tyskland på delstatsnivå, se nedan; så gjordes också i Tyskland 1920–1933.

Den vanligaste metoden är dock att fördela utjämningsmandaten för varje parti på valkretsarna. Därefter görs ingen skillnad mellan fasta mandat och utjämningsmandat och de besätts alltså med personer tillsammans med de fasta mandaten. Fördelningen kan göras på olika sätt, och vi beskriver några olika metoder som används. De kan delas in i två grupper, beroende på om antalet utjämningsmandat i varje valkrets är bestämt före valet (t.ex.

[152] Men ordet tilläggsmandat kan också användas i andra betydelser.

Norge, Island, Danmark för landsdelar, Grekland) eller inte (t.ex. Sverige, Tyskland för delstater, Danmark för valkretsar).

10.2.1. Antalet utjämningsmandat i varje valkrets bestämt i förväg. Om även utjämningsmandaten fördelas på valkretsar före valet så kan problemet att bestämma vilket parti som skall ha vilket utjämningsmandat matematiskt beskrivas som att man skall finna en matris (m_{ij}) med ickenegativa heltal, där i betecknar parti och j valkrets, med givna radsummor $\sum_j m_{ij}$ (antalet utjämningsmandat för parti i) och kolumnsummor $\sum_i m_{ij}$ (antalet utjämningsmandat i valkrets j); detta skall helst göras på ett sätt som reflekterar partiernas styrka i olika valkretsar.

En vanlig metod att göra denna fördelning är att för varje parti som skall få utjämningsmandat och varje valkrets beräkna ett jämförelsetal på något sätt. (Olika jämförelsetal används i Danmark, Norge och Island, se nedan.) Därefter används en sekventiell metod, där första utjämningsmandat ges till den kombination av parti och valkrets som har störst jämförelsetal. Detta upprepas bland de partier och valkretsar som ännu inte har fått alla sina utjämningsmandat tills alla är fördelade. (När ett parti fått ett utjämningsmandat i en valkrets räknas dess jämförelsetal där om, om partiet och valkretsen fortfarande deltar i fördelningen.)

Island använder en variant av denna metod, där utjämningsmandaten delas ut i den ordning de delas ut i totalfördelningen. Detta bestämmer vilket parti som skall ha utjämningsmandatet, och det tilldelas den valkrets där partiet har störst jämförelsetal (av de valkretsar som fortfarande har obesatta utjämningsmandat).

Finland planerade 2011 att använda en liknande metod, men baserad på valkvotsmetoden och utan fasta mandat, se nedan.

Grekland använder en metod där mandaten delas ut till det minsta partiet först, se nedan.

Det är svårt att se hur olika fördelningsmetoder fungerar. Fördelning på partier och på valkretsar är ju redan given och blir varken mer eller mindre rättvis. Det som kan gå fel är att ett parti får ett mandat i en valkrets där det har väldigt få röster (och kanske färre röster än andra partier utan mandat där).[153] Detta riskeras alltid om utjämningsmandat delas ut ett och ett. Olika val av jämförelsetal innebär olika prioritering av vilka partier eller valkretsar som i första hand skall få ett "rättvist" utjämningsmandat, men det blir alltid något mandat som kommer sist och tilldelas den som är kvar, oavsett lämplighet. (Detta kan vara ett argument för att använda jämförelsetal som prioriterar små valkretsar, så att de sista utjämningsmandaten delas ut i stora valkretsar där antagligtvis alla partier har ett hyfsat antal röster. Alternativt kan man först dela ut utjämningsmandaten till små partier, som i Grekland,)

[153] I stortingsvalet i Norge 2005 fick Venstre ett utjämningsmandat i Finnmarks fylke med bara 826 röster där. (Detta kan jämföras med att Venstre i hela landet fick 156 113 röster och 10 mandat, och alltså 15 611 röster/mandat i genomsnitt.) [238]

Alternativa metoder där en global optimering görs föreslås av Grønvik [238] och [344].[154]

Dubbelproportionalitet. En matematiskt elegant men mer komplicerad metod att fördela mandaten kallas *dubbelproportionalitet.* I denna metod görs ingen skillnad på fasta mandat och utjämningsmandat; alla mandat fördelas tillsammans så att fördelningen på såväl partier som valkretsar blir den önskade.

DUBBELPROPORTIONALITET. *Man bestämmer en partimultiplikator a_i för varje parti. I varje valkrets j multipliceras partiets röstetal r_{ij} med denna multiplikator a_i. Därefter används (t.ex.) uddatalsmetoden i varje valkrets för sig, på de fiktiva röstetalen $a_i r_{ij}$. Med rätt valda partimultiplikatorer får man rätt summa antal mandat för hela riket för varje parti.*

Man kan visa matematiskt att det alltid finns sådana partimultiplikatorer. Multiplikatorerna är inte entydigt bestämda, men alla multiplikatorer som ger rätt summor ger samma mandatfördelning i varje valkrets (med undantag för ev. lottning), så metoden ger ett entydigt valresultat. För detaljer och bevis, se t.ex. [178], [175], [176], [229], [232].

Nackdel: Det finns inget enkelt sätt att hitta sådana partimultiplikatorer; detta måste göras med dator. Det är dock lätt att efteråt verifiera för hand att lösningen stämmer.

Metoden används sedan 2006 vid kantonsval i Zürich. [178]

10.2.2. Antalet utjämningsmandat i varje valkrets bestäms av valresultatet. Om utjämningsmandaten inte fördelats i förväg kan de fördelas för varje parti mellan valkretsar med lämplig valmetod, t.ex. uddatalsmetoden som i Sverige. (Detta görs för varje parti för sig, oberoende av andra partier.) Problemet nu är det omvända mot problemet ovan utan utjämningsmandat; detta ger en bra fördelning av mandaten inom varje parti, men totalfördelningen av mandat mellan valkretsarna kan råka bli väl ojämn.

Det kan i förstone synas enklast och bäst att använda samma valmetod som används vid fördelningen av mandat mellan partier. (Så görs i Tyskland.) Men förutsättningarna är annorlunda: man vill normalt missgynna eller åtminstone inte gynna små partier, medan man tvärtom vill skydda eller gynna små valkretsar.[155] I Sverige och Danmark används därför något andra metoder som mer gynnar små valkretsar. I Sverige används för detta ändamål den ojämkade uddatalsmetoden.

[154] Tsitouras metod [344] innebär att först fördelas mandat inom varje valkrets med valkvoten där; varje hel kvot ger ett mandat. Sedan fördelas restmandaten med en global fördelning så att varje parti får 0 eller 1 mandat till i varje valkrets, och så att varje parti och varje valkrets får rätt summa, samt att den valda fördelningen är optimal på ett visst sätt. Förslaget verkar dock inte fullständigt utarbetat. Om valdeltagandet varierar kraftigt mellan valkretsarna kan ett parti få fler mandat än det skall ha totalt, varvid någon specialregel behövs.

[155] Det kan hävdas att det är viktigare att de få mandaten i en liten valkrets inte blir färre, än att en stor och välrepresenterad valkrets inte får ett mandat mindre.

10.3. Exempel på olika metoder

I formlerna nedan är r_{ij} röstetalet och m_{ij} antalet redan tilldelade mandat (fasta mandat samt ev. redan utdelade utjämningsmandat) för parti i i valkrets j, samt R_j totala antalet röster och M_j totala antalet fasta mandat i valkrets j.

10.3.1. Sverige 1970–2014. Utjämningsmandaten fördelas för varje parti mellan valkretsarna enligt uddatalsmetoden. (Separat för för parti för sig, se avsnitt 10.2.2.) Här används sedan 1988 den ojämkade uddatalsmetoden och inte som annars den jämkade.[156]

Observera att partier som fått fler fasta mandat än de skulle få i en totalfördelning får behålla dessa, se avsnitt 10.1.1.

10.3.2. Sverige 2018–. Efter valet 2014 infördes ett mer komplicerat system där fasta mandat kan återtas, för att uppnå perfekt proportionalitet (definierad som resultatet av en totalfördelning för hela landet med uddatalsmetoden). Mandaten fördelas på följande sätt:

(1) De fasta mandaten i varje valkrets fördelas (preliminärt) med jämkade uddatalsmetoden. (Med jämkning 1,2.[157])
(2) En totalfördelning av alla 349 mandat för hela landet görs med jämkade uddatalsmetoden.[158]
(3) Om ett parti får fler fasta mandat än det ska ha enligt totalfördelningen, så återförs de överskjutande mandaten. De mandat som återtas är de som partiet fått med lägst jämförelsetal.[159]
(4) De mandat som återförts i (3) fördelas inom sina valkretsar till andra partier. Endast partier som inte redan fått alla mandat de ska ha enligt totalfördelningen kan komma ifråga. De återförda mandaten fördelas ett i taget. Varje gång jämför man alla jämförelsetal för de partier som är tänkbara i de valkretsar där mandaten finns, och tar det högsta.[160] (Därefter räknas jämförelsetalet om för det partiet i den valkretsen. Dessutom kontrolleras om partiet fortfarande inte har fått alla mandat, så att det kan komma ifråga för fler återförda mandat. Ordningen spelar alltså roll.)

---

[156] Anledningen är, som sagts ovan, att det finns ett intresse att försvåra för små partier, men inte för små valkretsar.

[157] Jämkningen ändrades till 1,2 i samband med införandet av det nya systemet, se appendix C.3.

[158] Om något parti into klarat spärren på 4% i hela riket, men fått 12% i en valkrets och därigenom är berättigad till att delta i fördelningen av fasta mandat där, se appendix B, så ska de fasta mandat partiet ev. får i valkretsen undantas från totalfördelningen. Dessa mandat är undantagna från återföring, och partiet får inte heller några utjämningsmandat. (Min tolkning av [3, kap. 14 5 §], som är något oklar för detta hypotetiska fall.)

[159] Dock sker återföring inte i valkretsar med färre än 3 fasta mandat, dvs Gotland.

[160] Tyvärr är detta formulerat på ett otydligt sätt i lagtexten [3, 14 kap. 4 b §], men i utredningen [7, s. 68–69] framgår meningen tydligt.

(5) Varje parti får sedan så många utjämningsmandat att dess totala mandatantal blir det som ges av totalfördelningen.
(6) De utjämningsmandat som ett parti fått placeras i de valkretsar där partiet har störst jämförelsetal efter fördelningen av de redan utdelade mandaten. Vid denna fördelning används den ojämkade uddatalsmetoden. (Oförändrat.)

10.3.3. Danmark. Det finns 40 utjämningsmandat, som före valet fördelats på de tre landsdelarna men inte på valkretsar, se appendix D.1.

Efter valet, när antalet utjämningsmandat för varje parti bestämts, fördelas de först på landsdelar ett och ett som i avsnitt 10.2.1, med jämförelsetal som är uddatalsmetodens jämförelsetal $r_{ij}/(2m_{ij}+1)$.

Därefter fördelas utjämningsmandaten för varje parti och landsdel mellan valkretsar med den danska metoden avsnitt 2.3.5 (divisorerna 1, 4, 7, ...), vilken gynnar små valkretsar mer än t.ex. uddatalsmetoden.

10.3.4. Norge. Det finns 1 utjämningsmandat i varje valkrets. De fördelas ett och ett som i avsnitt 10.2.1, med jämförelsetal som beräknas på följande sätt: För varje parti som skall ha utjämningsmandat och varje valkrets beräknas först nästa jämförelsetal enligt uddatalsmetoden, dvs. $r_{ij}/(2m_{ij}+1)$. Detta delas sedan med valkretsens valkvot R_j/M_j. De så erhållna kvoterna $\frac{r_{ij}/(2m_{ij}+1)}{R_j/M_j}$ (en för varje valkrets och varje parti som deltager i fördelningen) används som jämförelsetal vid fördelningen.

Metoden granskas och kritiseras i [238], där alternativ föreslås.

10.3.5. Island. Metoden liknar den norska men skiljer i några detaljer. Vissa valkretsar har 2 utjämningsmandat, de andra 1 var. Utjämningsmandaten fördelas i den ordning de delas ut i totalfördelningen, alltså efter jämförelsetalen (med heltalsmetoden) på riksnivå. För det parti som får mandatet beräknas i varje valkrets, med beteckningarna ovan, jämförelsetal $r_{ij}/(m_{ij}+1)$ och kvoten $\frac{r_{ij}/(m_{ij}+1)}{R_j}$; dessa kvoter används som jämförelsetal vid fördelningen och utjämningsmandatet placeras i den valkrets som har störst kvot av de valkretsar som fortfarande har lediga mandat.

10.3.6. Finland, förkastat förslag. I det senare förkastade förslaget [79] fördelas mandaten mellan partier efter deras sammanlagda röstetal (med heltalsmetoden) och mellan valkretsar efter deras befolkning (enligt valkvotsmetoden). Varje partis mandat fördelas sedan mellan valkretsarna med en matrisversion av valkvotsmetoden:

Låt r_{ij} vara röstetalet för parti i i valkrets j, låt $r_i = \sum_j r_{ij}$ vara partiets sammanlagda röstetal, och låt m_i vara det antal mandat detta ger partiet. För varje parti i och valkrets j beräknas talet $x_{ij} = m_i r_{ij}/r_i$. Partiet får först heltalsdelen $\lfloor x_{ij} \rfloor$ mandat i valkrets j. De återstående mandaten fördelas sedan till kombinationer (parti,valkrets) i ordning efter bråkdelarna $\{x_{ij}\}$; när ett parti eller en valkrets fått alla sina mandat deltar det (den) inte i resten av fördelningen. Detta är alltså den allmänna metoden i avsnitt 10.2.1 med jämförelsetal $\{x_{ij}\}$. (Heltalsdelarna $\{x_{ij}\}$ delas ut i ordning efter partiets sammanlagda röstetal r_i, med det största partiet först. Detta har normalt ingen betydelse, men i undantagsfallet att mandaten i någon valkrets inte räcker till alla heltalsdelar som skall delas ut där[161] påverkar det var partierna får sina mandat. I detta undantagsfall, när något parti alltså inte kan få sin heltalsdel $\lfloor x_{ij} \rfloor$ i någon valkrets, får det istället rätt antal mandat vid fördelningen enligt bråkdelarna.)[162] [163]

10.3.7. Grekland. 300 mandat fördelas på partierna i en totalfördelning (se appendix D.13); av dessa 300 fördelas 12 enligt en speciell fördelning på rikslistor. Resterande 288 mandat fördelas på 56 valkretsar på följande sätt, med ett i förväg bestämt antal mandat i varje valkrets.

Först fördelas mandat i varje valkrets med hjälp av valkvoten R/M, och varje parti får ett mandat för varje hel kvot röster.[164] I valkretsar med högst 3 mandat fördelas alla mandat efter valkvotsmetoden, dvs. restmandaten går till de partier som har högst antal överskottsröster. Restmandaten från de större valkretsarna fördelas däremot i en global fördelning, så att varje parti och varje valkrets får rätt totalantal mandat. (Dessa mandat kan alltså ses som utjämningsmandat.) Man börjar med det minsta partiet (av dem som skall ha fler mandat) och ger det 1 mandat till i de valkretsar där det har flest överskottsröster, tills det har fått rätt antal mandat. (Valkretsar som redan har fördelat hela sitt mandatantal ignoreras naturligtvis.) Sedan fördelas på samma sätt mandaten för det näst minsta partiet, osv., tills det största partiet får de återstående mandaten. [344]

10.3.8. Italien. I Italien fördelas 617 mandat i deputerandekammaren dels nationellt på partier eller koalitioner (med valkvotsmetoden), dels på valkretsar (också med valkvotsmetoden).

[161] Som påpekas i propositionen [79] kan detta främst inträffa om någon valkrets får ett valdeltagande mycket högre än genomsnittet, eftersom mandaten fördelas mellan valkretsarna efter folkmängden, men fördelningen inom varje parti är efter röstetalen.

[162] Särskilda undantagsregler kan i vissa fall tillämpas om ett parti bara har kandidater i vissa valkretsar, så att det får alla sina mandat i dessa valkretsar. Likaså kan det i undantagsfall tänkas att något parti måste få mer än ett mandat utöver heltalsdelen $\lfloor x_{ij} \rfloor$ i någon valkrets för att valkretsens alla mandat skall fördelas. (Detta kan inträffa om valkretsen får ett mycket lägre valdeltagande än genomsnittligt.)

[163] En metod som normalt ger samma resultat, men som tycks mig enklare i undantagsfallen, vore att fördela alla mandat ett och ett i ordning efter jämförelsetal $x_{ij} - m_{ij}$ där m_{ij} är antalet mandat som parti i hittills fått i valkrets j. Detta skulle först fördela heltalsdelarna $\lfloor x_{ij} \rfloor$ (i någon ordning, men vilken spelar ingen roll så länge som mandaten räcker i alla valkretsar) och därefter fördela resten som ovan.

[164] Valkvoten beräknas på antalet giltiga röster i valkretsen, inklusive röster på de partier som inte uppnår spärren på 3% (nationellt) och därför inte deltar i mandatfördelningen.

Först görs en preliminär fördelning av mandaten i varje valkrets på partier och koalitioner (för enkelhets skull talar vi nedan bara om koalitioner, vilket får inkludera ensamma partier); detta görs med valkvotsmetoden[165].

Sedan summeras mandaten för varje koalition och fördelningen inom valkretsarna justeras på följande sätt tills totalantalet för varje koalition är det som bestämts av den nationella fördelningen: De koalitioner som fått för många mandat i valkretsarna behandlas en och en, med början med den koalition som har flest överskjutande mandat (vid likhet för flera koalitioner tas den som har störst totalantalet röster), och därefter de övriga i fallande ordning. För varje sådan koalition tar man de valkretsar där koalitionen fått restmandat en och en, i ordning efter koalitionens överskott i valkretsen och med minsta överskott först; om det i valkretsen finns någon annan koalition som fått för få mandat totalt i valkretsarna och i dennna valkrets har ett outnyttjat överskott (dvs. ett överskott som inte redan givit något extra mandat) så förs ett mandat över till denna koalition; finns flera sådana tänkbara mottagare går mandatet till den koalition bland dem som har störst överskott i valkretsen. Kan inte mandatfördelningen justeras fullständigt på detta sätt används en specialregel där mandat tas från koalitionen i de valkretsar där det fått restmandat (som inte redan tagits bort), i samma ordning som ovan; varje sådant mandat flyttas till den koalition som fortfarande har för få mandat, och till den valkrets som har det största outnyttjade överskottet. [94, Art. 83 1. 8)]

Därefter fördelas varje koalitions mandat på de ingående partierna på samma sätt. Först görs en preliminär fördelning med valkvotsmetoden (nu på vanligt sätt) inom varje valkrets; därefter justeras på samma sätt som ovan. [94, Art. 83 1. 9)]

Metoden innebär alltså, om jag inte missförstått någon detalj, att mandatfördelningen mellan partierna alltid blir den som bestämts nationellt, medan mandatfördelningen för valkretsarna i vissa fall kan avvika från den förutbestämda. (Jfr [300] för Europaparlamentsval i Italien.)

10.3.9. Tyskland. I Tyskland ger varje väljare två röster, en personröst (*"Erststimme"*) och en partiröst (*"Zweitstimme"*). De fasta mandaten

[165]Mer precist beräknas ett *index* för varje koalition i varje valkrets, varefter valkvotsmetoden används på dessa i varje valkrets (vid detta tillfälle i en formulering som innebär oavrundad valkvot (3.3)). Index beräknas genom att koalitionens röstetal r_{ij} i valkretsen delas med den nationella valkvoten $\lfloor R/M \rfloor$ (i Italien avrundas valkvoten nedåt till heltal), men om garantiregeln använts och största koalitionen fått sitt mandattal höjt till $M' = 340$, se appendix D.16 och A.23, och denna koalition har R' röster, används för denna koalition valkvoten $\lfloor R'/M' \rfloor$ och för övriga koalitioner, med sammanlagt $R'' = R - R'$ röster och $M'' = M - M'$ mandat, valkvoten $\lfloor R''/M'' \rfloor$. (Detta för att ta hänsyn till garantiregeln på ett lämpligt sätt. Effekten blir att den vinnande koalitionens röster räknas upp på ett sätt som motsvarar mandatantalet.) [94, Art. 83, 5.]

(personmandaten) delas ut i enmansvalkretsar (299 stycken), och utjämningsmandat (listmandat; i princip också 299, men överskottsmandat förekommer) fördelas så att totalresultatet blir proportionellt mot antalet partiröster, se appendix D.34. (Ett blandat system, appendix A.24.2.)

Metoden för fördelning av utjämningsmandat (listmandat) är just nu mycket omdiskuterad i Tyskland. Vi beskriver nedan först den metod som gällde vid senaste förbundsdagsvalet 2009. Författningsdomstolen hade dock redan 2008 krävt en ändring av vallagen för att eliminera möjligheten till negativt röstvärde (se nedan) [137], och vallagen ändrades den 25 november 2011 [135];[166] den nya metoden beskrivs också nedan. Den nya metoden eliminerar dock inte helt möjligheten till negativt röstvärde, och författningsdomstolen har (bland annat) därför den 25 juli 2012 underkänt även den nya formuleringen [138], varför ytterligare en ändring nu måste ske.

Metoden –2011. En totalfördelning görs för hela riket (med uddatalsmetoden);[167] därefter fördelas varje partis mandat i totalfördelningen på delstaterna (med uddatalsmetoden). I varje delstat får sedan varje parti så många utjämningsmandat som behövs för att komma upp i det antal som ges av totalfördelningen; partier som redan har fler mandat behåller dessa (överhängsmandat, se avsnitt 10.1.2) utan reduktion för andra partier.[168] [134]

Observera att jämförelsen mellan totalfördelning och fasta mandat sker i varje delstat för sig, och att ett parti kan ha överhängsmandat i en delstat och få utjämningsmandat i en annan.

Denna fördelning på delstaterna får en mycket märklig och obehaglig konsekvens (negativt röstvärde, se kapitel 6): *Fler röster på ett parti kan i vissa fall leda till färre mandat, och omvänt* (med oförändrade röstetal på övriga partier).

Orsaken är att om ett parti får fler partiröster i delstat X (allt annat lika) så är det möjligt att dessa inte är många nog att ändra totalfördelningen för hela riket, men att de flyttar ett av partiets mandat till X från en annan delstat Y när mandaten fördelas (inom partierna) på delstaterna. Om nu partiet har överhängsmandat i X men utjämningsmandat i Y så ändras inte partiets mandattal i X, medan det förlorar ett utjämningsmandat i Y. Partiet har alltså förlorat ett mandat på de extra rösterna. (Övriga partier

[166] Författningsdomstolen hade krävt en ändring före 30 juni 2011. [137].

[167] Dessutom finns en specialregel som säger att om ett parti fått mer än hälften av rösterna i hela landet men inte mer än hälften av mandaten så får partiet ytterligare ett mandat.

[168] Utjämningsmandaten fördelas inte vidare på enmansvalkretsarna, utan delas ut efter särskilda delstatslistor för partierna.

påverkas inte alls i detta fall, och förbundsdagen blir mindre.) Omvänt kan färre röster i X leda till ett extra utjämningsmandat i en annan delstat.[169] [170]

Den tyska författningsdomstolen har som sagt förklarat att detta inte är acceptabelt och strider mot grundlagens krav [137].

Ny metod 2011. För att undvika problemet ovan ändrades lagen 2011 så att utjämningsmandaten fördelas i varje delstat för sig, på följande sätt. [135; 138]

Först fördelas samtliga 598 mandat på delstaterna (med uddatalsmetoden) efter antalet avgivna röster. För varje delstat fördelas sedan mandaten i en totalfördelning på partierna (med uddatalsmetoden).

Dessutom beräknas för varje delstat det genomsnittliga antalet röster per mandat $Q = R/M$, och för varje parti beräknas skillnaden $r_i - m_i Q$; om denna skillnad är positiv kallas den reströster (om den är negativ ignoreras den). Varje parti får sedan ett antal tilläggsmandat som beräknas genom att partiets reströster summeras för alla delstater (dvs. för de delstater där partiet har en positiv skillnad $r_i - m_i Q$); denna summa delas med det genomsnittliga antalet röster per mandat i hela riket och avrundas till närmaste heltal. Dessa tilläggsmandat ges till de delstater där partiet har högst antal reströster (med undantag för delstater där partiet redan har fler fasta mandat än totalfördelningen ger).

En specialregel säger att om ett parti fått mer än hälften av rösterna i hela landet men inte mer än hälften av mandaten så får partiet ytterligare mandat tills det fått ett mandat mer än hälften. (Dessa fördelas också till de delstater där partiet har flest reströster.)

Ett parti som redan har fler fasta mandat i en delstat än ovanstående beräkningar ger det behåller dessa (överhängsmandat, se avsnitt 10.1.2) utan reduktion för andra partier; annars får partiet så många utjämningsmandat i delstaten som behövs för att det skall få rätt antal mandat där.

Denna metod undviker den möjlighet till negativt röstvärde som fanns före 2011, men det ger istället en ny möjlighet eftersom mandaten fördelas på delstaterna efter antalet röster i dem, se avsnitt 6.5. Författningsdomstolen har (bland annat) därför underkänt den nya metoden och krävt en ny ändring. [138]

Den nya regeln om tilläggsmandat verkar också märklig, om avsikten är att förbättra riksproportionaliteten; att bara summera positiva avvikelser och ignorera negativa ger knappast någon utjämning; det gynnar partier som råkat få relativt stora avvikelser (åt båda hållen) i delstaterna, och verkar snarast få en slumpmässig effekt.

10.3.10. Sydafrika. Varje parti har en lista i varje valkrets (region); dessutom kan partiet ha en nationell lista om det vill. De fasta mandaten

---

[169] T.ex. skulle SPD 2009 ha fått 1 mandat mer om de fått 600 röster färre i Bremen. Många andra exempel finns på [225].

[170] Före 2009 användes valkvotsmetoden, vilket gav ytterligare möjligheter till situationer med negativt röstvärde. Men problemet är alltså inte löst med bytet av valmetod.

(sammanlagt 200) delas ut efter listorna i valkretsarna. Utjämningsmandaten (också 200) fördelas efter den nationella listan för ett parti som har en sådan. För ett parti utan nationell lista fördelas utjämningsmandaten på valkretsarna proportionellt mot partiets fasta mandat, och om partiet inte har fått något fast mandat proportionellt mot partiets röstetal i valkretsarna. Om jag förstår rätt används här valkvotsmetoden. [131, Schedule 1A 9]

KAPITEL 11

Fördelning inom partier

Ett proportionellt val sker vanligen genom att väljarna röstar på olika listor från olika partier, varefter mandaten fördelas mellan partierna med någon av metoderna ovan. Därefter skall mandaten besättas med personer. (Ett undantag är val med STV, se kapitel 12, som är en proportionell valmetod där mandaten delas ut direkt på olika personer och partier inte har någon formell roll i valet.)

Flera olika metoder finns för fördelning på personer. En viktig skillnad mellan metoderna är om personerna utses i ordning enligt en i förväg bestämd lista för varje parti, eller om väljarna kan bestämma vilka av partiets kandidater som väljs genom någon form av personröstning.[171] I praktiken är det vanligt med blandformer, där formellt sett väljarna avgör, men där partierna har ställt upp sina kandidater i prioritetsordning på listan, och denna ordning väger tungt vid fördelningen så att normalt alla eller nästan alla mandat fördelas enligt partiets ordning. (T.ex. det svenska personvalssystemet, se nedan.)

När något inslag av personval förekommer kan det ske på olika sätt; åtminstone följande förekommer, var för sig eller i olika kombinationer:

- Väljaren får (eller måste), på den partilista som han eller hon valt, kryssa för ett (eller ibland flera) namn.
- Väljaren får ändra ordningen på namnen (genom att skriva siffror 1, 2, ... vid namnen).
- Väljaren får stryka namn. (De resterande står kvar i samma ordning.)
- Väljaren får skriva till nya namn.
- Ett parti kan gå fram med flera olika listor i samma valkrets, och väljaren väljer en av dem. (Listorna räknas ihop vid mandatfördelningen mellan partierna, men sedan fördelas mandaten mellan listorna och personerna på dem.[172])

I princip kan personval av ett partis representanter ses som ett separat val (med ett i förväg okänt antal mandat att fördela), och i stort sett vilken som helst valmetod (för fördelning av flera mandat) kan användas. I

[171] På engelska ofta kallade *closed lists* respektive *open lists*.

[172] Det är, åtminstone i vissa länder, möjligt att listorna innehåller delvis samma namn, kanske i olika ordning, vilket är en komplikation som metoden bör ta hänsyn till.

praktiken används dock ofta speciella metoder, eftersom förutsättningarna är annorlunda än vid andra val.

Vi ger några exempel.

11.1. Fasta listor (Closed lists)

Den enklaste metoden är att varje parti har anmält en lista i förväg (i varje valkrets), och att partiets mandat tilldelas partiets kandidater i den ordning de står på listan.[173]

Detta ger alltså partiorganisationerna all makt och lämnar ingen möjlighet till väljarna att påverka valet av kandidater inom partiet. Detta har ofta kritiserats[174] och metoden används därför sällan.

Systemet används bland annat för listvalsdelen av val i Tyskland [135, § 6 (4)]. (Men där är listvalet kombinerat med ett rent personval i ett blandat system, se appendix D.34.)

11.2. Friare listor (Open lists)

11.2.1. Finland. Finland har ett enkelt system, där partierna anmäler kandidater, men inte ordningen mellan dem. I varje valkrets bestämmer partierna var sin lista på sina kandidater.[175] Vid valet röstar varje väljare på en av de anmälda kandidaterna (genom att ange kandidatens nummer[176]), och därigenom på kandidatens parti. Rösterna för alla kandidater i samma parti läggs ihop och mandaten fördelas mellan partierna enligt heltalsmetoden; sedan fördelas de mellan partiets kandidater i ordning efter deras röstetal.[177]

Metoden är alltså ett enkelt majoritetsval (av en eller flera) inom varje parti, alltså metoden SNTV i appendix A.8. Metoden är enkel men har

[173]En variant som användes vid utskottsval i danska folketinget från 1890 är att partierna får anmäla namnen på de valda i efterhand, när man bestämt hur många platser varje parti får. "Naar det paa denne maade er utfundet, hvor mange medlemmer af udvalget der tilkommer enhver af de for formanden anmeldte grupper, har hver saadan gruppe straks at meddele formanden, hvilke medlemmer den ønsker indsat i utvalget paa de gruppen tilfaldne pladser" [228, s. 46].

I praktiken kan detsamma ofta ske när, som i svenska riksdagen, val sker efter beredning i en valberedning som i förväg beräknar valresultatet.

[174]t.ex. av Cassel 1903 [194]: "I denna form kan en listmetod emellertid knappast användas. Det är ju icke vidare tilltalande att absolut tvinga valmannen att ta den ena eller andra listan oförändrad. Därigenom inrymmer man åt partistyrelserna en alldeles orimlig makt."

[175]Högst 14 kandidater var, om inte valkretsen har fler mandat. [78, 109 §]

[176]"Den röstande skall på röstsedeln anteckna numret på den kandidat för vilken han eller hon avger sin röst, så tydligt att tvivelsmål inte kan uppstå om vilken kandidat som avses." [78, 76 §]

[177]I vallagen formuleras detta i ett enda steg: Varje kandidat får ett jämförelsetal, vilket är kandidatens partis totala röstetal delat med kandidatens ordningsnummer (enligt rösterna) inom partiet; sedan delas mandaten ut mellan samtliga kandidater i ordning efter jämförelsetal (utan hänsyn till parti) [78, 89–91 §]. Detta är alltså en variant av heltalsmetoden i formulering D2 (s. 19).

klara nackdelar och garanterar inte alls en rättvis fördelning mellan olika fraktioner av ett parti (eller mellan olika partier i ett valförbund (kartell)).

11.2.2. Sverige. Varje valsedel har en partibeteckning och (vanligtvis) en lista med ett antal namn, som av partiet satts upp i en viss ordning. Valsedeln räknas alltid som en röst på respektive parti. Dessutom kan den röstande välja att ge en personröst på en av kandidaterna, genom att markera denna med ett kryss.[178] [179]

(1) I första hand rangordnas ett partis kandidater i en viss valkrets efter *antalet personröster* på dem. Dock gäller detta bara dem vars antal personröster är minst 5% av partiets röstetal i valkretsen.[180] (Vid landstings- och kommunval måste antalet dessutom vara minst 100 resp. 50.) [3, 14 kap. 9 §]
(2) I andra hand, dvs. för de kandidater som inte fått tillräckligt antal personröster för att uppnå personröstspärren, ordnas kandidaterna med *Phragméns metod*, se avsnitt 13.1; därvid bortses från dem som redan rangordnats med sina personröster.

Phragméns metod bygger på den ordning namnen står i på valsedeln (och som i Sverige inte kan ändras av den röstande). Det vanligaste är att ett parti bara har en lista i en viss valkrets, och efter kandidaterna som väljs på sina personröster kommer då övriga kandidater i den ordning de står på listan.

Om partiet har två eller flera listor utan gemensamma namn fördelar Phragméns metod platserna mellan dem på samma sätt som heltalsmetoden; det är alltså bara för ett parti med flera listor med delvis gemensamma namn som Phragméns metod verkligen kommer till full användning.

Observera att Phragméns metod tillämpas oberoende av hur många som redan valts från de olika listorna på sina personröster. Detta verkar inte riktigt genomtänkt, eftersom det innebär att en lista där några populära personer väljs in med personröster, dessutom kan få fler personer valda på grund av samma röster.

[178] Partierna kan välja om de före valet vill anmäla sina kandidater eller inte. Om partiet inte anmält kandidaterna så har den röstande även möjligheten att skriva till ett valfria namn på valsedeln; detta räknas då som en personröst på denna. (Flera namn får skrivas till; då räknas en personröst för det första namnet.) Alla stora partier, och många små, brukar anmäla kandidaterna, men undantag finns; i riksdagsvalet 2010 hade t.ex. KD inte anmält kandidaterna i två valkretsar (Uppsala län och Gotlands län).

[179] Personröster infördes vid Europaparlamentsvalet 1995, och användes vid riksdagsval första gången 1998 [53]. Innan dess användes Phragméns metod för fördelningen av alla mandat. Den röstande kunde ändra namnlistan på valsedeln genom strykningar och/eller tilägg av namn, med begränsningen att det första namnet på varje valsedel måste vara ett av de namn som partiet registrerat. (I praktiken hade dessa ändringar knappast någon betydelse.)

[180] Detta gäller fr.o.m. 2011; i valet 2010 och tidigare krävdes 8% i riksdagsvalet (men 5% vid övriga val).

Exempel 11.1 (hämtat från Valmyndighetens manualer). Ett parti får 7 mandat. Partiet har två listor $IJKLM$ med 590 röster och $OPRST$ med 410 röster. Dessutom har I, O och P fått personröster över gränsen (50 röster).

De tre första mandaten går till I, O och P (i ordning efter deras personröster, men ordningen spelar knappast någon roll). Därefter tillämpas Phragméns metod (i detta fall, med disjunkta listor, lika med heltalsmetoden), och J, R, K, S väljs i denna ordning. Sammanlagt väljs alltså IJK och $OPRS$, så listan med 59% av rösterna får bara 3 av de 7 mandaten.

Jag tycker det vore rimligare att ta hänsyn till redan utdelade mandat på personröster vid den fortsatta fördelningen med Phragméns metod. (I exempel 11.1 skulle detta innebära att efter I, O, P, väljs, i ordning, J, K, L, R, varför resultatet bleve $IJKL$ och OPR.)

Endast en mindre del av mandaten fördelas efter personröster, speciellt i de större partierna.[181] I de flesta fallen tillfaller dessutom de flesta personrösterna den kandidat som står först på listan, och som ändå skulle ha blivit vald. Det finns dock fall där personrösterna verkligen påverkat vem som blivit vald.

11.2.3. Norge. Vid stortingsval anmäler varje parti en kandidatlista i varje valkrets (fylke).[182] Namnen på listan står i ordning, men väljaren kan ändra ordningen (genom att sätta nummer vid namnen) eller stryka namn [114, § 7-2(1)]. Partiets mandat fördelas sedan med metoden i appendix A.18.

Vid kommunalval (till kommunestyre) anmäler partierna också en ordnad kandidatlista; dessutom kan partiet bestämma att ett visst antal[183] av kandidaterna skall prioriteras med rösttillägg.[184] (Dessa skall stå först och markeras särskilt på valsedeln.) Vid valet kan väljaren ge en personröst till ett valfritt antal kandidater på valsedeln genom att markera dem; dessutom kan väljaren också ge personröster till en eller flera[185] kandidater från andra partier genom att skriva in dem. Varje valsedel räknas som M röster på partiet, men om det finns kandidater från andra partier inskrivna på valsedeln räknas en röst bort för var och en av dessa, och räknas istället för den inskrivna kandidatens parti. (Endast kandidater som är anmälda för något annat parti får skrivas in.) Mandaten fördelas mellan partierna med jämkade uddatalsmetoden. Inom partiet fördelas mandaten efter antalet personröster

[181] I riksdagsvalet 2010, då gränsen var 8%, besattes inte mer än ett mandat efter personröster för något parti i någon valkrets. I t.ex. den största valkretsen, Stockholms län, blev det 6 av 38 och i den minsta, Gotland, 2 av 2. [9]

[182] Listan skall innehålla lika många namn som antalet mandat i valkretsen, plus 0–6 namn till. [114, § 6-2(1)]

[183] högst 4–10, beroende på antalet mandat i valet [114, § 6-2(3)]

[184] Åtminstone de större partierna tycks normalt utnyttja detta.

[185] Högst $\max(M/4, 5)$

(inklusive personröster inskrivna på andra partiers valsedlar), varvid de kandidater som partiet markerat får ett rösttillägg på 25% av antalet valsedlar för partiet. Detta innebär alltså att en valsedel räknas som $\frac{1}{4}$ personröst för var och en av de kandidater som partiet prioriterat, och 1 personröst för var och en av dem som väljaren röstar på.[186] [114, § 6-2(2)(3), 7-2(2)(3), 10-6(3), 11-12(1)(2)]

Fylketingsval sker på ett liknande men enklare sätt. Varje parti anmäler en lista, och väljaren röstar på en lista och kan samtidigt ge personröster till ett valfritt antal av dess kandidater.[187] Mandaten fördelas mellan partierna med jämkade uddatalsmetoden. Inom partiet fördelas mandaten efter antalet personröster för de kandidater som fått en personröst på minst 8% av listans valsedlar; därefter kommer övriga kandidater i den ordning de står på listan. (Detta kan ses som acceptröstning (appendix A.16) inom partiet, men med en spärr på 8%.) [114, § 6-2(2), 7-2(2), 11-10(1)(2)]

11.2.4. Island. Vid alltingsval anmäler varje parti en kandidatlista i varje valkrets. Namnen på listan står i ordning, men väljaren kan ändra ordningen (genom att sätta nummer framför namnen eller genom att stryka namn). [91, 82. gr.]). Partiets mandat fördelas sedan på kandidaterna med en Bordametod, se avsnitt 15.1.2.2. [91, 110. gr.]

11.3. Dubbelvalsavveckling

Ett speciellt problem är att samma person kan bli vald för olika valkretsar eller (mer ovanligt) för olika partier. (I Sverige har partierna full frihet att komponera listor, även flera olika i samma valkrets, och samma kandidat kan förekomma på olika listor. Det är t.ex. vanligt att ett litet parti har samma riksdagslista i alla valkretsar; om partiet får mandat blir då partiledaren troligtvis vald i alla valkretsar där partiet får mandat.[188])

Ett sätt att undvika problemet är att kräva att alla kandidater är nominerade i förväg, och att ingen person får kandidera i mer än en valkrets och för ett parti. (Så gäller t.ex. i Finland [78, 111 §] och Norge [114, § 6-6(4)].)

---

[186] Dessa räknas oberoende av varandra, så de läggs ihop till $1\frac{1}{4}$ när väljaren röstar på en av de prioriterade kandidaterna.

[187] Men inte på några andra.

[188] I riksdagsvalet 2010 hände detta med SD, där partiledaren blev vald i 19 valkretsar. De flesta stora partier hade en lista i varje valkrets, i stort sett med olika (lokala) namn, men flera (M, FP, KD, V) hade partiledaren först i både Stockholms kommun och län (och KD ytterligare 4 gemensamma namn där); V hade hela listan gemensam för Stockholms kommun och län; C hade partiledaren först i Stockholms kommun och Västerbottens län; osv. M hade två listor i varje valkrets, en lokal och en gemensam rikslista med partiledaren och toppnamnet från var och en av de lokala listorna (andranamnet efter partiledaren från Stockholmslistorna). Piratpartiet, som bara fick 0,65% av rösterna och inga mandat, hade en mer komplicerad liststruktur med sex olika listor, alla sex i alla valkretsar; alla listor hade samma förstanamn (partiledaren) men olika andranamn, men många namn fanns alla listor men med olika placering, t.ex. nr 2 på en lista och 3 på alla andra, 2 på en lista och 9 på de andra, 3 på en lista och 5 på de andra, ...

I annat fall behövs speciella regler för att avgöra vilket mandat personen skall tillträda, och hur de obesatta mandaten skall fördelas vidare till andra personer inom samma parti. Detta behandlas inte här.[189] Se t.ex. vallagen [3, 14 kap. 11 §] för hur detta görs i Sverige.

11.4. Dekapitering

Valmetoder där mandaten fördelas mellan personer på grundval av valsedlar med flera namn utan rangordning lider av svagheten att om väljarna är uppdelade på partier, och alla röstar partitroget på sitt partis alla kandidater, så kommer inom varje parti alla kandidater att få lika många röster.[190] (För fördelning av mandat inom ett parti gäller samma sak för olika fraktioner inom partiet.) Om nu ett parti får färre mandat än antalet kandidater partiet ställt upp, så kommer mandaten att lottas mellan partiets kandidater.

Detta är ett extremfall, som knappast är realistiskt i allmänna val.[191] Viktigare är att om de flesta inom ett parti röstar på hela partilistan så kan en eller ett fåtal personer styra valet av partiets kandidater genom att avvika från partilinjen och bara rösta på en del av kandidaterna. Det finns också i princip möjlighet för en liten grupp av ett partis motståndare att rösta på partiet (mot sin övertygelse), men bara på mindre betydande kandidater, så att partiets främsta representant inte blir vald. Detta, s.k. *dekapitering*, var uppenbarligen en realistisk möjlighet och diskuterades ofta kring 1900, t.ex. i riksdagens beslut om valreformen 1909 [23] och i betänkandena [20] och [31, s. 20].

Risken för dekapitering undviks genom att kandidaterna på något sätt rangordnas, antingen av partiet (genom att ordningen på valsedeln har betydelse, så t.ex. i Sverige, liksom i Norge och Island, se avsnitt 11.2.2–11.2.4) eller av väljaren. (Om väljarna väljer att rösta bort partiets ledande kandidater så beror detta i så fall på väljarna och är inget fel hos metoden.)

Risken kan också elimineras genom god partidisciplin och lämplig taktik i partiet. Vid majoritetsval i flermannavalkretsar (appendix A.7) är det naturligt att partiet ställer upp lika många kandidater som det finns mandat, och normalt får alla eller inga mandat, så problemet bortfaller. Vid andra metoder kan partiet försöka fördela rösterna så att de ledande får fler röster. Men naturligtvis bör man undvika metoder som kräver sådant manipulerande för att fungera väl; metoder med någon form av rangordning är bättre.

---

[189] En möjlighet är att den valda själv får välja valkrets; så skedde i Sverige under tvåkammarriksdagens tid (1867–1970) [18, § 27], [40, § 27].

[190] Vi antar att ingen kandiderar för mer än ett parti.

[191] Men i princip detta hände när elektorerna valde president i USA 1800, se fotnot 564 (s. 279).

KAPITEL 12

STV – Röstöverföringsmetoden

Single Transferable Vote (STV) är det engelska namnet på en proportionell valmetod som, till skillnad från alla andra proportionella metoder behandlade i denna skrift, inte baserar sig på partier och partilistor. (Ett av syftena med metoden är också att minska partiorganisationernas inflytande på valet och lägga all makt hos väljarna.) Metoden har inget etablerat svenskt namn; Hermansson [244] använder *röstöverföringsmetoden* och påpekar att den även kallas *preferensröstning*, men att detta namn används för fler metoder. För entydighets skull använder jag den gängse engelska förkortningen *STV*.

Detaljerna kan utformas på olika sätt, så STV är snarare en familj valmetoder än en enda; detta gäller främst valet av kvot (se nedan) och överföringsmetod (se avsnitt 12.1), men även detaljer som avrundning och hur man avgör vid lika röstetal under rösträkningen.

Normalt är alla kandidater uppställda på en valsedel (med namn och, numera, ev. partitillhörighet), t.ex. i alfabetisk ordning (Irland) eller partivis (Malta, Australien),[192] och varje väljare rangordnar ett (vanligen valfritt[193]) antal av kandidaterna genom att numrera dessa 1, 2, osv. Principen är att först räknas bara förstanamnet på varje valsedel, men om förstanamnet redan är vald eller har eliminerats på grund av för få röster (se nedan) så räknas istället andranamnet osv.

Vid rösträkningen används en kvot Q, som bestäms som i kvotmetoder, se kapitel 3. STV föreslogs av Hare med Hares kvot $Q_H = R/M$ avrundad nedåt till heltal $\lfloor R/M \rfloor$,[194] men Droop [208] föreslog[195] istället Droops kvot $Q_D = \lfloor R/(M+1) \rfloor + 1$, vilket är den minsta kvot som är ett heltal och

[192] I delstatsval i Tasmanien används s.k. *Robsonrotation* vilket innebär att valsedlarna trycks i flera varianter med olika ordning så att inom varje parti kommer varje namn kommer högst upp på lika många valsedlar; detta för att eliminera en ev. effekt av att vissa väljare helt enkelt röstar på de första namnen; se [63] och [61, Schedule 3] for detaljer.

[193] Vid senatsval i Australien skall väljaren antingen markera ett parti, vilket räknas som en röst på partiets kandidater i den ordning partiet har ställt upp dem i, eller rangordna *alla* kandidater, se appendix D.5. I Tasmanien (House of Assembly) måste man rangordna *minst* så många kandidater som skall väljas (5) [65]. I den version som användes i Danmark 1855–1953, se avsnitt 12.3.1, fick man bara rangordna *högst* så många kandidater som skall väljas.

[194] Enligt bl.a. [343]. Hare [240] säger inget om avrundning, och ger bara ett exempel där kvoten R/M är ett heltal. Jag har inte kontrollerat Hares övriga skrifter.

[195] Enligt [343] redan 1868.

som garanterar att högst M kandidater uppnår kvoten. Droops kvot eller oavrundad Droops kvot $R/(M+1)$ används i alla fall jag känner till där metoden nu praktiseras.

Därefter fördelas mandaten på följande sätt:

STV, PRINCIP. *Först räknas bara förstanamnet på varje valsedel. Varje kandidat som fått minst Q röster är vald med en gång. Om kandidaten fått r röster med $r > Q$, så fördelas överskottet $r - Q$ röster efter andranamnet på valsedlarna (eller nästa namn, om även denna kandidat är vald, osv.). Om någon mer kandidat nu uppnår kvoten är även denna vald, och eventuellt överskott fördelas, osv.*

Om inte alla mandat är besatta när alla överskott fördelats elimineras den kandidat som har lägst antal röster, och dessa röster fördelas mellan de kvarvarande kandidater som varken valts eller eliminerats. Om någon av dessa kandidater nu kommer upp i Q röster är denna vald, och ev. överskott fördelas. Om efter detta det fortfarande finns mandat kvar att besätta elimineras ännu en kandidat (den som nu har lägst antal röster) osv.

På detta sätt räknas hela tiden varje röst för det namn är rangordnat högst på valsedeln bland dem som ännu varken valts eller eliminerats. Om det till slut bara återstår lika många kandidater som mandat blir alla dessa valda, även om de inte nått upp till Q röster.[196]

Kandidater som varken valts eller eliminerats kallas ofta *hoppfulla* kandidater.

Observera att varje valsedel bara räknas för ett namn i taget, och att senare namn på en valsedel inte har någon betydelse innan alla tidigare namn har blivit antingen valda eller eliminerade, så en väljare påverkar inte chanserna för t.ex. sitt förstahandsval, varken i positiv eller negativ riktning, genom att rangordna fler kandidater efter denna. Detta är en viktig egenskap för att minska risken för konstiga resultat och möjligheter till taktikröstning.

Konstgheter kan dock förekomma ändå. Framför allt är STV icke-monoton, dvs. i vissa fall kan en kandidat förlora sin plats om kandidaten får fler röster, se avsnitt 12.5.2[197]

En version av STV (men utan eliminering, se avsnitt 12.3.1) konstruerades redan 1855 av Carl Andræ[198] [201; 246; 343], som en ingrediens i den nya grundlagen för Danmark, Slesvig och Holstein, där riksrådet valdes med

[196] Om det bara återstår ett mandat att besätta och en kandidat har fler röster än alla andra tillsammans så kan denna kandidat väljas direkt; att fortsätta eliminera en i taget är onödigt eftersom denna kandidat aldrig skulle kunna elimineras.

[197] Även andra möjligheter till taktikröstning finns, se t.ex. [346; 353].

[198] Carl (Georg) Andræ (1812–1893), danske militär, matematiker, geodet och politiker; finansminister 1854–1858 och även statsminister 1856–1857.

denna metod.[199] [200] Metoden föreslogs också av Thomas Hare[201] 1857 och utvecklades av honom i skrifter bl.a. 1859 och 1865 (då elimineringar infördes); metoden har sedan dess utvecklats vidare av ett stort antal personer, se [267; 311]. (Andræs metod blev dock föga känd utanför Danmark, och det var Hare som gjorde metoden känd, åtminstone i England och därtill hörande områden där metoden senare utvecklats och använts, varför Hare brukar omtalas som metodens upphovsman. Detta är nog orättvist mot Andræ, även om Hare utvecklade metoden till nuvarande form med elimineringar, speciellt som Hare kanske kände till Andræs metod, se [246].) STV är alltså en av de äldsta proportionella valmetoderna, och var t.ex. i England länge den enda proportionella valmetod som överhuvudtaget diskuterades.

STV används bland annat vid allmänna val i Irland (sedan självständigheten 1922)[202] och Malta (sedan 1921 [189; 243]), senatsval i Australien (sedan 1948) och i flera australiensiska delstater (tidigast i Tasmanien 1896–1901 och från 1907), lokalval och Europaparlamentsval i Nordirland, lokalval i Skottland (från 2007) [170; 211; 224]. STV används också vid val inom en del olika organisationer. I England var STV allvarligt föreslagen som valmetod 1917, men detta röstades ned; STV användes dock för fyra universitetsvalkretsar 1918–1950 [222]. STV har också använts bl.a. på Man 1982–1991 och i Estland 1990 [243]. STV används i stort sett bara i anglosaxiska länder, dvs. England och områden som tidigare styrts av England (Estland 1990 är nog det enda undantaget förutom den begränsade användningen i Danmark 1855–1953), och den är där den vanligaste proportionella metoden. (Den är inte särskilt vanlig där heller men proportionella listmetoder, vilka är vanliga i resten av världen, är ovanligare.)

De tidigaste användningarna av STV använde Hares kvot, men i alla fall som jag känner till numera används Droops kvot Q_D, med undantag för

---

[199] Från 1866 när riksrådet avskaffades (sedan Slesvig och Holstein erövrats av Preussen) fram till 1953 användes Andræs metod vid indirekta val till landstinget (riksdagens första kammare) i Danmark. [193; 201]

[200] En sorts föregångare uppfanns 1819 av Thomas Hill för ett styrelseval i en förening i Birmingham: de röstande röstade på en person var, med valsedlar där de även skrev sitt eget namn. Varje kandidat med minst 5 röster var vald, men fick någon fler än 5 röster valdes 5 av rösterna ut slumpmässigt och alla andra som röstat på kandidaten erbjöds rösta om; detta upprepades tills det inte fanns något överskott. Sedan fick även de som röstat på en kandidat som inte blivit vald ändra sig, tills mindre än 5 röster återstod som inte valt någon. [253; 343; 267]

En delvis liknande metod infördes 1840 av Rowland Hill (son till Thomas Hill) vid val av stadsfullmäktige i Adelaide i Australien: en grupp väljare av viss storlek kunde före valet anmäla att de alla röstade på en viss person som då blev vald; sedan skedde valet (öppet på den tiden) av de resterande platserna bland övriga väljare. [253]

[201] Se fotnot 9 (s. 13)

[202] STV infördes på Irland av den engelska regeringen 1918 för att skydda minoriteterna i norr och söder i det spända läge som rådde. Metoden behölls (ursprungligen av samma skäl) efter självständigheten 1922 i fristaten och senare republiken Irland. På Nordirland avskaffades STV av majoriteten (som tydligen inte ville ha detta minoritetsskydd) redan ca 1925, men återinfördes på 1970-talet. [222; 243]

några fall där oavrundad Droops kvot används.[203] (Oavrundad Droops kvot används bl.a. i förslaget hos Electoral Reform Society [291].[204])

Att Droops kvot används istället för Hares beror bland annat på det praktiska skälet att en mindre kvot gör det lättare att få kandidater valda och att ett mindre antal elimineringar behövs; Ett mer matematiskt skäl är att STV uppfyller några proportionalitetsegenskaper som blir speciellt enkla med Droops kvot (speciellt oavrundad), se avsnitt 12.5; t.ex. gäller med oavrundad Droops kvot och ett udda antal mandat att om en majoritet av väljarna röstar på samma parti kommer detta parti att få en majoritet av mandaten (följdsats 12.9). Se rapporten [64, § 5–7] om delstatsvalet i Tasmanien 1909 (det första då Droops kvot användes där) för fler motiveringar til valet av Droops kvot. Men observera också att Droops kvot, till skillnad från Hares kvot, gynnar stora partier, se avsnitt 8.6 och 8.7. (Resultaten för kvotmetoder där är tillämpliga på STV enligt avsnitt 12.4.) Detta får en tydlig effekt i små valkretsar, vilket man normalt använder; valkretsarna har ofta bara 3–6 mandat; t.ex. 3–5 på Irland, 5 på Malta och 6 (eller undantagsvis 12) för Australiens senat.[205]

I de flesta fall används alltså Droops kvot Q_D (med traditionell avrundning) trots att den oavrundade versionen är lämpligare, eftersom avrundningen gör att i undantagsfall ett parti eller en kandidat kan förlora på att få fler röster, se avsnitt 6.1 och [261]; för andra (mest negativa) konsekvenser av avrundning se [290] och [276]. (I vissa metoder måste kvoten vara ett heltal, se avsnitt 12.1.1–12.1.3, men i andra, modernare, versioner är detta inte nödvändigt. Avrundning används oftast där också, men nog mest av tradition snarare än rationella skäl.)

STV har många entusiastiska förespråkare (t.ex. *Electoral Reform Society*, tidigare *Proportional Representation Society*, i England),[206] men används alltså i ganska liten utsträckning.

12.1. Metoder för överföring

Detaljerna för överföringen av överskottsröster när en kandidat valts kan utformas på olika sätt.[207] Det är inget problem när kandidater elimineras; deras röster överförs, varje valsedel för sig, till nästa namn som inte redan

[203] I Tasmanien användes STV med Hares kvot 1897–1902 (i stadsvalkretsarna men inte på landsbygden), men när metoden återinfördes 1907 övergick man till Droops kvot [64; 224]. I Danmark användes en variant av STV 1856–1915 med Hares kvot, se avsnitt 12.3.1; 1915 övergick man till Droops kvot. [201]

[204] Vid val till Irländska senaten, se fotnot 234 (s. 162), avrundas kvoten till tre decimaler, vilket blir praktiskt taget samma som att använda den oavrundade kvoten.

[205] Vissa, t.ex. [254], anser att antalet mandat bör vara udda, men jämna antal är också vanliga. Se avsnitt 12.5.1.

[206] [254] är ett annat exempel som argumenterar för metodens förträfflighet.

[207] Redan Droop [208] diskuterade hur metoden skulle kunna utformas så att den skulle kunna användas i praktiken.

valts eller eliminerats.[208] Men när en kandidat valts skall ju bara en del av kandidatens röster (överskottsrösterna) överföras till andra. Mer precist, om en kandidat väljs med $r > Q$ röster, så anses Q av dessa förbrukade; detta är en andel Q/r av den kandidatens röster och en andel $(r - Q)/r$ är oförbrukade och skall överföras. Det är inte självklart hur detta skall göras, eftersom valsedlarna i allmänhet har olika andranamn, tredjenamn o.s.v., och ett rätt stort antal olika metoder används, och ännu fler har föreslagits. En mindre komplikation är också att valsedlar ofta inte kan överföras till någon alls eftersom alla rangordnade namn på valsedeln redan är valda eller eliminerade. (Detta blir speciellt vanligt i senare steg när många kandidater redan valts eller eliminerats; en väljare kan ju t.ex. rösta på endast kandidaterna från ett parti.) Detta gör att antalet överförbara valsedlar normal är mindre än r, och i vissa fall kan vara mindre än överskottet $r - Q$. Ibland ignoreras ickeöverförbara röster (de utan något ytterligare namn) vid överföringen så att verkligen $r - Q$ röster förs över till andra kandidater (förutom ev. avrundningsfel som kan finnas i vissa metoder), naturligtvis förutsatt att så många överförbara röster finns.[209]

Två huvudprinciper för överföring av överskottsröster finns: antingen så överför man alla rösterna men räknar dem till ett lägre värde än den ursprungliga rösten,[210] eller så räknar man bara hela röster och väljer på något sätt ut $r - Q$ av valsedlarna och överför dem medan de övriga Q läggs åt sidan (som rösterna på den valda kandidaten); det kan då naturligvis ha stor betydelse hur urvalet görs av de röster som överförs. (Dessutom introduceras en slumpfaktor eftersom urvalet åtminstone delvis måste bli slumpmässigt, t.ex. beroende på i vilken ordning rösterna räknas. Urvalet behöver dock inte vara helt slumpmässigt, utan kan vara stratifierat efter nästa namn som i avsnitt 12.1.1 nedan.)[211]

[208] Men ordningen på elimineringarna kan ha betydelse, t.ex. om man alltid eliminerar en kandidat i taget eller om man, vilket ibland görs, eliminerar två eller flera samtidigt när de inte har någon teoretisk möjlighet att bli valda. Likaså kan ordningen i vilken olika valda kandidaters överskott överförs spela roll för resultatet.

[209] Det är kontroversiellt om detta är rättvist; t.ex. [64] är emot. Ett alternativt sätt att kompensera för ickeöverförbara röster är att kompensera genom att dynamiskt räkna om (minska) kvoten Q under rösträkningens gång, se nedan. Tideman [343] argumenterar för att detta är mer rättvist.

[210] I princip borde man räkna med rationella tal, men i alla fall jag känner till räknar man med ett fixt antal decimaler, vanligen med avrundning nedåt i varje steg. (Ett partiellt undantag är Tasmanien [61; 64] som räknar värdet av varje överförd röst som ett rationellt tal; det sammanlagda värdet av överförda röster till varje kandidat avrundas dock nedåt till heltal, så varje kandidats röstetal är hela tiden ett heltal.) En variant, som är ekvivalent, är att börja med att räkna varje röst som t.ex. 1000 och sedan bara räkna heltal (så görs t.ex. vid indirekta val till irländska senaten). Se bl.a. [233; 276] för detaljer om numerisk noggrannhet (antal decimaler) och avrundningsfel.

[211] Både Hare och Droop tänkte sig slumpmässigt urval av vilka röster som skulle överföras. Redan Droop nämnde 1868 och 1881 [208] möjligheten att göra urvalet stratifierat efter de följande namnen på valsedeln, för att undvika slumpfaktorn, men han insåg att inte bara nästa namn utan alla följande kan ha betydelse, och han avfärdade

För överföring av röster från kandidater som inte valts bara på sina förstahandsröster utan i ett senare steg (med hjälp av röster överförda från andra) tillkommer flera varianter inom de båda typerna. En vanlig variant är att man i detta fall bara överför från de valsedlar som finns i den grupp som senast överfördes till nyss valda kandidaten.[212] (Dessa röster är ju alltid fler än $r - Q$, men det är inte säkert att det finns $r - Q$ överförbara röster bland dem. Risken att antalet överförbara röster är mindre än överskottet ökar alltså med denna variant.) Speciellt så överförs i detta fall alltså aldrig kandidatens förstahandsröster.

Vanligtvis överförs alla överskottsröster från en kandidat som valts (eller eliminerats) som en grupp varefter rösterna summeras för de kvarvarande kandidaterna. En variant är att för varje kandidat hålla isär olika grupper med de röster som överförts till kandidaten i olika steg av räkningen, och vid överföring från en eliminerad kandidat överföra rösterna en grupp i taget, i en bestämd ordning;[213] efter överföringen av varje grupp kontrolleras om någon annan kandidat nu uppnått kvoten och blivit vald, och i så fall sker inga fler överföringar till denna.[214] En annan variant för överföring är att röster överförs en och en, och så snart en ny kandidat uppnått kvoten och blivit vald så slutar man överföra röster dit och använder istället nästa namn på valsedeln. I detta fall uppstår alltså aldrig ytterligare överskott efter att förstahandsrösterna räknats. (Det är också möjligt att göra på samma sätt redan med förstahandsrösterna, varvid överskott aldrig syns under räkningen. Se Andræs metod, avsnitt 12.1.3.) Denna variant är ekvivalent med att bara överföra från den grupp röster som senast överförts till kandidaten, och att av dem överföra de röster som räknats sist. (Varianten inför en slumpfaktor som kan påverka slutresultatet, eftersom urvalet av röster som överförs beror på rösternas ordning. Varianten används sällan, men se avsnitt 12.1.2.)

Vidare finns det detaljskillnader i vilken ordning röster överförs, t.ex. när två eller flera kandidater når över kvoten i samma steg (t.ex. med sina förstahandsröster).

---

det som orealistiskt att dela upp valsedlarna efter alla möjliga kombinationer, så han såg slumpmässigt urval bland alla kandidatens valsedlar som praktiskt och tillräckligt bra. Stratifiering infördes 1896 av Clark, se avsnitt 12.1.1.

[212] Jag antar att detta görs av praktiska skäl, för att minska arbetsbördan vid rösträkningen; senare överförda grupper har ju oftast få röster. Om detta verkligen är rättvist är kontroversiellt. Som påpekas av bl.a. Farrell [222] är de sist tillförda rösterna inte alltid representativa, men även motsatt metod kan ge konstiga resultat. Se Farrell och McAllister [223] för en diskussion med konkreta exempel samt exempel 12.1.

[213] Alternativt, vid Gregorymetoder där rösterna har olika värde beroende på tidigare överföringar, att överföra rösterna från en eliminerad kandidat i grupper efter deras värde. Detta är nästan samma sak, men det händer att röster har överförts till kandidaten vid olika tillfällen men med samma värde, t.ex. röster där en annan eliminerad kandidat står först.

[214] Denna version tycks vara standard för Gregorymetoden (avsnitt 12.1.4) där de olika grupperna röster har olika värde på rösterna.

I alla versioner är tanken att det sammanlagda röstvärdet på alla kvarvarande valsedlar hela tiden är $R - kQ$, där k är antalet hittills valda kandidater; i praktiken kan detta dock vara mindre eftersom en del valsedlar är ickeöverförbara (alla namn som rangordnats på dem har redan valts eller eliminerats), och dessutom uppstår i många versioner små förluster p.g.a. avrundningsfel. Vanligtvis används samma kvot Q hela tiden, men en variant är att dynamiskt räkna om kvoten efter antalet kvarvarande röster. (Se avsnitt 12.1.8.) Observera att om det verkligen återstår $R - kQ$ röster och $M - k$ platser att besätta, så är, med Droops kvot om vi bortser från avrundning (dvs. använder oavrundad Droops kvot (3.8)),

$$\frac{R - kQ}{M - k + 1} = \frac{R - kR/(M+1)}{M - k + 1} = \frac{R}{M+1} = Q \tag{12.1}$$

så förändringar i kvoten beror (förutom på avrundning) på ickeöverförbara röster, vilka gör kvoten mindre.

Valet av överföringsmetod kan naturligtvis påverka resultatet. (Inte för det första mandatet men för det andra och ännu mer för följande. Se nedan, [223] och [343] för några exempel.) Det finns uppenbarligen ingen konsensus om vilken metod som är bäst i meningen mest rättvis. Vissa överföringsmetoder innehåller som sagt slumpmoment där ordningen som valsedlarna räknas kan påverka resultatet; detta kan ses som oacceptabelt eller i alla fall icke önskvärt, men förekommer alltså i praktiken. Valet av metod påverkas också av praktiska överväganden, vilket i hög grad beror på storleken på valkretsarna[215] och om valsedlarna räknas manuellt och fysiskt sorteras i olika högar eller räknas elektroniskt med dator. (Vissa metoder är så komplicerade att de kräver datorberäkningar.) För flera överföringsmetoder kan slutresultatet som sagt ibland bero på i vilken ordning rösterna räknas och i vilken ordning röster förs över till nya kandidater; t.ex. den irländska vallagen [88] specificerar därför noga i vilken ordning rösterna skall räknas och sorteras, och att de skall blandas före rösträkningen.[216] (Detta innebär också att vid en eventuell omräkning måste rösterna räknas i samma ordning som den ursprungliga, vilket ställer höga krav på organiserande och dokumentation av rösträknandet.)

Vi beskriver ett antal huvudversioner (utan att fullständigt ange alla detaljer, t.ex. i vilken ordning överföringar sker när röster skall överföras från flera kandidater). För dataprogram, se t.ex. [296] och [252].

12.1.1. Irland m.m. I den version som används i Irland och Malta [88, Part XIX], [108, Thirteenth Schedule, article 10] överförs ett urval röster.

[215] Vid senatsval i Irland (panelledamöter, se appendix D.14) röstar ca 1000 personer; vid senatsval i Australien som mest 4 000 000 i en valkrets.

[216] Rapporten [64] från 1909 är däremot skeptiskt till möjligheten att i praktiken blanda rösterna tillräckligt väl.

STV, SLUMPMÄSSIG ÖVERFÖRING. *De valsedlar som överförs väljs bara bland de valsedlar som finns i den grupp som senast överfördes till kandidaten.*[217] *(Om en kandidat väljs enbart på förstahandsröster så är detta alla kandidatens röster.) Dessa valsedlar delas in i grupper efter nästa namn (av de namn som är kvar i konkurrensen; icke-överförbara valsedlar bildar en egen grupp), och* $r - Q$ *av dessa valsedlar väljs ut genom att man tar ett proportionellt antal från varje grupp (utom från de icke-överförbara rösterna, vilka ignoreras).*[218] *Dessa antal beräknas med valkvotsmetoden avsnitt 3.2.1, och de väljs ut som de sist ditlagda i varje grupp, dvs. i praktiken slumpmässigt.*[219]

Detta är, såvitt jag förstår, exakt den metod som utvecklades av Andrew Inglis Clark[220] och som han lyckades införa (försöksvis) i Tasmanien 1896. Metoden användes på Tasmanien 1896–1901. Den kallas där Hare–Clark, men namnet har fortsatt att användas i Australien för den Gregorymetod som sedan 1907 används i Tasmanien (avsnitt 12.1.4). [62; 63; 64; 224; 243].[221]

12.1.2. Cincinnatimetoden (Cambridge, MA). Som sagts är en av de äldsta föreslagna metoderna att välja $r - Q$ röster slumpmässigt, trots den slumpfaktor detta innebär för fortsättningen. En sådan metod används vid val till stadsfullmäktige (och skolstyrelse) i staden Cambridge[222] i Massachusetts, USA [147]. Den version som används i Cambridge kallas (åtminstone där) Cincinnatimetoden.[223]

---

[217]Se fotnot 212 (s. 158).

[218]Förutsatt att så många överförbara röster finns. Om överskottet är större än antalet överförbara röster överförs alla.

[219]Metoden fördelar de överförda rösterna rättvist efter nästa namn, men om valsedlarna senare går vidare till följande namn så kan resultatet bli slumpmässigt (vilket påpekas redan i [64]). Exempel: Antag att 3 mandat skall väljas, och att 1000 röstar, av vilka 510 röstar med rangordningen ABC och 490 med rangordningen ABD. Droops kvot är 251. Först väljs A, med ett överskott $1000 - 251 = 749$, och eftersom alla valsedlar har samma andranamn väljs 749 av valsedlarna slumpmässigt. Sedan väljs B, och nu räknas tredjenamnet, och vem som till sist väljs av C och D beror på vilken av dem som hamnade på flest av de 749 valsedlar som valdes som överskottsröster för A. Sannolikheten att D väljs är 14%.

[220]Andrew Inglis Clark (1848–1907), tasmansk politiker och domare.

[221]Namnen Hare–Clark och Gregory för metoderna användes redan 1909. [64]

[222]Hem för de kända universiteten Harvard och MIT.

[223]I Massachussetts vallag [148] anges istället Andræs metod, se avsnitt 12.1.3, men enligt § 16(b) i samma lag tillåts städer att använda vilken som helst annan metod som användes i någon stad i USA 1/1 1938; metoden användes tydligen då i Cincinnati. (Lagtexten är visserligen upphävd, men får fortsätta användas av städer som infört STV.)

STV, CINCINNATIMETODEN. *Beräkna kvoten* $n = \langle r/(r-Q)\rangle$ *(avrundad till närmaste heltal) och sedan ta var n:te röst i den ordning de räknats.*[224] *Mer precist överförs rösterna med nummer* n, $2n$, $\ldots$, *och vid behov fortsätter man med* $n+1$, $2n+1$, $\ldots$, *tills* $r-Q$ *röster har överförts. Ickeöverförbara röster hoppas över, så man överför verkligen* $r-Q$ *röster till andra kandidater.*

Detta görs bara med överskott från de kandidater som valts på sina förstahandsröster; i fortsättningen slutar man att överföra röster till kandidater så snart de är valda och ytterligare överskott uppkommer inte [147].[225]

12.1.3. Andræs metod. I Andræs metod, se avsnitt 12.3.1, användes följande [19; 194; 253; 267; 343]:

STV, ANDRÆS ÖVERFÖRINGSMETOD. *Rösterna räknas i slumpmässig ordning, och en kandidat som uppnår kvoten blir vald. Valda personer betraktas omedelbart som obefintliga på följande valsedlar, så att varje valsedel räknas för det första namn som inte är valt.*

På detta sätt uppstår aldrig något synligt överskott. Metoden är i stort sett ekvivalent med att de sist räknade rösterna ses som överskott, men detta kompliceras av att flera kandidater kan ha uppnått kvoten, så att överföringarna sker parallellt.

Denna metod används också i Hares ursprungliga förslag avsnitt 12.3.2 och i Massachusetts (nu upphävda) vallag för proportionella val [148][226] (se fotnot 223). Jag känner inte till något fall där den används nu.

12.1.4. Gregorymetoden (Tasmanien). Metoder där överförda röster inte väljs mer eller mindre slumpmässigt utan alla aktuella röster överförs, men eventuellt med lägre värde än det ursprungliga, kallas ofta Gregorymetoder.[227] Varje valsedel startar med röstvärdet 1.

STV, GREGORYMETODEN, ORIGINALVERSION. *Röster överförs bara från den grupp som senast tillgodoräknades den kandidat som just valts.*[228] *Om det finns* N *röster i denna grupp överförs varje röst med värdet* $(r-Q)/N$.

När en kandidat elimineras överförs alla valsedlar med bibehållet röstvärde.

[224] Rösterna räknas valdistrikt för valdistrikt, med valdistrikten i slumpmässig ordning, så metoden ger en proportionell fördelning på valdistrikten av de överförda rösterna. Räkningen sker elektroniskt, med optisk avläsning av valsedlarna.

[225] Här är [147] i överensstämmelse med [148]. Men Wikipedia tycks mena annorlunda [348].

[226] Där specificeras också att om ickeöverförbara röster förekommer under den första räkningen (före elimineringar), på grund av att alla namn på dem redan blivit valda, så skall de bytas ut mot de senast räknade överförbara rösterna som tillgodoräknades deras första namn.

[227] J. B. Gregory, matematiker i Melbourne som föreslog metoden 1880. [64; 223]

[228] Se fotnot 212 (s. 158).

Vid överföring från en eliminerad kandidat överförs rösterna gruppvis, efter deras värde (i avtagande ordning).[229] Detta ger lätt många steg och många överföringar av små grupper, men har fördelen att när röster skall överföras från en kandidat som valts har alla röster i den sista gruppen samma värde.

Metoden användes först i Tasmanien 1907 (och har där använts vid delstatsval sedan dess).[230] Denna version av STV kallas i Australien Hare–Clark, se avsnitt 12.1.1 och appendix D.5.

12.1.5. Gregorymetoden (Irländska senaten).[231] Vid val av panelledamöter till den irländska senaten (se appendix D.14) [89] används en liten variant av Gregorymetoden i avsnitt 12.1.4 där man endast bryr sig om de *överförbara* rösterna i den grupp som skall överföras (den grupp röster som sist tillgodoräknats den just valda kandidaten).[232] Om det i den gruppen finns N överförbara rösterna med ett sammanlagt värde t och $t > r - Q$ överförs varje röst med det nya värdet $(r - Q)/N$; om däremot $t \leq r - Q$ överförs alla röster med bibehållet värde. Eftersom alla röster i gruppen har samma värde kan detta också uttryckas som att rösterna överförs med värdet $\min\{x, (r-Q)/N\}$, där x är röstens gamla värde; värdet av en röst kan alltså aldrig öka.[233] [234] [235]

Vid överföring från en eliminerad kandidat överförs rösterna gruppvis, efter den ordning de överförts till kandidaten. (Som i fotnot 229.)

Samma metod används i Nordirland (för val till regionala parlamentet och Europaparlamentet liksom för lokalval [122; 123; 124]), med skillnaden att röster från en eliminerad kandidat överförs i grupper efter rösternas värde (i avtagande ordning). Denna version används också vid delstatsval i Australian Capital Territory [57; 58] och i det detaljerade förslaget hos Electoral Reform Society [291].

---

[229] I Tasmaniens ursprungsversion från 1907 överförs rösterna gruppvis efter den ordning i vilken de tillfallit den nu eliminerade kandidaten. Detta kan ge ännu fler smågrupper.

[230] I Tasmanien beräknas vid en överföring för varje kvarstående kandidat det totala värdet på de överförda rösterna, och detta värde avrundas nedåt till heltal. Varje kandidats röstvärde är alltså hela tiden ett heltal, liksom alla överskott. I lokalval i Tasmanien räknas med två decimaler. [65]

[231] Versionen kallas på engelska ofta *Senate Rules.*

[232] Se fotnot 212 (s. 158).

[233] Vi har alltså $t = Nx$, så $r - Q > t \iff (r - Q)/N > x$; detta kan inträffa om det finns ickeöverförbara röster (till skillnad från versionen i avsnitt 12.1.4.

[234] Vid senatsval i Irland avrundas kvoterna nedåt till 3 decimaler. I vallagen formuleras detta som att varje röst startar med ett röstvärde 1000, och alla produkter avrundas nedåt till heltal. Observera att detta betyder att även Droops kvot beräknas på dessa röstvärden, vilket är samma sak som att räkna kvoten med tre decimaler, mer precist $R/(M + 1)$ avrundad uppåt till tre decimaler.

[235] Wikipedia [348] tycks beskriva metoden fel, åtminstone när detta skrivs..

12.1.6. Inklusiv Gregorymetod.[236] Senatsval i Australien [54, Section 273] använder sedan 1983 en modifikation av Gregorymetoden där *alla* valsedlar överförs från en vald kandidat;[237] denna metod används också vid delstatsval i South Australia och Western Australia [223; 243]. (När en kandidat väljs enbart på förstahandsröster blir det ingen skillnad mot Gregorys ursprungliga version.)

STV, INKLUSIV GREGORYMETOD. *När en kandidat valts överförs alla kandidatens valsedlar till nästa namn, alla med samma nya värde som beräknas som* $(r-Q)/N$ *där* r *är kandidatens röstetal (beräknat som summan av röstvärdena på de valsedlar som just då gäller för kandidaten*[238]*) vid det tillfälle kandidaten blivit vald (genom att* $r \geq Q$*) och* N *är antalet valsedlar som gäller för kandidaten*[239].

När en kandidat elimineras överförs alla valsedlar med bibehållet röstvärde.

Ett problem med denna version[240] är att en röstsedel som i ett steg överförs med ett lågt röstvärde kan överföras i ett senare steg till en annan kandidat med ett högre röstvärde, vilket kan ses som att denna röstsedel ges större inflytande än andra, se Farrell och McAllister [223] för detta och för ett konkret exempel från Western Australia 2001.

12.1.7. Viktad inklusiv Gregorymetod.[241] En variant av Gregorymetoden är att olika valsedlar överförs med olika röstvärden, beroende på deras tidigare värde.

STV, VIKTAD INKLUSIV GREGORYMETOD. *När en kandidat valts så överförs samtliga valsedlar som deltagit i valet av denna till sitt nästa namn, varvid varje valsedel får sitt röstvärde multiplicerat med* $(r-Q)/r$ *och räknas i fortsättningen bara med det nya värdet.*

När en kandidat elimineras överförs varje valsedel till nästa namn med oförändrat röstvärde.

Denna version kan vara opraktisk för manuell räkning eftersom varje valsedel har ett individuellt röstvärde, som beror på vilka kandidater valsedeln deltagit i tillsättandet av.

Metoden är matematiskt attraktiv och synes fördela överskottet rättvist, om ordningen i vilken överskott överförs och kandidater väljs är given. Däremot tycks den (åtminstone av några få exempel att döma; jag känner inte till

---

[236] På engelska kallad *inclusive Gregory method* [223].

[237] Senaten införde STV 1948 men använde till 1983 metoden i avsnitt 12.1.1 [223].

[238] Summan avrundas nedåt till heltal; jag vet inte om det är av praktiska skäl eller historiska eller psykologiska, för att uppehålla fiktionen av att det är ett *antal* röster; jag ser ingen matematisk anledning till avrundning.

[239] En del av dessa valsedlar kanske inte är överförbara genom att de inte har något nytt namn de kan föras över till; dessa ignoreras i fortsättningen men räknas med i N. En alternativ version vore att låta N vara antalet valsedlar som verkligen förs över till någon annan.

[240] Liksom med versionen i avsnitt 12.1.5, fast kanske mer sällsynt där.

[241] På engelska kallad *weighted inclusive Gregory method* [223].

något systematiskt studium) vara mer känslig än andra versioner för förändringar i denna ordning, se exempel 12.2. Se även [223] för jämförelser med andra Gregorymetoder.

Denna metod föreslogs redan ca 1890 av Edvard Phragmén, se avsnitt 12.3.5, men fick då ingen uppmärksamhet.[242] Den har återupptäckts på senare tid och metoden används sedan 2007 för lokalval i Skottland [126, rule 48]. Den infördes också i Minneapolis (Minnesota, USA) 2009 för några platser i två kommunala nämnder [149]. Metoden var även föreslagen i British Columbia (Kanada) 2005, men fick inte tillräcklig majoritet i en folkomröstning[243] [301].

12.1.8. Meeks metod. Brian Meek[244] [283; 284] föreslog 1969 en ny version av STV.[245] Liksom i den viktade inklusiva Gregorymetoden överförs alla röster från en vald kandidat, med sina tidigare röstvärden multiplicerade med lämplig faktor. Det radikalt nya i Meeks metod är att röster överförs även till en kandidat som redan är vald; denna kandidat får då ett större överskott än tidigare, vilket medför att andelen av röstvärdet som överförs från denna kandidat ökar (för alla röster, även t.ex. kandidatens förstahandsröster). Detta leder typiskt till loopar där röster överförs fram och tillbaka mellan kandidater varför Meeks metod leder till ett system ickelinjära ekvationer som skall lösas; i praktiken kräver detta datorberäkningar. (Se [252] för ett program.)

En fördel med metoden är att alla överföringar sker samtidigt, viket undviker problemet i traditionella metoder att ordningen mellan överföringarna (vilken ibland beror på rätt godtyckliga regler) kan spela roll. (Naturligtvis finns exempel med konstigt beteende, t.ex. icke-monotonicitet, även med Meeks metod; se avsnitt 12.5.2 och [245].)

Meek baserade sin metod på två principer:

(1) *Om en kandidat elimineras skall alla valsedlar behandlas som om kandidaten aldrig funnits.*

(2) *Om en kandidat når kvoten behåller kandidaten en fix andel av varje röst på kandidaten, medan resten överförs till nästa icke-eliminerade kandidat (vare sig denna nått kvoten eller ej). Andelen som behålls bestäms så att sammanlagda röstvärdet som behålls av kandidaten är exakt kvoten.*

Matematiskt kan metoden beskrivas på följande sätt: I varje steg av STV är, som beskrivits ovan, varje kandidat antingen *vald*, *eliminerad* eller *hoppfull*. I varje steg skall varje kandidat i tilldelas en *vikt* w_i med $0 \leq w_i \leq 1$; en eliminerad kandidat har vikt 0 och en hoppfull kandidat vikt

---

[242] Metoden föreslogs för Sverige i en riksdagsmotion av Lars Brock 1904 [21, s. 69]; året efter föreslog han istället metoden i avsnitt 12.1.4 (åtminstone ungefär; en del detaljer saknades) såsom enklare [22, s. 60].

[243] 57,69% röstade för men 60% krävdes. I en ny folkomröstning 2009 fick förslaget bara 39% av rösterna.

[244] Brian Lawrence Meek (1934–1997), engelsk datavetare.

[245] Också, oberoende, föreslagen av Woodall [353].

1, så det är bara de redan valda kandidaternas vikter som skall fastställas. Innebörden av vikten är att kandidaten behåller en andel w_i av varje röst eller del av röst som läggs på eller förs över till kandidaten; resten överförs till nästa kandidat på valsedeln om någon sådan finns, annars är denna del av rösten *förlorad* såsom ickeöverförbar. En valsedel ABC räknas alltså som en röst fördelad på

$$\begin{array}{ll} A & \text{med värde } w_A \\ B & \text{med värde } (1-w_A)w_B \\ C & \text{med värde } (1-w_A)(1-w_B)w_C, \end{array}$$

medan återstoden $(1-w_A)(1-w_B)(1-w_C)$ är förlorad. (Observera att om $w_i = 1$ för någon kandidat på valsedeln får följande kandidater 0, och inte heller förloras något.) Dessa röstvärden summeras för alla valsedlar, vilket ger kandidat i ett sammanlagt röstvärde V_i, och en sammanlagd förlust F (med $\sum_i V_i + F = R$, totala antaler röster).

Meeks metod går ut på att finna sådana vikter w_i så att varje vald kandidat har röstvärde $V_i = Q$, där kvoten Q beräknas som $Q = (R - F)/(M+1)$, dvs. som oavrundad Droops kvot justerad för förlorade röster.[246] Denna beräkning innebär lösandet av ett ickelinjärt ekvationssystem, och sker i praktiken numeriskt med en iterativ metod. Man kan visa att det alltid finns en entydig lösning [252] (och att denna lösning har $Q > 0$ och alltså $w_i > 0$ för varje vald kandidat), förutsatt att

(i) det finns högst M valda kandidater;
(ii) det finns minst en hoppfull kandidat;
(iii) det finns en uppsättning vikter w'_i för vilken $V_i \geq Q$ för varje vald kandidat.[247]

STV med Meeks metod genomförs alltså genom att man startar med alla kandidater som hoppfulla. Så länge som antalet valda kandidater är mindre än M beräknas vikter w_i enligt ovan. Detta ger röstvärden V_i. Varje hoppfull kandidat med ett röstvärde $V_i \geq Q$ förklaras nu vald; om ingen sådan kandidat finns elimineras istället den väntande kandidat som har lägst röstvärde, och denna kandidats vikt sätts till 0. Detta upprepas tills sammanlagt M kandidater är valda. (I undantagsfall kan $M+1$ bli valda; i detta fall måste lottdragning ske mellen dem som uppnådde kvoten i sista steget. Eftersom $(M+1)Q = R - F$, dvs. det totala röstvärdet minus röstförluster, inträffar detta om och endast om inga röster givits eller förts över till någon annan ickeeliminerad kandidat än dessa $M + 1$. Fler än $M + 1$ kan

[246] Man börjar alltså med oavrundad Droops kvot $R/(M+1)$ men justerar denna dynamiskt under beräkningarna när röster inte kan överföras och därför förloras. Detta är i enlighet med [284] och [252], men är kontroversiellt, se [252, § 3.3]. Ett alternativ vore att använda oavrundad Droops kvot $Q = R/(M+1)$ hela tiden; i så fall gäller dock inte princip (1) ovan (t.ex. om det finns en röstsedel som bara tar upp en eliminerad kandidat). Se vidare [284].

[247] Dessa vikter används som startvärden i den iterativa algoritmen i [252]; vikterna växer aldrig under algoritmen, och därför gäller för lösningen $w_i \leq w'_i$.

aldrig uppnå kvoten.)[248] Observera att metoden är väldefinierad (förutsatt att sammanlagt minst M kandidater finns med på valsedlarna), eftersom villkoren (i)–(iii) är uppfyllda så länge antalet valda är mindre än M: (i) antas; (ii) följer eftersom, med $m > 0$ hittills valda, det förra steget slutade med ett sammanlagt röstvärde mQ för de valda och alltså för de hoppfulla $R - F - mQ = (M+1)Q - mQ = (M+1-m)Q > 0$; (iii) gäller eftersom villkoret uppfylls av de vikter som beräknades i steget innan.[249] (Villkoren gäller trivialt vid första steget, då ännu inga är valda.)

Villkoren gäller också när M är valda och valet är klart; man kan alltså beräkna definitiva vikter som ger varje vald kandidat ett röstvärde exakt Q (se exempel 12.1). Även om detta egentligen inte behövs för valresultatet kan det ha pedagogiskt värde, eller vara en utgångspunkt för analyser. En liten vikt w_i betyder att kandidaten fått många röster (inkl. överföringar) och alltså har starkt stöd; ett värde nära 1 att kandidaten nätt och jämnt nådde kvoten. Mer precist kan man se Q/w_i som det effektiva antalet röster på kandidat i; detta är antalet förstahandsröster på i plus det sammanlagda röstvärde som överförs till i från andra kandidater.

Meeks metod används för lokalval i Nya Zeeland i några kommuner, se appendix D.28 och [115; 116].[250]

12.1.9. Warrens metod. C. H. E. Warren föreslog 1983 en metod liknande Meeks [345]; skillnaden är att vid överföringar behåller en kandidat ett visst värde w_i av varje röst som förs över till kandidaten (istället för en viss andel av värdet som i Meeks metod), tills röstens hela värde är förbrukat. Om en röst förs över till kandidat i med värdet x så tillgodoräknas i alltså $\min\{w_i, x\}$, medan resten, $\max\{x - w_i, 0\}$ överrförs vidare. I övrigt är metoden precis som Meeks. (Se exempel 12.1.)

Beviset i [252] att Meeks metod är väldefinierad gäller (med små ändringar) även för Warrens metod; om villkoren (i)–(iii) i avsnitt 12.1.8 är uppfyllda finns det vikter w_i så att varje vald tilldelas exakt kvoten Q. (En skillnad är att för Warrens metod är själva vikterna w_i inte alltid entydiga,[251] men de resulterande röstvärdena V_i är entydigt bestämda, vilket är allt som behövs.)

[248] I varianten med fast kvot finns också möjligheten att bara M valda och hoppfulla återstår efter något steg, varvid dessa alla förklaras valda. Om kvoten ändras dynamiskt som ovan (standard i Meeks metod) kan detta inte inträffa: När bara $M+1$ kandidater återstår är genomsnittet av deras röstvärden $\sum_i V_i/(M+1)$ lika med Q; eftersom $V_i = Q$ för varje vald och det finns minst en hoppful måste $V_i \geq Q$ för någon hoppful, som alltså blir vald; följaktligen kan det inte ske någon ytterligare eliminering till bara M återstående.

[249] Detta visar också att vikterna w_i avtar (eller är lika) för varje steg, se fotnot 247.

[250] Lagtexten [115] bygger på implementeringen i [252], även om detaljer kan skilja. Till och med den pseudoslumptalsgenerator som vid behov används beskrivs explicit.

[251] Ett exempel är 2 mandat och 1000 röster AB, 1000 röster BA, 500 röster CD och 500 röster DC; kvoten är 1000 och med A och B valda kan man låta $w_A = w_B$ vara ett godtyckligt tal i $[\frac{1}{2}, 1]$.

Meeks och Warrens metoder ger ofta samma resultat, men motexempel kan lätt konstrueras; se [245] som diskuterar skillnaderna. Det finns olika uppfattningar om vilken metod som är bäst, men Meeks metod har f.n. mest stöd.

Såvitt jag vet används Warrens metod inte någonstans.

12.2. Exempel på STV

Exempel 12.1. Antag att 3 mandat skall väljas, och att 3998 röstar, av vilka 1100 röstar ABC, 980 BD, 959 CA och 959 DB. (B är en populär kandidat som attraherar väljare både till vänster och höger, kanske av olika skäl.) Droops kvot är 1000. I alla versioner väljs alltså A på sina förstahandsröster, men vi skall se att slutresultatet beror på vilken överföringsmetod som används. Vad som är mest rättvist i detta och liknande fall är inte självklart.

Irland (avsnitt 12.1.1), Gregory (avsnitt 12.1.4, avsnitt 12.1.5) : Först väljs A, med ett överskott på 100. Detta går helt till B som väljs med ett överskott på 80. Alla Bs 80 överskottsröster väljs bland de 100 som överförts från A, så dessa 80 överskottsröster går till C som får tredje mandatet. (För Gregorymetoden överförs alla 100, med en värde 0,8 var, så resultatet blir detsamma.) Valda: ABC.

Cincinnatimetoden (avsnitt 12.1.2): As överskott på 100 röster väljs ut (på det sätt som beskrivits ovan) bland As röster; i exemplet spelar det ingen roll hur detta sker, eftersom alla As röster är ABC. De första 20 överkottsrösterna överförs till B. Därefter är B vald, och resten av As överskott överförs till C, tills C blir vald. Valda: ABC även i detta fall.

Inklusiv Gregory (avsnitt 12.1.6): Alla As 1100 valsedlar överförs till B, med vikt $\frac{1}{11}$, alltså sammanlagt röstvärde 100. (Vi bortser här från ev. avrundning.) B väljs därför med 1080 röster, vilket ger ett överskott på 80. Alla valsedlar ABC och BD, som nyss räknats för B, överförs nu vidare till C resp. D, med samma nya värde $\frac{80}{2080} = \frac{1}{26} = 0{,}038$. Eftersom C får fler av dessa än D kommer C att få sammanlagt högst röstvärde (42,31 överförs till C mot 37,69 till D, vilket ger sammanlagt 1001,31 mot 996,69), så C får sista mandatet. Valda: ABC.

Viktad inklusiv Gregory (avsnitt 12.1.7): Alla As 1100 valsedlar överförs till B, med vikt $\frac{1}{11}$, alltså sammanlagt röstvärde 100. B väljs därför med 1080 röster, vilket ger ett överskott på 80. Alla valsedlar ABC och BD, som nyss räknats för B, överförs nu vidare till C resp. D, med sitt värde multiplicerat med $\frac{80}{1080} = \frac{2}{27} = 0{,}074$; detta ger ett röstvärde på 0,0067 för varje valsedel ABC och $0,074$ för varje valsedel BD. Alltså överförs 1100 valsedlar med ett sammanlagt värde 7,4 till C, och 980 valsedlar med ett sammanlagt värde 72,6 till D, och D får sista mandatet (med 1031,6 röster). Valda: ABD.

Meeks metod (avsnitt 12.1.8): I detta enkla fall blir resultatet detsamma som för viktad inklusiv Gregorymetod.[252] Valda: ABD.

Mer detaljerat händer följande. Kvoten är $Q = 3998/4 = 999{,}5$. I första steget blir A vald. A får vikt $999.5/1100 = 0{,}9086$ och röster med ett sammanlagt värde 100,5 överförs till B som blir vald. B får en vikt $999{,}5/1080{,}5 = 0{,}9250$ och röster överförs med ett sammanlagt värde 7,5 till C och 73,5 till D, varefter D väljs. (Om vi för enkelhets skull antar att alla röstsedlarna har ytterligare namn, så att inga röstförluster sker och kvoten fortfarande är 999,5, så är de definitiva vikterna $w_A = 0{,}9086$, $w_B = 0{,}8550$, $w_C = 1$, $w_D = 0{,}9078$.[253])

Warrens metod (avsnitt 12.1.9): Detta är mycket likt Meeks metod. Valda: ABD.

Om vi igen antar att valsedlarna har fler namn så att inga röstförluster sker och kvoten inte ändras är lösningen $w_A = \frac{1999}{2200} = 0.9086$, $w_B = \frac{899}{1939} = 0.4636$, $w_C = 1$, $w_D = \frac{1999}{3878} = 0.5155$.

Andræs metod (avsnitt 12.1.3): Rösterna räknas i slumpmässig ordning. När de första 1000 rösterna på A räknats blir A vald, och i fortsättningen räknas ABC som en röst på B. Det finns sammanlagt 2080 röster ABC och BD, och när de första 2000 av dessa räknats kommer 1000 att ha tillgodoräknats A och 1000 B, som också väljs. De resterande 80 rösterna ABC och BD kommer att tillgodoräknas C resp. D, och vem av dem som får det tredje mandatet beror alltså på om det råkar finnas flest röster ABC eller BD bland dessa 80. Om rösterna är väl blandade är sannolikheten att C vinner (efter ev. lottdragning vid likhet) 70,0%. Valda: ABC (70% sannolikhet) eller ABD (30% sannolikhet).

Exempel 12.2. Antag att i exempel 12.1 20 väljare ändrar sig från DB till BD; alltså 3998 röster av vilka 1100 ABC, 1000 BD, 959 CA och 939 DB.

I detta fall uppnår både A och B kvoten med sina förstahandsröster och väljs direkt. Irlands metod, Cincinnatimetoden och alla Gregorymetoder ger hela As överskott till C; dessa metoder väljer alltså ABC. Meeks metod och Warrens metod väljer fortfarande ABD.

---

[252] Med oavrundad Droops kvot 999,5, men skillnaden spelar ingen roll i detta fall.

[253] Vikterna ges av ekvationerna $1100w_A = 999{,}5$, $1100(1-w_A)w_B + 980w_B + 959(1-w_D)w_B = 999{,}5$, $980(1-w_B)w_D + 959w_D = 999{,}5$. Eliminering leder till andragradsekvationerna

$$571060w_B^2 - 1135880w_B + 553723 = 0,$$
$$7438004w_D^2 - 15734404w_D + 8153921 = 0,$$

med de exakta lösningarna

$$w_B = \frac{283970 - 3\sqrt{176299645}}{285530},$$
$$w_D = \frac{561943 - 6\sqrt{176299645}}{531286}.$$

Detta kan ses som ett stöd för att man bara överför den senaste gruppen valsedlar i Gregorymetoden; jmf exempel 12.1 där viktad inklusiv Gregorymetod väljer ABD.

Exemplet visar också att den viktade inklusiva Gregorymetod kan vara speciellt känslig för förändingar i ordningen som kandidater väljs och överskott fördelas; C fick 100 röster överförda från A, men i exempel 12.1 bara 7,4 röster, och detta på grund av en ändring av ett mindre antal (20) röster som varken innehöll C eller A. Detta kan ses som en diskontinuitet hos metoden. Exemplet kan naturligtvis skärpas så att bara en röst gör stor skillnad; ett sådant exempel, snarlikt vårt men mer drastiskt, finns i [301].[254]

Exempel 12.3. Samma resultat som i exempel 12.2 får man om 20 väljare ändrar sig från CA till BD i exempel 12.1, alltså 3998 röster av vilka 1100 ABC, 1000 BD, 939 CA och 959 DB.

För viktad inklusiv Gregorymetod ser vi alltså att om vi byter tillbaka, vilket ändrar vissa röster utan C till förstahandsröster för C, kommer C att förlora sin plats. Detta är ett exempel på ickemonotonicitet, se vidare avsnitt 12.5.2.

12.3. Avvikande versioner av STV

Vi tar här upp några versioner av STV som skiljer sig från STV i nuvarande form, och som numera bara har historiskt intresse. Se också Phragméns besläktade metod i kapitel 13.

12.3.1. Andræs metod. I Andræs ursprungliga valmetod som infördes i Danmark (för indirekta val) 1855 skedde inga elimineringar. Varje valsedel

[254] Exemplet är 3 mandat, 4501 röster ABC, 2499 röster BD, 1200 röster C, 1800 röster D, och (oavrundad) kvot $10000/4 = 2500$. Med viktad inklusiv Gregorymetod väljs först A, sedan B, varefter 889,3 röster överförs till C och 1110,7 till D som blir vald.

Om en röst ändras så att rösterna är 4500 ABC, 2500 BD, 1200 C, 1800 D, så väljs A och B direkt varefter 2000 överförs till C, som väljs, och 0 till D. [301]

får innehålla högst så många kandidater som skall väljas. Räkningen sker i tre steg [73; 19][255] [256]

(1) *Rösterna räknas i slumpmässig ordning. Endast förstanamnen räknas, och en kandidat som uppnår kvoten blir vald. Valda personer betraktas omedelbart som obefintliga på följande valsedlar, så att varje valsedel räknas för det första namn som inte är valt. (Se avsnitt 12.1.3).*
(2) *Om inte tillräckligt många blivit valda i första steget väljs även de som nu har flest röster, förutsatt att de har mer än hälften av kvoten.*
(3) *Om fortfarande inte tillräckligt många blivit valda räknas rösterna igen. Man bortser från de redan valda och räknar endast så många ytterligare namn på varje valsedel som det finns platser kvar att besätta, men bortser nu från ordningen mellan dem; de med flest röster väljs. (Som*

---

[255]" § 22. Valghandlingen aabnes af Formanden og tager sin Begyndelse dermed, at han eftertæller de indkomne Stemmesedler. Det udkomne Tal deles med Antallet af de Rigsraadsmedlemmer, som skulle vælges for Kredsen, og den her ved fremkomne Kvotient, med Bortkastelse af Brøken, lægges til Grund for Valget overensstemmende med næstfølgende Paragraf.

§ 23. Efterat Stemmesedlerne ere nedlagte og blandede i en Urne, fremtages de een for een af Formanden, der forsyner dem. med Løbenummer og oplæser det første paa enhver af dem anførte Navn, hvilket samtidigt nedskrives af tvende af Valgbestyrelsens andre Medlemmer. De Sedler, paa hvilke det samme Navn er anført øverst, lægges sammen, og saasnart et Navn er forekommet saa ofte, at de derpaa faldne Stemmer have naaet den i Medfør af § 22 udfundne Kvotient, standses der med Oplæsningen. Naar en Eftertælling af Stemmesedlerne har godtgjort Rigtigheden af det nedskrevne Stemmeantal, erklæres den Paagjældende for valgt. De saaledes eftertalte Stemmesedler komme foreløbigen ikke i videre Betragtning. Derpaa fortsættes med Oplæsningen af de tilbage staaende Stemmesedler, dog saaledes at, hvor paa nogen af disse den allerede Valgtes Navn findes som det første, udslettes dette, og det næste Navn betragtes da som først skrevet. Fremkommer paany den forannævnte Kvotient af Stemmer for Nogen, forholdes atter paa den nys beskrevne Maade, og naar dette Valg derved er blevet afgjort, fortsættes atter Oplæsningen med Iagttagelse af den foran beskrevne Fremgangsmaade, saaledes at Navnene paa de allerede Valgte, hvor de ere først anførte, udslettes, indtil samtlige Stemmesedler ere gjennemgaaede.

§ 24. Forsaavidt ikke ad denne Vei det hele Antal Valg naaes, som skal haves for Kredsen, undersøges det, hvem der derefter har naaet det største Antal af de oplæste Stemmer, og efter den saaledes fundne Stemmeflerhed afgjøres de tilbagestaaende Valg, dog at Ingen kan erkjendes for valgt, som ikke har erholdt over Halvdelen af den forannævnte Kvotient af Stemmer. Ere Stemmerne lige, gjør Lodtrækning Udslaget.

§ 25. Forsaavidt ikke endnu alle Valg herved ere opnaaede, foretages en fornyet Oplæsning af samtlige afgivne Stemmesedler, saaledes at der af de paa hver af disse øverst anførte Mænd, som ikke allerede have naaet Valg, medtages saamange, som der staa Valg tilbage. Valget bestemmes da ved simpel Flerhed af de saaledes afgivne Stemmer. Ere Stemmerne lige, gjør ogsaa her Lodtrækning Udslaget.

§ 26. Naar kun et enkelt Medlem skal vælges, følges ikke den i foranstaaende §§ 22-25 foreskrevne Fremgangsmaade, idet Valget i saa Tilfælde afgjøres ved simpel Stemmeflerhed, dog at ved Stemmelighed Lodtrækning gjør Udslaget." [73]

[256]Andræ själv ville ha en enklare version med bara två steg, utan steg (3), vilket är samma som Hares förslag avsnitt 12.3.2. [253]

i majoritetsval i flermannavalkretsar, appendix A.7, vilket var vanligt på 1800-talet.)

Metoden användes i Danmark 1856–1953 (från 1866 för indirekta val till Landstinget, riksdagens första kammare); till 1915 med Hares kvot (enkel valkvot) avrundad nedåt och sedan med Droops kvot. Samma metod (också med Hares kvot) föreslogs i Sverige 1896 av regeringen i en proposition om en rösträttsreform;[257] [258] propositionen röstades dock ned i riksdagen, se appendix C.

12.3.2. Hares ursprungliga version. Hares ursprungliga förslag var mycket likt Andræs (avsnitt 12.3.1), med räkning som i avsnitt 12.1.3, dvs. som i (1) ovan; skillnaden är att inget minsta röstetal krävdes i (2) ovan, så att steg (3) bortföll.[259] [267]

12.3.3. En annan version av Hare. Hare presenterade 1860 [240] metoden i en något annorlunda version där överskott inte hanteras som i avsnitt 12.1.3 utan först, som vanligt, alla förstaröster räknas. De röster som skall överföras från en vald kandidat väljs sedan med företräde för de med flest ytterligare namn angivna. (Eftersom dessa väljare har lagt ned mest eftertanke och arbete, enligt Hare [240, s. 346].) Bland röster med lika många ytterligare namn väljs enligt någon fast regel; t.ex. beroende på vilken ordning rösterna avgivits. (Hares förslag kom under en tid då röstningen föregick öppet och inte hemligt.) I övrigt räknas som i avsnitt 12.3.2, utan elimineringar.

---

[257] Propositionen påpekar att den enda skillnaden mot den danska metoden är att, för enkelhets skull, alla kvarvarande namn räknas i det sista steget. [19, s. 11]

[258] "Der vid riksdagsmannaval flere riksdagsmän skola väljas, iakttages vid valet:

att, sedan aflemnandet af valsedlar afslutats, alla valsedlarne upptagas och oöppnade räknas, hvarefter det erhållna antalet delas med antalet af riksdagsmän, som skola väljas, och det sålunda uppkomna qvottal, med utelemnande af bråk, lägges till grund för röstberäkningen;

att valsedlarna derpå, hvar efter annan, öppnas, förses med löpande nummer, alltefter-som de öppnas, och fördelas efter det å hvarje valsedel först förekommande namn, intill dess någon finnes vara först upptagen å så stort antal valsedlar, som motsvarar qvottalet, då han förklaras vald;

att öppnandet af valsedlarne derefter fortsättes i enahanda ordning men med iakttagande deraf att, der den å valsedel först upptagne finnes vara redan förklarad vald, hans namn öfverkorsas och närmast följande namn å person, som icke redan är vald, räknas såsom det första å valsedeln;

att, der föreskrifvet antal riksdagsmän ej, sedan alla valsedlarne öppnats, är valdt, de, som, med frånräknande af redan valde, funnits vara först upptagne å största antalet valsedlar, skola, så framt detta antal tillika öfverskjuter hälften af qvottalet, förklaras valde, samt

att, om ändock ej samtlige riksdagsmän för valkretsen blifvit utsedde, antalet fylles af dem, som, oberäknadt de redan valde, vid förnyadt genomgående finnas vara upptagne å de flesta afgifna valsedlar, utan afseende å den ordning, hvari namnen förekomma.

Äro i något fall rösterna lika, skilje lotten." [19, s. 2]

[259] Hare tänkte sig, rätt orealistiskt, detta för hela England som en valkrets, och tänkte sig en räkning först i varje distrikt, och sedan vid behov gemensamt. [267]

Hare införlivade elimineringar i sin metod 1865 [253; 267]. (Hare föreslog senare också att de röster som skulle överföras valdes slumpmässigt bland samtliga aktuella valsedlar.)

12.3.4. Röstöverföring enligt kandidaternas önskemål. En variant av STV är att röstöverföringar inte styrs av väljarna utan av kandidaterna. En sådan version föreslogs av advokaten Walter Baily 1869 [208; 267]:

Varje kandidat har i förväg gjort upp en ordnad lista på andra kandidater som röster kan överföras till. Varje väljare röstar på en kandidat. Kandidater som uppnår kvoten blir valda. Om en kandidat X blir vald med fler röster än kvoten så går överskottsröster till den första personen på den valda kandidatens preferenslista, säg Y, som vanligt med överhoppande av redan valda eller eliminerade kandidater. (Om överskottsrösterna räcker för att välja denna person Y så fortsätter man alltså att överföra resten av överskottsrösterna till nästa person (Z) på X's lista; Y's lista kommer då inte till användning.) Om inte tillräckligt många väljs på detta sätt elimineras som vanligt den med lägst antal röster, och dessa röster fördelas på samma sätt efter den eliminerade kandidatens lista.

Resultatet kan bero på i vilken ordning överskotten från olika valda fördelas. Baily föreslog att man börjar med den valda kandidat som har minst överskott. (Motsatsen är lika tänkbar.)

12.3.5. Phragméns förslag – STV utan rangordning. Phragmén[260] föreslog[261] två förändringar i Andræs metod (avsnitt 12.3.1). (Hans förslag tycks aldrig ha använts.)

Dels föreslog han, för att komma ifrån slumpmomentet i Andræs metod, att överskottet för en vald kandidat skulle fördelas på alla valsedlar som räknades för kandidaten; han föreslog då vad som numera kallas den *viktade inklusiva Gregorymetoden* (avsnitt 12.1.7) där, vid överföring av överskottet från en vald kandidat, varje valsedels värde reduceras genom att multipliceras med den faktor som gör att deras sammanlagda värde blir överskottet.

Dels formulerade han sitt förslag för *oordnade valsedlar*, där ordningen på namnen är utan betydelse.[262] Han använde då följande princip:

---

[260] fotnot 276 (s. 181)

[261] Enligt Cassel [194], som kallar detta *Phragméns första metod*; Phragmén tycks sedan ha tappat intresse för metoden till förmån för vad [194] kallar *Phragméns andra metod*, vanligen kallad *Phragméns metod*, vilken beskrivs i kapitel 13. Flodström [228, s. 29–31] kallar metoden istället den *Eneströmska* (men använder samma exempel som Cassel [194]). Ett missförstånd?

[262] Phragméns motiv för valsedlar utan ordning är att annars kan ett partis röster splittras på så många förstanamn att ingen blir vald även om det samlade röstetalet överskrider kvoten flera gånger. (I modern STV löses detta problem genom elimineringar, som koncentrera rösterna på de återstående kandidaterna inom partiet, men Phragmén hade rätt i att det var en brist i Andræs metod.) Gissningsvis var Phragmén också påverkad av det då rådande majoritetsvalssystemet i Sverige där (i valkretsar med flera mandat) sådana valsedlar användes, se appendix A.7 och C.

Phragméns princip för oordnade valsedlar. *En valsedels överskottsvärde tillgodoräknas, fullt ut, varje icke redan vald kandidat på valsedeln.*

Varje namn på valsedeln får alltså valsedelns värde fullt ut; det delas inte på namnen. Men observera att så snart en kandidat från valsedeln valts så reduceras valsedels värde för övriga kandidater (till skillnad från majoritetsval, appendix A.7).

Om inte tillräckligt många uppnår kvoten och blir valda så väljs i Phragméns förslag den som nu har högst röstetal; alla valsedlar för den valda kandidaten är nu förbrukade och får värdet 0. (Det finns ju inget överskott att fördela, utan ett underskott som ignoreras.) Vid behov upprepas detta tills önskat antal är valda. Detta slutsteg är alltså som i Andræs metod i avsnitt 12.3.1 utan steg (3) ovan, dvs. som i Hares förslag i avsnitt 12.3.2.

Se [194] för exempel.

Anmärkning 12.4. Några elimineringar sker alltså inte. Observera att om bara en skall väljas utöver de som uppnått kvoten så blir resultatet detsamma som om man istället eliminerade de med minst antal röster; med oordnade valsedlar sker inga överföringar vid elimineringar och de kvarvarandes röstetal ändras inte, varför den sist kvarvarande är den med flest röster när elimineringarna startar. Om däremot fler återstår att välja vore elimineringar på vanligt sätt en sämre metod, eftersom då ingen hänsyn tas till vilka som står på samma valsedlar.

Exempel: 3 mandat, 4000 röster fördelade på 900 ABC, 850 DEF, 800 GHI, 750 JKL, 700 MNO. Droops kvot (oavrundad) är 1000, och Hares kvot är större. Ingen uppnår kvoten, och i Phragméns förslag väljs i ordning en av ABC, en av DEF och en av GHI (med lottning i varje grupp). Skulle istället elimineringar användas skulle alla elimineras utom ABC som skulle bli valda; ett otillfredsställande resultat. (Dessutom skulle detta ge ytterligare fall av icke-monotonicitet, se avsnitt 12.5.2: om 200 MNO-väljare bytte till ABC skulle ABC bara få ett av de tre mandaten.)

Om man vill modifiera metoden och införa elimineringar behövs alltså en bättre metod för elimineringarna.

Det totala värdet på valsedlarna (räknade en gång var, oberoende av antalet namn på dem, och inkluderande de där alla namn redan valts) när k kandidater har valts är $R - kQ$; detta visar att med Hares eller Droops kvot kan aldrig fler än M uppnå kvoten, och samma gäller med oavrundad Droops kvot utom i extrema undantagsfall (t.ex. när alla röstat på samma $M + 1$ kandidater).

Om alla väljare är partitrogna och röstar på varsin partilista (och ingen kandiderar för mer än ett parti) så blir resultatet med Phragméns förslag detsamma som i kvotmetoden med den valda kvoten. (Phragmén tänkte sig Hares kvot, men naturligtvis fungerar metoden lika bra med Droops kvot.)

12.3.5.1. *Svag rangordning av kandidater.* En nackdel med valsedlar utan rangordning är risken för dekapitering, se avsnitt 11.4. Cassel [194] beskriver därför också en modifierad version av Phragméns första metod, som skall förhindra detta:

PHRAGMÉNS PRINCIP FÖR OORDNADE VALSEDLAR MED STRECK. *Valsedeln får uppta två grupper med namn, skilda av ett streck. I första hand räknas valsedeln bara för namnen över strecket, men om alla dessa är valda räknas valsedeln för alla namnen. (Dvs. överskottet räknas nu för namnen under strecket.)*

Namnen under strecket kan alltså ses som reserver.

Idén med ett streck kan utvidgas till flera streck, dvs. att en valsedel får innehålla ett valfritt antal grupper av namn, där grupperna är ordnade men inte namnen inom varje grupp. Med andra ord anger varje valsedel en viss mängd kandidater med en *svag ordning*[263]. Rösterna räknas som ovan:

PRINCIP FÖR VALSEDLAR MED SVAG ORDNING. *En valsedel räknas nu för alla namn i den första grupp där det finns minst en ovald kandidat.*

(Annorlunda uttryckt: en valsedel räknas för varje namn som uppfyller att alla namn i tidigare grupper redan är valda.)

Ett specialfall är att ta steget fullt ut och kräva att alla namnen på en valsedel är rangordnade, som i andra versioner av STV.

Den allmänna versionen med svag ordning har jag aldrig sett diskuterad eller använd (den är min egen och inte Phragméns).

Svagt ordnande preferenslistor har diskuterats i samband med (standardversioner av) STV, se t.ex. Meek [284] och Hill [248]; enligt [248] har de använts i val i vissa organisationer. Men den metod för att hantera svaga ordningar som diskuteras där är annorlunda än Phragméns:

ALTERNATIV PRINCIP FÖR SVAGT ORDNADE VALSEDLAR. *En valsedel med en svag ordning anses som en bråkdels röst $1/K$ på varje ordning som kan fås genom att varje grupp av likaplacerade kandidater på valsedeln ordnas, där K är antalet sådana ordningar. (Om valsedeln har ℓ grupper med $k_1, \dots, k_\ell$ kandidater är $K = k_1! \cdots k_\ell!$.)*

Det vore intressant att jämföra de två olika metoderna att hantera svagt ordnade preferenslistor.

12.4. Samband med kvotmetoder

STV skiljer sig som sagt från de andra metoder som behandlas här genom att det inte bygger på partilistor. I praktikten, åtminstone vid allmänna val, förekommer ju ändå partier. STV ger väljarna möjlighet att blanda preferenser för kandidater från flera partier, men om väljarna väljer att inte göra så, så fungerar metoden som en kvotmetod.

Mer precist, antag att vi har partier A, B, C, ... med kandidater $a_1, a_2, a_3, \dots,$ $b_1, b_2, b_3, \dots,$ $c_1, c_2, c_3, \dots,$ och antag att alla väljare är partitrogna och bara röstar på kandidater från samma parti. Om för enkelhets

[263] Kallas även *total preordning.*

skull alla ett partis väljare röstar på sitt partis kandidater i samma ordning, så är det uppenbart att om ett parti får r_i röster så blir de första $\lfloor r_i/Q \rfloor$ kandidaterna från partiet valda i tur och ordning, varefter nästa kandidat har fått $r_i - \lfloor r_i/Q \rfloor \cdot Q$ överskottsröster; nu elimineras först alla följande kandidater från partierna (de har 0 röster), och därefter kandidaterna från de partier som har minst överskott. Resultatet blir alltså detsamma som i kvotmetoden med den valda kvoten, se avsnitt 3.1. (Vanligen Droops metod.)[264]

Även om detta är ett speciellt fall visar det att alla problem och paradoxer som kan uppkomma med en kvotmetod också kan uppkomma med STV, t.ex. Alabamaparadoxen avsnitt 5.7 och, om Droops kvot eller annan kvot avrundad till heltal används, möjligheten till negativt röstvärde avsnitt 6.1.

Deta samband med kvotmetoder motiverar också att STV betraktas som en proportionell valmetod. I praktiken ses en del avvikelser från exakt proportionalitet (räknat på förstahandsrösterna),[265] men de beror snarare på att metoden vanligen används med små valkretsar (t.ex. 3–5 mandat i Irland) än på metoden som sådan.

Om väljarna är partitrogna men rangordnar sitt partis kandidater på olika sätt kan mandatfördelningen mellan partierna bero på hur rösterna inom varje parti fördelas; ofta blir resultatet detsamma som med kvotmetoden men inte alltid.

Exempel 12.5 (Fritt efter Droop [208]). Antag att 7 mandat skall tillsättas och att vi har två partier A och B med kandidater a_1, a_2, a_3, a_4 och b_1, b_2, b_3, b_4. Antag först att Hares kvot används och att 360 röstar på A och 340 på B. Kvoten är då $Q_H = 700/7 = 100$.

Om alla röstar med ordningen $a_1a_2a_3a_4$ eller $b_1b_2b_3b_4$ blir då a_1, a_2, a_3, a_4 och b_1, b_2, b_3 valda.

Antag däremot att alla 360 A-väljarna röstar $a_1a_2a_3a_4$ men B-väljarna är uppdelade så att b_1, b_2, b_3, b_4 är förstanamn på minst 61 valsedlar var. Då kommer a_1, a_2, a_3 att väljas, och a_4 kvarstår med 60 röster. Men i nästa steg kommer a_4 att elimineras och b_1, b_2, b_3, b_4 att väljas. Ett minoritetsparti kan alltså få en majoritet av mandaten.

Droop [208] påpekade detta, och att detta ger utrymme till taktikröstning inom partierna. Droop framförde detta som ett argument mot Hares kvot, och påpekade att i detta exempel är Droops kvot $\lfloor 700/8 \rfloor + 1 = 88$ och A får alltid 4 mandat. Tyvärr kan det dock gå lika illa med Droops kvot i andra exempel; vi kan helt enkelt lägga till två partier C och D med 49 röster var i exemplet så blir Droops kvot 100 och resultaten blir som ovan (med C och D snabbt eliminerade).

[264]Detta gäller t.ex. approximativt i senatsval i Australien, där nästan alla väljare väljer att rösta på en partilista, se appendix D.5.

[265]I valet i Irland i februari 2011 fick de fyra största partierna (Fine Gael, Labour, Fianna Fáil, Sinn Féin) 36,1%, 19,4%, 17,4% och 12,6% av förstahandsrösterna men 76, 37, 20 resp. 14 av de 166 mandaten, dvs. 45,8%, 22,3%, 12,8% resp. 8,4%. Dessutom valdes 15 oberoende kandidater och 4 från två småpartier. Se [193, Table 5.2] för ett annat exempel från Irland.

12.5. Några egenskaper hos STV

Vi behandlar ett par allmänna egenskaper hos STV. För fler egenskaper som finns, eller inte finns, hos STV, se [355]. (Se också exempel 12.2 för diskontinuitet hos en version av STV. Jag vet inte i vilken utsträckning liknande exempel finns i andra versioner, men Meeks och Warrens metoder är kontinuerliga när det gäller fördelning av överskotten; däremot kan alla versioner visa liknande diskontinuitet vid elimineringar.)

12.5.1. Proportionalitet. STV räknas som en proportionell valmetod eftersom den fördelar mandat proportionellt mellan partierna i det fall att det finns (formella eller informella) partier och alla väljarna röstar strikt partitroget. Om alla väljare för ett parti röstar i samma ordning blir STV med Droops kvot (oavsett överföringsmetod) detsamma som Droops metod, se avsnitt 12.4.[266]

Om alla väljare är partitrogna och röstar på sitt partis alla kandidater, men olika väljare sätter kandidaterna i olika ordning, kan mandatfördelningen mellan partierna bli lite annorlunda än med Droops metod, se exempel 12.5. Fördelningen blir dock fortfarande proportionell[267] eftersom STV (med godtycklig överföringsmetod) uppfyller följande, på engelska kallat *Droop Proportionality Criterion (DPC)* [355]:[268]

Sats 12.6 (DPC). *För STV med kvot $Q \geq R/(M+1)$ gäller följande:*[269] *Låt k och ℓ vara heltal med $0 < k \leq \ell$. Om en grupp på mer än kQ väljare röstar på samma ℓ kandidater (men inte nödvändigtvis i samma ordning) som de ℓ första namnen på sina valsedlar så blir minst k av dessa kandidater valda.*[270]

Bevis. Låt $\mathcal{A}$ vara gruppen av dessa ℓ kandidater, och antag att det finns $r > kQ$ röster med hela $\mathcal{A}$ först (ensamma eller följda av andra kandidater). Så länge som det finns någon hoppfull i $\mathcal{A}$ kommer inga av dessa r röster att överföras till någon kandidat utanför $\mathcal{A}$, så totala röstvärdet för $\mathcal{A}$ är minst r.

Om $\ell - k$ av kandidaterna i $\mathcal{A}$ elimineras så att bara k återstår så är antingen dessa k redan valda, och saken är klar, eller så finns minst en hoppfull bland dem. I det senare fallet är det sammanlagda röstvärdet för

[266] Vi antar att varje parti har tillräckligt många kandidater, och att alla väljare röstar på alla partiets kandidater. För metoder som Meeks där kvoten kan justeras antar vi att varje parti har fler kandidater än som väljs så att inga röster förloras.

[267] Vad som är proportionellt har ju ingen precis definition och är delvis en smaksak.

[268] Formuleringen i Woodall [355] förutsätter $Q = R/(M+1)$; här formuleras resultatet allmännare, men för enkelhets skull inte på skarparst möjliga sätt för större Q.

[269] Normalt är kvoten $R/(M+1)$ eller $\lfloor R/(M+1) \rfloor + 1$, så detta gäller. Satsen gäller också, med triviala ändringar i beviset, om Q ändras dynamiskt efter förlorade röster som i Meeks metod avsnitt 12.1.8.

[270] Om det finns exakt kQ sådana väljare gäller detta fortfarande, med i stort sett samma bevis, förutsatt att $Q > R/(M+1)$, t.ex. för (avrundad) Droops kvot; om $Q = R/(M+1)$ finns motexempel, se exempel 12.8.

dessa k, enligt första stycket, minst $r > kQ$; om det finns h hoppfulla och alltså $k - h$ valda bland dem så har de valda röstvärdet $(k - h)Q$ och de hoppfulla alltså minst $r - (k - h)Q > hQ$, så genomsnittet är större än Q och minst en hoppfull har röstvärde större än Q och blir vald. Detta fortsätter tills alla k är valda. (Det finns ingen risk att valet avslutas innan dess genom att M blivit valda; om M är valda har de ett sammanlagt röstvärde $MQ \geq R - Q$, så högst Q återstår för alla hoppfulla, vilket är omöjligt när det finns en hoppfull med röstvärde mer än Q.)

Om å andra sidan inte $\ell - k$ ur $\mathcal{A}$ elimineras, så återstår hela tiden minst $k + 1$ ur $\mathcal{A}$ som valda eller hoppfulla. Slutar valet med att bara rätt antal icke-eliminerade återstår och därför alla blir valda så väljs alltså minst $k+1$ ur $\mathcal{A}$. Alternativet är att M kandidater uppnår kvoten. Om färre än k av dessa kommer från $\mathcal{A}$ så finns alltså minst en hoppfull kvar i $\mathcal{A}$ (faktiskt minst två), och enligt ovan har $\mathcal{A}$ då ett sammanlagt röstvärde minst r, så övriga kandidater har högst $R - r \leq (M + 1)Q - r < (M + 1 - k)Q$ röster, och speciellt kan högst $M - k$ av dem ha uppnått kvoten. Alltså har minst k ur $\mathcal{A}$ uppnåt kvoten och blivit valda. □

Om oavrundad kvot används ger en andel på över $k/(M+1)$ av rösterna alltså alltid minst k mandat. Detta kan uttryckas på följande ekvivalenta sätt. (Jfr följdsats 8.13.)

Följdsats 12.7. *För STV med kvot $Q = R/(M+1)$ (oavrundad Droops kvot) gäller följande:*[271] *Ett parti med en andel p av rösterna (och trogna väljare som röstar på partiets alla kandidater, möjligen i olika ordning men före ev. andra kandidater) får minst*

$$\lceil p(M + 1) \rceil - 1$$

mandat (förutsatt att partiet har minst så många kandidater).

Om inte $p(M + 1)$ är ett heltal är detta $\lfloor p(M + 1) \rfloor$ mandat, men om $p(M + 1)$ är ett heltal är det inte säkert att partiet får $p(M + 1)$ mandat.

Exempel 12.8. 2 mandat och 300 röster: 100 A, 100 B, 50 CD, 50 DC; oavrundad Droops kvot $Q = 300/3 = 100$. A och B väljs och partiet CD blir utan, trots att CD och DC tillsammans har Q röster, och alltså en andel $p = 1/3 = 1/(M + 1)$ av rösterna.

Om $p > 1/2$ är $p(M + 1) - 1 > (M + 1)/2 - 1 = (M - 1)/2$ och alltså $\lceil p(M + 1) \rceil - 1 \geq M/2$, och följdsats 12.7 (eller $k = \lfloor (M + 1)/2 \rfloor$ i sats 12.6) ger följande specialfall. (Jfr sats 8.14.)

Följdsats 12.9. *För STV med kvot $Q = R/(M+1)$ (oavrundad Droops kvot) gäller följande: Ett parti med en majoritet av rösterna (och trogna väljare som röstar på partiets alla kandidater, möjligen i olika ordning men före ev. andra kandidater) får minst hälften av mandaten (förutsatt att partiet*

[271] Resultatet gäller även vid dynamisk justering som i Meeks metod.

har så många kandidater); om M är udda får partiet alltså en majoritet av mandaten.

Detta är anledningen till att vissa rekommenderar att mandatantalet M skall vara udda i varje valkrets, se [254]. Andra bryr sig uppenbarligen inte, eftersom jämna M också är vanliga i praktiken, t.ex. för Australiens senat och på Nordirland, se appendix D.5 och D.31.

Observera att följdsatserna 12.7 och 12.9 förutsätter att oavrundad Droops kvot används. Med (avrundad) Droops kvot behöver, enligt sats 12.6, ett parti högst k röster fler än med oavrundad Droops kvot för att garanteras k mandat, vilket vid val med många väljare normalt är betydelselöst. Följdsatserna 12.7 och 12.9 gäller alltså nästan; men de gäller inte riktigt, vilket visas av följande exempel från [290; 276]; se även exempel 8.15 där vi kan tänka oss en kandidatlista för varje parti.

Exempel 12.10 ([290; 276]). Två partier med fyra kandidater var kämpar om 7 mandat. 800 röster fördelas:

$$\begin{array}{rl} 101 & ABCD \\ 101 & BACD \\ 101 & CABD \\ 98 & DABC \\ 100 & XYZW \\ 100 & YXZW \\ 100 & ZXYW \\ 99 & WXYZ. \end{array}$$

Med oavrundad Droops kvot $Q = 800/8 = 100$ väljs $ABCD$ och XYZ, eftersom D får tre överskottsröster från A, B och C.

Med (avrundad) Droops kvot $Q_D = 101$ väljs A, B, C varefter D elimineras; alltså väljs ABC och $XYZW$ och partiet $ABCD$ får bara 3 mandat trots att det har en majoritet av rösterna.

Specialfallet $k = \ell = 1$ i sats 12.6 säger bara att en kandidat med mer än Q förstahandsröster alltid blir vald, vilket ju är en av utgågspunkterna för STV och följer direkt av metodens utfomning. I detta fall har vi ett starkare resultat; det räcker med fler än $R/(M+1)$ förstahandsröster, alltså minst $Q_D = \lfloor R/(M+1) \rfloor + 1$ förstahandsröster, även om en större kvot (t.ex. Hares) används. Detta observerades redan av Droop [208][272] och var en viktig anledning till att Droop föreslog kvoten Q_D. Detta kan generaliseras till $\ell \geq 1$:

Sats 12.11. *För STV med kvot $Q \geq R/(M+1)$ gäller följande:*[273] *Låt ℓ vara ett heltal med $\ell \geq 1$. Om en grupp på minst Q_D, alltså mer*

[272] Droop betraktade för detta egentligen inte STV utan ett traditionellt majoritetsval utan röstöverföringar (SNTV, appendix A.8, eller röstning på flera kandidater med kumulering, appendix A.10), men argumentet är i stort sett detsamma.

[273] Detta gäller också, med triviala ändringar i beviset, om Q ändras dynamiskt efter förlorade röster som i Meeks metod avsnitt 12.1.8.

än $R/(M+1)$, väljare har samma ℓ kandidater (men inte nödvändigtvis i samma ordning) som de ℓ första namnen på sina valsedlar så blir minst en av dessa kandidater valda.[274]

Bevis. Låt $\mathcal{A}$ vara gruppen av dessa ℓ kandidater, och antag att det finns $r > R/(M+1)$ röster med hela $\mathcal{A}$ först (ensamma eller följda av andra kandidater). Antag att inte någon i $\mathcal{A}$ blir vald.

Om alla i $\mathcal{A}$ elimineras utom en kandidat, säg X, så har alla dessa r röster överförts till X som alltså har ett röstvärde $r > R/(M+1)$. För att även X skall elimineras måste det finnas minst M andra kandidater som är valda eller hoppfulla, och alla dessa måste ha röstvärde minst r. (De valda har röstvärde Q, och $Q > r$ ty annars skulle X väljas och inte elimineras.) Alltså har, medräknat X, minst $M+1$ kandidater röstvärde minst r, men $(M+1)r > R$, en motsägelse.

Alltså kan inte hela gruppen $\mathcal{A}$ elimineras. Om ingen av dem blir vald måste därför M andra kandidater uppnå kvoten Q, men eftersom sammanlagda röstvärdet i $\mathcal{A}$ är minst r blir det sammanlagda röstvärdet då minst $r + MQ > R$, en motsägelse. □

Sats 12.11 kan inte generaliseras till $k > 1$; det räcker inte alltid med kQ_D röster (ens på en enda partilista i samma ordning) för att säkert få k mandat om man använder en kvot $Q > Q_D$, t.ex. Hares kvot.

Exempel 12.12. STV med 2 mandat och 60 röster, fördelade på följande sätt:

44	AB
16	C

Hares kvot $Q_H = \frac{60}{2} = 30$ och Droops kvot $Q_D = \frac{60}{3} + 1 = 21$. Om Hares kvot används väljs alltså A med ett överskott på 14 som går till B, men C tar det andra mandatet. Partiet AB får alltså bara 1 mandat trots att de har mer än $2Q_D$ röster. (Med Droops kvot väljs AB, i enlighet med sats 12.6.)

12.5.2. Ickemonotonicitet. Det är välkänt att STV inte är monoton; en kandidat kan i vissa fall förlora på ett ökat stöd. En viktig anledning till detta är elimineringarna; om några röster flyttar en kandidat A högre upp (eller lägger till A, t.ex. först) kan detta leda till att en annan kandidat B elimineras istället för en kandidat C, och för vissa fördelningar av andrahandsrösterna kan sedan C bli vald istället för A. Detta kan inträffa redan vid ett mandat (dvs. AV, se appendix A.4) och tre kandidater, vilket visas av följande exempel, hämtat från Woodall [356] som analyserar fenomenet i detalj. (Se också [270], [172] och [330], där bl.a. olika sannolikhetsberäkningar för fenomenet görs.)[275]

[274] Om det finns exakt $R/(M+1)$ sådana väljare och $Q > R/(M+1)$ (t.ex. Droops kvot) så blir också minst en av kandidaterna vald, utom i fall där det sker lottdragning och dessa kandidater har otur.

[275] Tyvärr är det omöjligt, se Woodall [354], att konstruera ett valsystem, även för val av bara en person, som är monotont och uppfyller egenskapen (som STV har) att senare

Exempel 12.13. STV med 1 mandat (AV, appendix A.4). 30 röster, fördelade på följande sätt:

$$\begin{array}{ll} 11 & ABC \\ 10 & BCA \\ 9 & CAB \end{array}$$

Droops kvot är 15 (oavrundad) eller 16 (avrundad); i vilket fall som helst når ingen kandidat kvoten med sina förstahandsröster, C elimineras, och 9 röster förs över till A som vinner mandatet.

Skulle istället 2 röster BCA ändras till ABC skulle istället B elimineras varefter C får mandatet.

Om fler än ett mandat delas ut kan även tillägg av nya valsedlar med bara en viss kandidat på göra att denna kandidat förlorar sin plats (på grund av att kvoten ändras vilket ändrar röstöverföringar), se följande exempel från [355], där flera olika typer av (icke)monotonicitet definieras och studeras.

Exempel 12.14. STV med 2 mandat och 300 röster, fördelade på följande sätt:

$$\begin{array}{ll} 30 & AB \\ 90 & AC \\ 59 & BD \\ 51 & CB \\ 70 & D \end{array}$$

Droops kvot (oavrundad) är 100. A väljs med ett överskott 20; detta fördelas (av varje ickeslumpmässig metod) proportionellt, med 5 till B och 15 till C; därefter har B 64 mot C 66 och D 70, så B elimineras och efter överföring blir D vald. Resultat: AD.

Om D får ytterligare 24 förstahandsröster så ändras kvoten till $324/3 = 108$, och A:s överskott är 12, vilket fördelas med 3 till B och 9 till C. Nu elimineras istället C, och efter överföring blir B vald. Resultat: AB.

En annan anledning till att STV inte är monoton är metoden för överföring av överskott, åtminstone i vissa versioner, se exempel 12.3.

Om Droops kvot med avrundning används (vilket är det vanligaste), kan även detta ge icke-monotonicitet, se avsnitt 6.1 och [261].

namn på listan inte påverkar möjligheten för förstanamnet att bli valt, och dessutom kraven (fallen $\ell = 1$ och 2 i sats 12.11) att om en kandidat X har en majoritet av förstahandsrösterna blir den vald, och att om två kandidater X och Y står först (i någon ordning) på en majoritet av valsedlarna blir en av dem vald.

KAPITEL 13

Phragméns metod

Phragméns[276] *metod* är en valmetod som, liksom STV (kapitel 12), fördelar mandat direkt på personer utan att partier spelar någon formell roll.[277] I Phragméns ursprungsversion anger varje valsedel ett eller flera namn *utan* rangordning, se avsnitt 13.4; i den version som kommit till användning i svenska val (för fördelning inom partier) anger varje valsedel ett eller flera namn *med* rangordning. (Tanken är i båda fallen att varje väljare fritt kan skriva vilka namn som helst, och i vilken ordning som helst. Detta gäller dock inte längre användningen i Sverige.) Jag kallar de två versionerna den *oordnade* och *ordnade* versionen av Phragméns metod; om inget annat sägs betyder *Phragméns metod* den ordnade versionen, eftersom den versionen kommit till användning. (Historiskt är detta alltså något missvisande eftersom Phragmén först föreslog den oordnade versionen. Den ordnade versionen föreslogs av en kommitté 1913 [29]; Phragmén var en av ledamöterna, så gissningsvis utarbetade han även den ordnade versionen.)

Phragméns metod används, i den ordnade versionen, i Sverige (i alla allmänna val) sedan 1921 för fördelning av mandat inom partierna på olika personer, efter att partiets mandatantal har bestämts på annat sätt, men har numera en mycket underordnad betydelse, se avsnitt 13.10.

Vi beskriver nedan metoden på två sätt, först (avsnitt 13.1) som den definieras i vallagen [3], och sedan (avsnitt 13.2) som metoden ursprungligen motiverades av Phragmén [304; 305; 306], fast här formulerat för den ordnade versionen; därefter (avsnitt 13.3) visas (med hjälp av smärre varianter av dessa formuleringar) att formuleringarna är ekvivalenta och ger samma resultat. Sedan behandlad den oordnade versionen (avsnitt 13.4). Därefter behandlas olika egenskaper hos metoden.

[276]Edvard Phragmén (1863–1937), matematiker och försäkringsman. Professor i matematik vid Stockholms högskola 1892–1904 (mest känd för Phragmén–Lindelöfs sats i komplex analys); chef för Försäkringsinspektionen 1904–1908; VD i Allmänna Liv 1908–1930 och i Allmänna Liv–Oden 1930–1933; styrelseordförande i Återförsäkringsbolaget Sverige 1914–1937. [289; 198]

[277]Cassel [194] kallar metoden *Phragméns andra metod*, till skillnad från *Phragméns första metod* som är Cassels namn på Phragméns förslag till förändring av Andræs metod (STV), se avsnitt 12.3.5.

13.1. Den officiella formuleringen i vallagen

I vallagen [3] beskrivs metoden på följande sätt:[278]

> Vid första uträkningen gäller en valsedel för den kandidat som står först på sedeln varvid bortses från kandidater som redan tagit plats. Valsedlar med samma första kandidat bildar en grupp. Varje grupps röstetal räknas fram. Röstetalet är lika med det antal valsedlar som ingår i gruppen. Samma tal är också jämförelsetal för den kandidat som står först på gruppens valsedlar. Den kandidat vars jämförelsetal är störst får den första platsen i ordningen.
>
> Vid varje följande uträkning gäller en valsedel för den kandidat som står först på sedeln, men man bortser från kandidater som redan fått plats i ordningen. Den eller de grupper, vilkas valsedlar vid närmast föregående uträkning gällde för den kandidat som fick plats i ordningen, upplöses och ordnas i nya grupper, så att valsedlar som vid den pågående uträkningen gäller för en och samma kandidat bildar en grupp. Övriga befintliga grupper behålls däremot oförändrade. För varje nybildad grupp räknas röstetalet fram. Röstetalet är lika med det antal valsedlar som ingår i gruppen. För samtliga kandidater som deltar i uträkningen beräknas röstetal och jämförelsetal.
>
> Röstetalet för en kandidat är lika med röstetalet för den grupp eller det sammanlagda röstetalet för de grupper vilkas valsedlar gäller för kandidaten. Jämförelsetalet för en kandidat är lika med kandidatens röstetal, om inte den grupp av valsedlar som gäller för kandidaten deltagit i besättandet av en förut utdelad plats. Om detta är fallet, får man kandidatens jämförelsetal genom att kandidatens röstetal delas med det tal som motsvarar den del gruppen tagit i besättandet av plats eller platser som utdelats (gruppens platstal), ökat med 1, eller, om flera grupper av valsedlar som gäller för kandidaten deltagit i besättandet av förut utdelad plats, med dessa gruppers sammanlagda platstal, ökat med 1. Platstalet för en grupp beräknas genom att gruppens röstetal delas med det största jämförelsetalet vid uträkningen närmast före gruppens bildande. För kandidat som redan stod först på någon valsedel beräknas nytt platstal endast för nytillkomna valsedlar. Bråktal som uppkommer vid delning beräknas med 2 decimaler. Den sista decimalsiffran får inte höjas.
>
> Den kandidat vars jämförelsetal är störst får nästa plats i ordningen. [3, 14 kap. 10 §]

[278] Metoden infördes 1921 [33] med nästan ordagrant samma formuleringar.

Metoden har inget namn i vallagen. I Riksdagsordningen[279] och i Valmyndighetens information [8, avsnitt 9, s. 20] kallas den "heltalsmetoden", vilket ju annars är namnet på d'Hondts metod för fördelning av mandat mellan olika listor. Phragméns metod sågs redan av Phragmén själv [304; 305] som en generalisering av d'Hondts metod till fritt komponerade valsedlar, men jag tycker att den förtjänar ett eget namn; den kallas Phragméns metod i t.ex. proportionsvalssakkunnigas betänkande 1921 [31].

13.2. Phragméns motivering

Phragmén [304; 305; 306] motiverade metoden på ungefär följande sätt: (Med mina ord, och här formulerat för versionen med ordnande valsedlar, se avsnitt 13.4. Vidare använder Phragmén termerna *väljkraft* och *belastning* för vad jag nedan kallar *röstvärde*.)

Vi tänker oss att varje valsedel har ett röstvärde t (samma för alla valsedlar; t bestäms senare); detta kan fördelas på olika kandidater på sedeln. En kandidat som får sammanlagt röstvärde 1 från olika valsedlar är vald. (Med andra ord mäter vi röstvärdet i enheten mandat.)

Vi tänker oss att vi gradvis ökar t från 0 och prövar med allt större värden. (Vi kan tänka oss t som tid, och att varje valsedel har värdet t vid tiden t.[280]) Först räknas varje valsedel enbart för sitt förstanamn. Om kandidat i har r_i förstahandsröster får i alltså röstvärdet $r_i t$. Vi ökar t tills någon kandidat får röstvärdet 1 och blir vald; låt t_1 vara detta värde på t. Om, säg, A har flest försthandsröster, så når uppenbarligen A först röstvärdet 1, och vi har $r_A t_1 = 1$, eller

$$t_1 = \frac{1}{r_A}. \tag{13.1}$$

Om fler än ett mandat skall besättas fortsätter vi och ökar t, men A får inget mer röstvärde från någon; däremot behåller A det röstvärdet han/hon fått. En valsedel med A först räknas alltså nu med röstvärde t_1 för A och $t - t_1$ för nästa namn på valsedeln (om något). Vi ökar nu t tills nästa kandidat når röstvärdet 1 och blir vald.

Vi fortsätter på detta sätt. Hela tiden gäller, för varje valsedel, att en kandidat som redan blivit vald behåller exakt det röstvärde kandidaten hade när han/hon valdes, och att överskottet, dvs. resterande röstvärde, går till första icke-valda kandidat på valsedeln. (Om alla kandidater på valsedeln är valda går överskottet förlorat och räknas inte för någon.) Så snart någon kandidat når röstvärde 1 blir denna vald. När önskat antal är valda är valet klart. (Om två eller flera kandidater når röstvärde 1 samtidigt får man som

[279] "Ordningsföljden mellan kandidatnamnen inom varje gruppering av riksdagsledamöter skall bestämmas genom att ett jämförelsetal beräknas för dem med tillämpning av heltalsmetoden enligt 14 kap. 10 § vallagen (2005:837). Om flera kandidater får lika stora jämförelsetal, skall valet avgöras genom lottning. Lag (2006:885)." [2, 7 kap. 4 §, tilläggsbestämmelse 7.4.2]

[280] Phragmén [306] ger en annan analogi, med vätska som stiger i cylindriska kärl motsvarande de olika typerna av valsedlar.

vanligt ordna dem med lottning eller annan metod; detta påverkar resultatet bara om de är fler än de platser som återstår att besätta, så att valet avslutas med att rätt antal av dem lottas fram.)

Detta definierar i princip metoden; vi ska nu se hur detta leder till en praktisk algoritm och formuleringen i avsnitt 13.1.

13.3. Analys

Vi tänker oss som ovan att varje valsedel har värde t vid tiden ≥ 0. Antag att kandidaterna $X_1, \dots, X_k$ är valda hittills, vid tidpunkterna (värdena på varje valsedel) $t_1 \leq \dots \leq t_k$.

Vi undersöker vad som händer när $t_k \leq t \leq t_{k+1}$, dvs. när vi ökar t ytterligare tills nästa kandidat blir vald. Betrakta en ännu icke vald kandidat X; X tillgodoräknas röster från alla valsedlar där X står först när vi bortser från $X_1, \dots, X_k$. Ge varje valsedel ett platstal, som är det röstvärde valsedeln sammanlagt ger till de redan valda. Platstalet är alltså 0 om ingen på valsedeln är vald, och annars, enligt beskrivningen ovan, $\max\{t_j : 1 \leq j \leq k \text{ och } X_j \text{ står på valsedeln}\}$, dvs. värdet t när den senaste kandidaten på valsedeln blev vald.

Antag att det finns n_X valsedlar som nu tillgodoräknas X, och att dessa har platstalen $p_1, \dots, p_{n_X}$; låt $P_X = \sum_{j=1}^{n_X} p_j$ vara sammanlagda platstalet för X:s valsedlar. Vid tiden $t \geq t_k$ tillgodoräknas X då (eftersom varje $p_j \leq t_k \leq t$) röstvärdet $t - p_j$ från valsedel j av dessa, och alltså sammanlagt röstvärdet

$$\sum_{j=1}^{n_X} (t - p_j) = n_X t - \sum_{j=1}^{n_X} p_j = n_X t - P_X. \tag{13.2}$$

Tiden t_X när X når röstvärdet 1 och blir vald, om ingen annan hunnit före, ges därför av

$$n_X t - P_X = 1 \tag{13.3}$$

eller

$$t_X = \frac{1 + P_X}{n_X}. \tag{13.4}$$

Den kandidat av de ännu icke valda som har lägst kvot (13.4) blir alltså vald härnäst.

Detta leder till följande algoritm, där vi inte längre explicit talar om valsedlarnas värde och dessas fördelning.

Phragméns metod (formulering 1 – med röstvärden).

(1) *Ge varje valsedel ett platstal p, som först är* 0. *(Platstalet är* 0 *så länge som ingen på valsedeln är vald och växer varje gång valsedeln bidrar till valet av en ny kandidat. Platstalet kommer att vara valsedelns bidrag till de hittills valda kandidaterna, så att summan av alla valsedlars platstal alltid är antalet redan valda.)*

(2) *Varje valsedel räknas för sitt första namn, där kandidater som redan valts ignoreras. (Om alla namn på valsedeln är valda ignoreras valsedeln.)*

(3) *För varje kandidat X som ännu inte är vald beräknas n_X = antalet valsedlar som räknas för X (dvs. de med X först av de ovalda), och P_X = summan av platstalen för dessa valsedlar, samt kvoten*

$$t_X = \frac{1 + P_X}{n_X}. \tag{13.5}$$

Den kandidat som har lägst värde t_X väljs, och alla valsedlar som räknades för X får sitt platstal höjt till t_X. (Det sammanlagda platstalet för dessa ökar alltså från P_X till $n_X t_X = P_X + 1$, dvs. med 1; det sammanlagda platstalet för alla valsedlar ökar därför med 1 varje gång någon väljs, som sades ovan. t_X är det sammanlagda röstvärdet på varje valsedel som behövs för valet av X.)

(4) *Upprepa* (2)–(3) *tills önskat antal är valda.*

Vi kan omformulera denna algoritm genom att istället för värdena t_X använda *jämförelsetalen* $J_X = 1/t_X$. Vi ser då av (13.5) att jämförelsetalet för X (i varje steg) beräknas som

$$J_X = \frac{n_X}{1 + P_X}, \tag{13.6}$$

där n_X och P_X som ovan är antalet valsedlar som räknas för X och deras sammanlagda platstal.

I varje steg delas ett mandat ut till den som då har störst jämförelsetal. Vidare ser vi, återigen från (13.5), att en valsedel där någon kandidat blivit vald, och den senast valda var Y, har ett platstal som är

$$t_Y = \frac{1}{J_Y}. \tag{13.7}$$

En valsedels platstal är alltså 1 delat med jämförelsetalet för den som senast valdes från valsedeln (och 0 om ingen valts). Detta ger följande omformulering av algoritmen ovan:

PHRAGMÉNS METOD (FORMULERING 2 – MED JÄMFÖRELSETAL).

(1) *Ge varje valsedel ett platstal p, som först är* 0.

(2) *Varje valsedel räknas för sitt första namn, där kandidater som redan valts ignoreras. (Om alla namn på valsedeln är valda ignoreras valsedeln.)*

(3) *För varje kandidat X som ännu inte är vald beräknas n_X = antalet valsedlar som räknas för X (dvs. de med X först av de ovalda), och P_X = summan av platstalen för dessa valsedlar, samt jämförelsetalet*

$$J_X = \frac{n_X}{1 + P_X}. \tag{13.8}$$

Den kandidat som har högst jämförelsetal J_X väljs, och alla valsedlar som räknades för X får sitt platstal höjt till $1/J_X$.

(4) *Upprepa* (2)–(3) *tills önskat antal är valda.*

Det är praktiskt att göra räkningen genom att sortera valsedlarna i grupper efter deras förstanamn. När någon kandidat X valts tar man den grupp eller (i senare stadier) de grupper som räknades för X och delar upp dessa valsedlar i nya grupper efter nästa namn som inte redan valts på dem; alla dessa valsedlar får platstal $1/J_X$, där J_X är jämförelsetalet för X när X valdes. (Om det fanns flera grupper som räknades för X lägger man ihop dem först; det finns inte någon anledning att skilja på valsedlarna i dem i fortsättningen.)

Om vi ger varje grupp ett platstal som är summan av platstalen för alla valsedlar i gruppen ser vi att detta ger precis den algoritm som beskrivs i vallagen, se avsnitt 13.1. (Med undantag för att vallagen föreskriver att alla kvoter avrundas nedåt till två decimaler; detta var naturligtvis en praktisk anpassning när beräkningarna gjordes för hand, och har i praktiken förhoppningsvis ringa betydelse, men är teoretiskt sett mindre bra, och borde helst ändras.) Se även exempel exempel 13.2 och exempel 13.8.

13.4. Ordnade och oordnade valsedlar

13.4.1. Phragméns oordnade version. Den version som beskrivits ovan, med valsedlar där namnen är ordnade i preferensordning, skiljer sig från Phragméns ursprungsversion [304; 305; 306], här kallad den *oordnade versionen*, där det istället antas att ordningen på namnen på valsedeln *inte* spelar någon roll. (Rösten ses alltså matematiskt som en röst på en mängd av kandidater istället för en ordnad lista.) Phragméns använde då följande princip, som i avsnitt 12.3.5:

PHRAGMÉNS PRINCIP FÖR OORDNADE VALSEDLAR. *En valsedels överskottsvärde tillgodoräknas, fullt ut, varje icke redan vald kandidat på valsedeln.*

I den oordnade versionen av Phragméns metod har alltså, som ovan i avsnitt 13.2, varje valsedel ett röstvärde t, av vilket delar går till redan valda kandidater på valsedeln; skillnaden är att överskottet nu "på försök" tillgodoräknas *alla* ovalda kandidater på valsedeln samtidigt. Som ovan ökar vi t tills någon ny kandidat får röstvärde 1; denna kandidats röstvärde fryses då på alla valsedlar. Detta innebär också att överskottet minskas till 0 på alla valsedlar där denna kandidat förekommer, så att det sammanlagda röstvärdet för andra kandidater på dessa röstsedlar minskar. (Speciellt ser vi att om två eller flera kandidater alltid förekommer tillsammans så har de samma röstvärde, och når 1 samtidigt; en av dem väljs då med lottning, varvid de övrigas röstvärde kollapsar till 0. Därefter stiger deras röstvärde igen, och om de åter når 1 väljs en ny av dem med lottning, osv.)

Analysen och algoritmen i avsnitt 13.3 (och algoritmen i avsnitt 13.1) är oförändrade, med undantag för att en valsedel nu räknas (samtidigt) för alla ovalda kandidater på den. Metoden kan alltså formuleras som följande algoritm (här formulerad med jämförelsetal; anturligvis kan den även formuleras med röstvärden som i formulering 1 i avsnitt 13.3).

PHRAGMÉNS METOD, OORDNAD VERSION.

(1) *Ge varje valsedel ett platstal p, som först är* 0.

(2) *Varje valsedel räknas, fullt ut, för alla namn på valsedeln, utom kandidater som redan valts. (Om alla namn på valsedeln är valda ignoreras valsedeln.)*
(3) *För varje kandidat X som ännu inte är vald beräknas n_X = antalet valsedlar som innehåller X, och P_X = summan av platstalen för dessa valsedlar, samt jämförelsetalet*
$$J_X = \frac{n_X}{1 + P_X}. \tag{13.9}$$
Den kandidat som har högst jämförelsetal J_X väljs, och alla valsedlar som räknades för X får sitt platstal höjt till $1/J_X$.
(4) *Upprepa* (2)–(3) *tills önskat antal är valda.*

Se exempel i Phragmén [305] (bl.a. med röstsiffror tagna från riksdagsvalet 1893, som i verkligheten hölls med majoritetsval) och Cassel [194].

13.4.2. Streck. En nackdel med den oordnade versionen är risken för dekapitering, se avsnitt 11.4.[281] Cassel [194] beskriver därför också en modifierad version av Phragméns oordnade metod, som skall förhindra detta, jfr avsnitt 12.3.5:[282]

Phragméns metod, oordnad version med streck. *Valsedeln får uppta två grupper med namn, skilda av ett streck. I första hand räknas valsedeln bara för namnen över strecket, men om alla dessa är valda räknas valsedeln för alla namnen. (Dvs. överskottet räknas nu för namnen under strecket.) I övrigt räknas som i den oordnade versionen; ordningen mellan namnen inom de två grupperna spelar alltså ingen roll.*

Namnen under strecket kan alltså ses som reserver.

13.4.3. Svagt ordnade namn. Idén med ett streck och två grupper av namn kan utvidgas till att en valsedel får innehålla ett valfritt antal grupper av namn, där grupperna är ordnade men inte namnen inom varje grupp. Med andra ord anger varje valsedel en viss mängd kandidater med en *svag ordning.* (Se avsnitt 12.3.5.) Detta ger följande version (som nog inte kommer från Phragmén).

Phragméns metod med svagt ordnade valsedlar. *En valsedel räknas för alla namn i den första grupp där det finns minst en ovald kandidat. I övrigt räknas som i den oordnade versionen; ordningen mellan namnen inom varje grupp spelar alltså ingen roll.*

[281]Phragmén [305] föreslog därför att registrerade partilistor skulle få en extra bonus som fördelades på de första namnen. Mer precist skulle en lista med n röster få $\lfloor n/10 \rfloor$ extra röster räknade, vilka skulle fördelas (så lika som möjligt) på förkortade versioner av listan där namn strukits från slutet (t.ex. för en lista $ABCDE$ räknas extrarösterna för $ABCD$, ABC, AB och A); detta skulle ge de första namnet ett försprång och göra dekapitering praktiskt omöjlig. Detta förslag tycks inte ha väckt något intresse.

[282]Cassel [194] säger att också modifieringen föreslagits av Phragmén.

(Annorlunda uttryckt: en valsedel räknas för varje namn som uppfyller att alla namn i tidigare grupper redan är valda.)

Ett specialfall är att ta steget fullt ut och kräva att alla namnen på en valsedel är rangordnade. (Varje grupp av namn får alltså bara innehålla ett namn.) Detta ger den *ordnade versionen av Phragméns metod* som behandlats ovan i avsnitt 13.1–13.3.

Denna allmänna version av Phragméns metod med svagt ordnade valsedlar har jag aldrig sett diskuterad eller använd.

13.5. Phragméns metod och enkelt majoritetsval

Om endast en person skall väljas reduceras den ordnade versionen av Phragméns metod till enkelt majoritetsval enligt förstahandsrösterna; namn efter det första på valsedlarna har ingen betydelse. (Till skillnad från t.ex. alternativröstning, appendix A.4.)

Oordnade versionen av Phragméns metod reduceras till acceptröstning, appendix A.16.

13.6. Phragméns metod och d'Hondts metod

Phragmén [304; 305] såg själv sin metod som en generalisering av d'Hondts metod (heltalsmetoden, avsnitt 2.3.1). Betrakta nämligen specialfallet att varje parti har en lista (och att ingen kandiderar för mer än ett parti) och att alla röstar partitroget. I detta fall följer det av analysen i avsnitt 13.3 att en listas (sammanlagda) platstal hela tiden är lika med antalet valda från listan, och jämförelsetalen ovan är exakt desamma som de som beräknas i d'Hondts metod; varje parti får alltså lika många platser som med d'Hondts metod.[283] (Med den ordnade versionen av Phragméns metod besätts ett partis platser i listans ordning; med den oordnade versionen besätts de i slumpmässig ordning eftersom vi här antagit att inget skiljer de olika kandidaterna från samma parti.)

Poängen med Phragméns metod är naturligtvis att den (till skillnad från d'Hondts) fungerar bra även med listor som delvis överlappar, vilket t.ex. ofta gäller olika listor inom samma parti, liksom om kandidaterna inte är organiserade i partier. (Se exemplen i Phragmén [305] tagna från riksdagsvalet 1893, innan partisystemet slagit igenom fullständigt.)

13.7. Phragméns metod och STV

Antag att M mandat skall väljas, i formuleringen i avsnitt 13.2–13.3 ovan ger vi alltså varje valsedel värdet t_M. För att istället få en formulering där varje valsedel har värdet 1, sätter vi $Q = 1/t_M$ och multiplicerar alla

[283] Om lottning skall ske vid lika jämförelsetal avviker den ordnade versionan av Phragméns metod dock något, eftersom d'Hondts metod då lottar mellan partier men Phragméns metod mellan personer. Om t.ex. två partier har lika många röster, och ett mandat skall fördelas mellan dem, så får i Phragméns oordnade metod det parti som har flest kandidater störst chans att få mandatet.

röstvärden med Q. Varje valsedel har alltså värdet 1 och en kandidat behöver röstvärdet Q för att bli vald (precis som i STV med kvoten Q). Observera att $Q = 1/t_M$ är jämförelsetalet för den sist valda kandidaten.

Under proceduren i avsnitt 13.3 gäller att en valsedel som senast deltog i valet av en kandidat X_j har platstal $p = t_j$. I den nya skalan har valsedeln bidragit med röstvärdet $Qp = Qt_j$ till de redan valda och det återstående röstvärdet är $1 - Qt_j$. (Observera att $Qt_j = t_j/t_M \leq 1$.) Antag att nästa mandat som besätts är det k:te, som går till X_k, och att då n_k valsedlar gäller för X_k. Vi delar upp dessa valsedlar i grupper efter den senast valda kandidat som valsedeln bidragit till, dvs. den senast valda kandidaten av dem som står före X_k på valsedeln (om någon). Låt n_{k0} vara antalet av dessa valsedlar som inte bidragit till någon tidigare kandidat (dvs., de där X_k är förstanamnet) och n_{kj}, för $1 \leq j \leq k-1$, antalet som bidrog till valet av X_j men inte någon senare vald före X_k.

För X_k räknas alltså n_{k0} valsedlar med platstal 0 och n_{kj} valsedlar med platstal t_j, för $j = 1, \dots, k-1$. Antalet valsedlar n_k som gäller för X_k är därför

$$n_k = \sum_{j=0}^{k-1} n_{kj}, \tag{13.10}$$

och deras sammanlagda platstal är

$$P_k = \sum_{j=1}^{k-1} n_{kj} t_j. \tag{13.11}$$

Enligt (13.5) väljs X_k vid tiden $t_k = (1 + P_k)/n_k$, vilket kan skrivas

$$n_k t_k = 1 + P_k. \tag{13.12}$$

Det sammanlagda röstvärdet på valsedlarna som väljer X_k är, med $t_0 = 0$,

$$\sum_{j=0}^{k-1} n_{kj}(1 - Qt_j) = \sum_{j=0}^{k-1} n_{kj} - Q \sum_{j=0}^{k-1} n_{kj} t_j = n_k - QP_k. \tag{13.13}$$

Om vi, som i STV, subtraherar Q (som räknas för X_k) återstår ett överskott

$$n_k - QP_k - Q = n_k - Q(P_k + 1) = n_k - Qn_k t_k = n_k(1 - Qt_k), \tag{13.14}$$

där vi använt (13.12). (Eftersom $Qt_k = t_k/t_M \leq 1$ är överskottet ≥ 0, vilket visar att det sammanlagda röstvärdet (13.13) är minst Q.) Efter valet av X_k har dessa valsedlar enligt ovan ett återstående röstvärde $1 - Qt_k$ var, och vi ser att detta är överskottet (13.14) delat lika på de n_k valsedlarna; detta är precis som den inklusiva Gregorymetoden i avsnitt 12.1.6 för röstöverföring i STV.

Vi kan sammanfatta detta i följande sats.

SATS 13.1. *Låt kvoten $Q = J_M$, jämförelsetalet för den sist valda med Phragméns metod.*

Phragméns metod ger samma resultat som STV med inklusiv Gregorymetod och denna kvot Q, förutsatt att överskotten överförs i den ordning som kandidaterna väljs i Phragméns metod.

Vi ser också att alla valda uppnår kvoten Q så att inga elimineringar behövs, samt att Q är den största kvot som medger detta (om överskotten fördelas i denna ordning). Phragméns metod kan alltså ses som en variant av STV utan elimineringar.

Men överensstämmelsen med STV är inte perfekt, eftersom resultatet kan bli annorlunda om överskotten fördelas i annan ordning, vilket kan ske i standardversioner av STV.

EXEMPEL 13.2. 4 mandat. 44 röster fördelas på följande sätt:

$$\begin{array}{ll} 22 & ABCD \\ 11 & ABE \\ 11 & CE \end{array}$$

Med Phragméns metod (ordnad version) sker valen i följande ordning:

(1) A väljs med jämförelsetal $J_A = 33$.
(2) B väljs med jämförelsetal $J_B = \frac{33}{2}$.
(3) De tre grupperna har nu platstal $\frac{4}{3}$, $\frac{2}{3}$, 0 (med summan 2), vilket ger C och E jämförelsetalen
$$J_C = \frac{22+11}{1+4/3} = \frac{99}{7} \qquad \text{och} \qquad J_E = \frac{11}{1+2/3} = \frac{33}{5}.$$
C väljs.
(4) De tre grupperna har nu platstal
$$\frac{22}{J_C} = \frac{22}{99/7} = \frac{14}{9}, \qquad \frac{11}{J_B} = \frac{2}{3} = \frac{6}{9}, \qquad \frac{11}{J_C} = \frac{11}{99/7} = \frac{7}{9}$$
(med summan 3), vilket ger D och E jämförelsetalen
$$J_D = \frac{22}{1+14/9} = \frac{22\cdot 9}{23} \qquad \text{och} \qquad J_E = \frac{22}{1+13/9} = \frac{22\cdot 9}{22} = 9.$$
E väljs.

Valda: $ABCE$.

Använd nu istället STV med inklusiv Gregorymetod och kvot $Q = J_E = 9$. (Q råkar vara Droops kvot i detta exempel. Vi kan också få Q till oavrundad Droops kvot genom att lägga till en röst på F. I allmänhet finns dock inget direkt samband med Droops kvot.) Enligt satsen ovan får vi samma resultat $ABCE$ som Phragméns metod om överskotten fördelas i denna ordning; detta ses också lätt direkt. (A har överskott 24 som går till B. B har överskott 15 som fördelas med 10 till C och 5 till E. C har överskott 12 som fördelas med 8 till D och 4 till E. E har nu precis $Q = 9$ röster och tar det fjärde mandatet, medan D bara har 8. Man ser också att resultatet blir detsamma för varje kvot $Q \leq 99/7 = 14\frac{1}{7}$ om överskotten fördelas i denna ordning, fast om $Q > 9$ kommer inte E upp i kvoten och om $Q \leq 198/23$ kommer både D och E över kvoten, fast E vinner.)

I standardversioner av STV, t.ex. den inklusiva Gregorymetoden för Australiens senat [54, Section 273], fördelas dock överskotten i annan ordning: Både A och C uppnår kvoten och blir valda på sina förstahandsröster. Därefter fördelas deras överskott 24 och 2 till B resp. E. B uppnår kvoten och får den tredje platsen, och överskottet 15 fördelas med 10 till D och 5 till E. Alltså tar D sista mandatet med 10 röster mot 7 för E. Valda: $ABCD$.

Anmärkning 13.3. Phragméns metod kan ses som en sekventiell version av STV på följande sätt:[284] För att välja M personer, gör en fördelning med STV (med inklusiv Gregorymetod) M gånger, första gången med 1 mandat, andra gången med 2 mandat, osv. Gång k skall röster överföras från de $k-1$ redan valda i den ordning de redan valts, och kvoten Q_k skall väljas så att dessa alla når upp till kvoten, och att när de $k-1$ överskotten är fördelade finns en annan kandidat som precis når kvoten Q_k; denna kandidat väljs som nummer k.

Anmärkning 13.4. Olli Salmi [320; 321] föreslog en modifiering av Phragméns method (till något STV-liknande) genom införande av Droops kvot som ett minimiantal röster för att bli vald, och elimineringar om inte tillräckligt många uppnår kvoten. Detta utvecklades i detalj av Woodall [357] och vidare, i flera versioner, av Hyman [258].

13.8. Proportionalitet

Phragméns metod uppfyller följande egenskap, påminnande om sats 12.6.

Sats 13.5. *För Phragméns metod gäller följande, där R är antalet röster och M antalet mandat, och k ett godtyckligt heltal med $1 \leq k \leq M$.*

(i) *För den ordnade versionen: Om en grupp med mer än $\frac{k}{M+1}R$ väljare röstar på samma k kandidater först på valsedeln (men inte nödvändigtvis i samma ordning) så blir dessa k kandidater valda.*

(ii) *För den oordnade versionen: Om en grupp med mer än $\frac{k}{M+1}R$ väljare röstar på samma lista med minst k kandidater så blir minst k av dessa kandidater valda.*

Speciellt gäller att om M är udda så kommer en grupp väljare som är en majoritet och röstar på samma lista (med tillräckligt många namn) alltid att få en majoritet av mandaten.

Bevis. Vi använder formulering 1 med röstvärden i avsnitt 13.3. Antag att inte alla k kandidaterna är valda när valet avslutas (med M kandidater valda), och antag att varje valsedel har röstvärde t. Gruppen har då ett sammanlagt röstvärde $> \frac{k}{M+1}Rt$; inget av detta har tillgodoräknats någon annan kandidat; i (i) eftersom de k kandidaterna står först, och alla inte är valda, och i (ii) eftersom dessa valsedlar inte innehåller något annat namn.

[284] *Sequential STV* i [249; 250; 251] är något annat.

Å andra sidan är gruppens sammanlagda röstvärde högst k, eftersom ingen har tillgodoräknas mer än 1. Detta ger

$$\frac{k}{M+1}Rt < k,$$

eller $t < (M+1)/R$.

De övriga väljarna är färre än $R - \frac{k}{M+1}R$ och har därför ett totalt röstvärde mindre än

$$t\Big(R - \frac{k}{M+1}R\Big) = t\frac{M+1-k}{M+1}R < M+1-k.$$

Å andra sidan är minst $M-(k-1) = M+1-k$ av de övriga kandidaterna valda, och dessa har tillgodoräknats röstvärdet 1 var, alltså minst $M+1-k$, en motsägelse. □

Anmärkning 13.6. Till skillnad från sats 12.6 för STV gäller sats 13.5 för den ordnade versionen inte om väljarna i gruppen röstar på samma $\ell > k$ kandidater i olika ordning. Eftersom inga elimineringar sker finns inget inbyggt skydd mot att röster splittras på för många kandidater.

Exempel 13.7. Phragméns metod, ordnade versionen. 3 mandat, 100 röster. En grupp med 54 väljare röstar på A, B, C, med 9 röster var på ordningarna ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA, medan övriga 46 röstar XYZ. Då blir X och Y valda (jämförelsetal 46 resp. 23) tillsammans med en (lottad) av A, B, C (jämförelsetal 18). I detta fall får en majoritet av väljarna alltså bara ett av tre mandat. Om A, B, C-partiet istället alla röstar på A och B först, så blir dessa två garanterat valda enligt sats 13.5.

13.9. Ett exempel med tveksamt resultat

Phragméns metod fungerar på många sätt bra, och klarar av att fördela röster proportionellt på olika grupper med delvis samma kandidater utan någon formell indelning i olika partier. Men ibland ger metoden överraskande resultat, som i följande exempel konstruerat av Jan Lanke [268].

Exempel 13.8 (Jan Lanke). Phragméns metod, ordnade versionen. 2 mandat, 44 röster, varav 15 AB, 12 BX, 14 CY, 3 ZW. Det första mandatet tillfaller A (jämförelsetal 15) och det andra C (jämförelsetal 14, mot $27/2 =$ 13,5 för B och 3 för Z).

Antag nu att de tre väljarna som röstat ZW ändrar sig och istället röstar AC. Man kan tycka att både A och C har fått ökat stöd, och att det borde gå minst lika bra för dem efter förändringen som det gjorde tidigare. Detta gäller också för A som får det första mandatet (jämförelsetal 18). Men för det andra mandatet har de fyra valsedelsgrupperna nu platstalen $15/18 = 5/6$, 0, 0, $3/18 = 1/6$, och B och C får jämförelsetalen

$$J_B = \frac{15+12}{1+5/6} = \frac{162}{11} = 14{,}72\ldots \quad \text{och} \quad J_C = \frac{17}{1+1/6} = \frac{102}{7} = 14{,}57\ldots;$$

det andra mandatet går alltså till B.

De nya rösterna på AC har alltså lett till att C förlorat sin plats. Detta kan verka orimligt. Ett sätt att förklara resultatet är att Phragméns metod implicit grupperar ihop A och B som ett informellt parti, med A före B; i det första fallet räcker rösterna bara till ett mandat för dem, men med fler röster på A så reduceras AB rösterna mindre och B tillgodoräknas fler röster, vilket leder till att även B får ett mandat. Att fler röster på A kan leda till att B får ett mandat istället för C är alltså inte så konstigt. I exemplet får dessutom C fler röster (på andraplatsen); detta förbättrar Cs situation, genom att C tillgodoräknas även en del av dessa röster. I exemplet verkar de nya rösterna på AC alltså på två sätt, dels för B (indirekt via A) och dels för C, och tydligen är den första effekten starkare. Om resultatet i detta exempel är lämpligt kan diskuteras, men helt orimligt är det nog inte.

13.10. Phragméns metod i Sverige

Phragméns metod infördes i Sverige, för fördelning av mandat inom partier, 1921 [33, § 19].[285] [286] Den ersatte då den kombination av rangordningsregeln och reduktionsregeln (Thieles metod) som använts sedan proportionella val införts 1909 [25], se avsnitt 14.6.1 och appendix C.2.2.[287] Se vidare utredningen [31], som föreslog metoden.

1924 infördes i vallagen [35] en möjlighet till formella karteller genom att valsedlar kunde förses med både partinamn och kartellbeteckning (samt fraktionsbeteckning).[288] Detta försvann igen 1952 när man bytte från heltalsmetoden till den jämkade uddatalsmetoden för fördelning mellan partier.[289] När karteller, och ev. fraktioner, förekom användes Phragméns metod i tre steg, med början på den lägsta nivån (fraktion). Först rangordnas namnen för varje fraktion med Phragméns metod, enligt de valsedlar som avgivits för fraktionen; därefter rangordnas namnen för varje parti med Phragméns metod, enligt alla valsedlar som avgivits för partiet, men där alla valsedlar med ett fraktionsnamn räknas som om de innehåller den namnlista som just beräknats för fraktionen; slutligen rangordnas namnen för varje kartell med samma metod, enligt alla valsedlar som avgivits för kartellen, men där alla valsedlar räknas som om de innehåller den namnlista som just beräknats

[285] I samband med den sista stora rösträttsreformen, se appendix C.2.3. Phragméns metod infördes också samtidigt (1922) för kommunala val.

[286] Särskilda formulär och anvisningar för röstsammanräkningen fastställdes i en kungörelse [34].

[287] I den vallag som antagits 1920 [30] behölls metoderna (och den fria gruppen) från 1909; kanske var detta ett provisorium i väntan på nya regler.

[288] I vallagen 1924 [35] kallas nivåerna *parti*, *underparti* och *fraktion*, vilket innebar att en kartell av olika partier formellt kallades parti och de ingående partierna kallades underpartier. Terminologin ändrades 1927 till *kartell*, *parti*, *fraktion* [36], [37]. Endast partibeteckningen var obligatorisk. Samma system infördes 1926 för kommunala val [36].

[289] Heltalsmetoden gynnar ju alltid karteller, och det fanns ett starkt motiv för de borgerliga partierna att bilda karteller för att inte förlora mandat till det större socialdemokratiska partiet. Med den jämkade uddatalsmetoden försvann detta motiv. Se avsnitt 8.4 samt [337].

för resp. parti [35; 37]. I praktiken innebär detta, om vi antar att inget namn förekom på listorna för flera fraktioner eller partier, att heltalsmetoden användes för mandatfördelning inom karteller och för fördelning på ev. fraktioner (liksom den användes för fördelning av mandaten mellan karteller och fristående partier); men den formella regeln i vallagen med upprepad användning av Phragméns metod tog också på ett elegant sätt hänsyn till att gemensamma namn kunde förekomma.

Phragméns metod används fortfarande i vallagen [3, 14 kap. 10 §], men 1998 infördes ett system med personröster, se avsnitt 11.2.2, och Phragméns metod används nu bara i andra hand, när inte tillräckligt många i partiet uppnår personröstspärren. Eftersom partierna i de flesta fall bara har en lista i varje valkrets har Phragméns metod numera i praktiken väldigt liten betydelse; nästan alla mandat fördelas efter personröster eller ordningen på en enda lista. (Före 1998 hade metoden något större betydelse eftersom väljarna kunde göra strykningar och tillägg på listan, även när partiet bara hade en lista; det var dock sällan dessa hade någon betydelse.)

Phragméns metod används dessutom, återigen för fördelning inom partier, vid val av utskott mm i riksdagen [2, 7 kap. 4 §]. Även här har metoden i praktiken en mycket liten roll, eftersom partierna normalt enas om varsin lista. (Dessutom fördelas platserna normalt utan votering genom en gemensam uppgörelse i en valberedning, men denna följer rimligtvis resultatet av en tänkt votering.)

Se vidare appendix B.

KAPITEL 14

Thieles metod(er)

Thiele[290] [341] föreslog 1895 tre valmetoder vilka, i likhet med Phragméns metod (kapitel 13), kan ses som versioner av heltalsmetoden (d'Hondts metod) utan formella partier. En av metoderna användes i Sverige 1909–1921 (för fördelning av mandat inom partier, se avsnitt 14.6), och kallades då *reduktionsregeln*. Vi beskriver därför först (i avsnitt 14.1) denna metod, som vi ibland helt enkelt kallar *Thieles metod*; Thiele kallar den *Tilføjelsereglen*. De två andra metoderna beskrivs i de följande avsnitten 14.2–14.3; de har såvitt jag vet aldrig använts någonstans.

Thiele formulerade (liksom Phragmén, se avsnitt 12.3.5 och 13.4) sina metoder för valsedlar *utan* rangordning. Åtminstone *Tilføjelsereglen* har (ånyo i likhet med Phragméns metoder) även en version för valsedlar *med* rangordning, se avsnitt 14.5; vi kallar de två versionerna för den *oordnade* och den *ordnade* versionen av Thieles metod.[291] Den ordnade versionen används i Sverige fortfarande i princip för fördelning av mandat inom partier (eller karteller) vid val inom kommunfullmäktige av nämnder och styrelser m.m. [4], se avsnitt 14.6.

14.1. Thieles metod, oordnad version (reduktionsregeln)

THIELES METOD (TILFØJELSEREGLEN, REDUKTIONSREGELN). *Varje valsedel upptar ett eller flera namn* utan *rangordning.*[292] *Mandaten tillsätts ett i taget och för varje mandat görs en ny sammanräkning av rösterna; en valsedel där k namn redan blivit valda räknas då som $1/(k+1)$ röst på varje kandidat på valsedeln som inte redan är vald, och den kandidat som får flest röster blir vald.*

För det första mandatet räknas alltså varje valsedel som en röst för varje kandidat på valsedeln; det första mandatet går därför till den kandidat som står på flest valsedlar. Med bara ett mandat reduceras Thieles metod alltså, liksom Phragméns (avsnitt 13.5), till enkelt majoritetsval (appendix A.1) om

[290] Thorvald (Nicolai) Thiele (1838–1910), dansk astronom och försäkringsmatematiker. Professor i astronomi och direktör för observatoriet i Köpenhamn 1875–1907; stiftare av danska aktuarieföreningen. [289; 333]

[291] På samma sätt som för Phragméns metoder kan båda versionerna ses som specialfall av en generell version som tillåter valsedlar med svagt ordnade namn, se avsnitt 12.3.5.

[292] I den version som infördes i Sverige 1909, se appendix C, fick en valsedel innehålla högst så många namn som skall väljas, men fick innehålla färre. Detta kan varieras. Thiele [341] själv har inga sådana inskränkningar i sina exempel.

man bara får rösta på en kandidat, och acceptröstning (appendix A.16) om man får rösta på valfritt antal.

Om väljarna är uppdelade på partier och alla röstar partitroget på en bestämd lista för varje parti (och olika partier inte har några gemensamma kandidater) så kommer mandaten att fördelas mellan partierna i samma ordning som i heltalsmetoden, se avsnitt 2.3.1 och formulering D1 (s. 19) av divisorsmetoder; däremot kommer alla kandidater inom samma parti att få lika många röster så partiets platser lottas ut bland kandidaterna. (Metoden innebär därför risk för dekapitering, se avsnitt 11.4.)

14.2. Motivering och Thieles grundmetod

Thieles motivering för metoden var följande, se Thiele [341] och Tenow [340]:

THIELES PRINCIPMETOD. *Antag att en väljare som får n av sina kandidater valda, därigenom får en tillfredsställelse $f(n)$; man skall då välja den kombination av kandidater som ger väljarna största sammanlagda tillfredsställelse.*[293]

Här är $f(n)$ någon bestämd funktion, som antas vara densamma för alla väljare. Resultatet beror naturligtvis på valet av funktion $f(n)$. Thiele påpekar att $f(n) = n$ ger majoritetsval (i flermannavalkretsar, appendix A.7): om kandidater $X_1, \dots, X_M$ väljs blir sammanlagda tillfredsställelsen det sammanlagda antalet gånger dessa kandidater förekommer på valsedlarna, dvs. summan av dessa M kandidaters röstetal, och detta maximeras genom att välja kandidaterna med flest röster.

Thiele väljer nu funktionen $f(n) = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, och noterar att detta ger ett proportionellt valresultat i fallet med rena partilistor.[294] Detta är egentligen Thieles huvudmetod för proportionella val.

Thiele påpekar dock att denna metod knappast är praktiskt användbar, eftersom den kräver en optimering över ett stort antal möjligheter; om det finns n kandidater till de M platserna kan ju dessa väljas på $\binom{n}{M}$ sätt. (Thiele nämner som exempel 30 kandidater till 10 platser; det finns då drygt 30 miljoner kombinationer (30 045 015).) Denna metod är snarast en teoretisk utgångspunkt för att finna en användbar metod.

Thiele föreslår därför som en approximation för praktiskt bruk en successiv (sekventiell) metod, av honom kallad *Tilføjelsereglen*, där kandidaterna tillsätts en i taget, och i varje steg den totala tillfredsställelsen enligt ovan maximeras. Med modernt språkbruk används alltså en *girig algoritm (greedy*

[293] Detta är alltså ett argument byggt på den utilitaristiska principen "största möjliga lycka för största möjliga antalet individer" (formulerad av den engelske filosofen Jeremy Bentham (1748–1832)), snarare än de olika former av rättviseargument som ofta användas som motivering för olika proportionella metoder genom att olika mått på avvikelsen från perfekt proportionalitet minimeras, se t.ex. [180, Appendix A.3], [256], [319].

[294] Det verkar alltså som om motiveringen med "tillfredsställelse" mest är en fiktion, eftersom tillfredsställelsen verkar ha definierats så att resultatet blir det önskade. [340]

algorithm) för att åtminstone approximativt maximera tillfredsställelsen. (Thiele påpekar dock med ett exempel[295] att denna sekventiella metod inte alltid ger samma resultat som global optimering över alla kombinationer; med andra ord, den optimala kombinationen med M kandidater behöver inte innehålla den optimala kombinationen med $M-1$ kandidater.)

Thieles *Tilføjelsesregel* är Thieles metod som den beskrivits ovan i avsnitt 14.1 (reduktionsregeln). Detta inses på följande sätt. Om ett antal kandidater redan valts, så kommer ett val av en kandidat X på nästa plats att öka tillfredsställelsen med $1/(k+1)$ för varje väljare som redan fått k av sina kandidater valda. (X skulle alltså bli den $(k+1)$:te kandidaten för denne väljare, som skulle få tillfredsställelse $1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{k+1}$, men det viktiga är *ökningen* $1/(k+1)$ av tillfredsställelsen.) Nästa kandidat som väljs blir den som ger störst ökning av den sammanlagda tillfredsställelsen, dvs. den som har störst röstetal beräknat med metoden i avsnitt 14.1.

14.3. En tredje metod av Thiele (*Udskydelsesreglen*)

Thiele [341] föreslog också en annan praktisk approximation av grundmetoden som han kallade *Udskydelsesreglen*; han föredrog själv denna version.[296] Denna metod är en sorts motsats till *Tilføjelsesreglen* i avsnitt 14.1:

THIELES UDSKYDELSESREGEL. *Man startar med samtliga kandidater och eliminerar en i taget tills önskat antal återstår; i varje steg görs den eliminering som lämnar kvar den kombination kandidater som ger väljarna den största sammanlagda tillfredsställelsen.*

Om en kandidat X finns på en valsedel som har sammanlagt k ännu icke eliminerade kandidater, så kommer en eliminering av X att minska denna väljares tillfredsställelse med $1/k$. Man skall alltså i nästa steg eliminera den kandidat som har minst summa av dessa tal, varför *Udskydelsesreglen* kan formuleras på följande sätt:

THIELES UDSKYDELSESREGEL (FORMULERING 2). *Varje valsedel har röstvärde* 1*, som delas lika mellan alla kvarstående kandidater på valsedeln. (Om alla namn på valsedeln eliminerats så ignoreras valsedeln.) Den kandidat som har lägst sammanlagt röstetal elimineras.*

Detta upprepas (med omräkning av röstetalen) tills önskat antal kvarstår; dessa är valda.

Thiele [341] visar med exempel att de tre metoderna i vissa fall ger olika resultat; även *Udskydelsesreglen* är alltså en approximation av hans grundregel.

---

[295]Ett enklare exempel [340] är 44 röster, varav 12 AB, 12 AC, 10 B och 10 C. Om en skall väljas blir det uppenbarligen A; om två skall väljas blir det BC, eftersom denna kombination ger den totala tillfredsställelsen 44, medan AB eller AC ger 40. Thieles sekventiella metod enligt ovan väljer istället först A och lottar sedan mellan B och C.

[296]Thieles skäl att föredra *Udskydelsesreglen* är att *Tilføjelsesreglen* väljer kandidaterna i en viss ordning, vilket han ansåg olämpligt eftersom det skulle kunna ge de först valda anspråk på företräde framför sina kollegor. [341, s. 435].

14.4. Thieles metoder och d'Hondts metod

I specialfallet när alla röstar partitroget på en bestämd lista för varje parti (och ingen kandiderar för mer än ett parti) ser man lätt att Thieles alla tre metoder ger samma resultat som d'Hondts metod (heltalsmetoden, avsnitt 2.3.1), vilket redan har påpekats för *Tilføjelsesreglen*. I detta fall ger de alltså alla samma resultat, vilket också överensstämmer med Phragméns metod, se avsnitt 13.6. (Däremot är det inte en optimal strategi för alla i partiet att rösta på samma lista; mer komplicerade strategier kan ge bättre utfall, se Exempel 14.3–14.4 i avsnitt 14.7.)

14.5. Thieles method med rangordning

Thiele formulerade (liksom Phragmén) sina metoder för valsedlar utan rangordning, men som sagt har åtminstone *Tilføjelsereglen* även en version för valsedlar *med* rangordning.[297] I den ordnade versionen räknas rösterna som i den oordnade versionen i avsnitt 14.1, men *en valsedel räknas bara för det namn som står först på den av de som inte redan är valda.*

Thieles metod, ordnad version. *Varje valsedel upptar ett eller flera namn* med *rangordning. Mandaten tillsätts ett i taget och för varje mandat görs en ny sammanräkning av rösterna; en valsedel räknas för det första namn som inte redan är valt, och om detta namn står på plats k på valsedeln (och de tidigare $k-1$ alltså redan är valda) räknas valsedeln som $1/k$ röst på denna kandidat; den kandidat som får flest röster blir vald.*

Metoden används i Sverige för fördelningen inom partier vid proportionella val i kommunfullmäktige eller landstingsfullmäktige, t.ex. vid val av kommunala nämnder och styrelser [4]. Metoden formuleras i Lagen om proportionella val på följande sätt [4, 15–18 §]:

15 § Ordningen mellan namnen inom varje valsedelsgrupp skall bestämmas genom särskilda sammanräkningar, i den utsträckning sådana behövs.

16 § Efter varje sammanräkning skall det namn som enligt 18 § har fått det högsta röstetalet föras upp på en lista för valsedelsgruppen, det ena under det andra. Namnen gäller i den ordningsföljd som de har blivit uppförda på listan.

17 § Vid varje sammanräkning gäller en valsedel bara för ett namn.
Valsedeln gäller för det namn som står först på valsedeln, så länge detta namn inte har förts upp på listan. Därefter gäller valsedeln för det namn som står näst efter det namn som redan har förts upp på listan.

---

[297] Jag känner inte till någon motsvarande ordnad version av Thieles grundmetod. Man kan formellt se *Botten upp* (appendix A.21) som en version av *Udskydelsesreglen* med ordnade valsedlar, men denna metod reduceras *inte* till d'Hondts metod när alla väljare är partitrogna.

18 § En valsedel som gäller för sitt första namn räknas som en röst.
När den gäller för sitt andra namn räknas den som en halv röst. En valsedel som gäller för sitt tredje namn räknas som en tredjedels röst, och så vidare efter samma grund.

Även den ordnade versionen ger samma resultat som d'Hondts metod (och Phragméns) om alla väljare är partitrogna som i avsnitt 14.4. (Nu fördelas varje partis mandat i ordning enligt partiets lista. Det finns därför ingen risk för dekapitering.)

14.6. Thieles metod i Sverige

14.6.1. Thieles oordnade metod. När proportionella val (till riksdag, kommun och landsting) infördes i Sverige 1909 så infördes d'Hondts metod (heltalsmetoden, avsnitt 2.3.1) för fördelning av mandat mellan partierna och Thieles metod (reduktionsregeln) i avsnitt 14.1 för fördelning inom partierna, men som skydd mot dekapitering kombinerades denna med en bestämmelse kallad *rangordningsregeln*:[298]

RANGORDNINGSREGELN. *Valsedlarna upptar namn i ordning. För varje parti gäller följande: Om mer än hälften av partiets valsedlar har samma första namn så är detta partiets förstanamn. Om dessutom mer än $2/3$ av partiets valsedlar har samma både första och andra namn så är det andra namnet partiets andranamn, osv. Med andra ord: om mer än $k/(k+1)$ av partiets valsedlar har samma k namn först (i samma ordning) så blir dessa partiets k första namn ($k \geq 1$).*

Metoden från 1909 för rangordning inom varje parti var alltså följande: (Valsedlarna skulle innehålla ett eller flera namn, högst så många som antalet mandat i valkretsen, i ordning under varandra.[299])

Valsedlarna har namn i ordning. Inom varje parti används först rangordningsregeln så långt denna kan tillämpas. Om partiet får fler mandat än rangordningsregeln kan tillsätta så tillsätts resten av mandaten med reduktionsregeln (Thieles metod) i avsnitt 14.1. (I detta steg bortses alltså från ordningen av namnen på valsedeln.)

Ytterligare en komplikation var att det var frivilligt att utsätta en partibeteckning på valsedeln. Valsedlar utan partibeteckning kallades *fria gruppen*; inom denna rangordnades namnen med Thieles metod utan någon rangordningsregel.[300]

Den fria gruppen deltog sedan i mandatfördelningen mellan partierna och som jämförelsetal för den fria gruppen användes de successiva röstetalen

[298] Vid kommunal- och landstingsval var rösträtten graderad; varje valsedel räknades då till sitt röstvärde.

[299] Det fick finnas ytterligare högst två namn, men överskjutande namn räknades bara vid val av ersättare. [25]

[300] "För rösternas sammanräknande skola valsedlarna ordnas i grupper. Valsedlar utan partibeteckning utgöra tillsammans en grupp (den fria gruppen). Valsedlar med partibeteckning ordnas så, att sedlar med samma beteckning bilda en grupp (partigrupp).

beräknade med Thieles metod. (Så länge som inget mandat tillfallit den fria gruppen ger detta samma resultat som att varje kandidat där ses som ett eget parti, med en röst för varje valsedel som innehåller kandidaten.)

Avsikten med denna konstruktion var att kombinera rösterna för en kandidat från olika listor utan partibeteckning, utan att ge kandidaten draghjälp från andra listor i den fria gruppen. (Till skillnad från partimärkta valsedlar, där alla valsedlar från samma parti räknas samman, vare sig de innehåller samma namn eller inte. Skillnaden beror på att olika listor i den fria gruppen kan stå för vitt skilda politiska uppfattningar, varför de inte bör räknas ihop. Se t.ex. [23] för en diskussion.)

Den fria gruppen fick dock mycket liten betydelse: I andrakammarvalet 1911 (det första efter valsystemets införande) avgavs 607 487 röster, varav 210 saknade partibeteckning (som mest 25 i samma valkrets); dessa påverkade naturligtvis inte valet [48]. I landstingsmannavalen 1910 avgavs 394 075 röster med ett sammanlagt röst värde 3 047 088, varav 724 valsedlar med sammanlagt röstvärde 8 969 saknade partibeteckning; de flesta av dessa var i några få valkretsar där alla[301] eller de flesta[302] tillhörde den fria gruppen, och sammanlagt valdes av den 7 landstingsmän (av totalt 1217 i riket) [47].

Inom hvarje grupp skall, till den utsträckning, som för utseendet af stadgadt antal riksdagsmän är nödig, genom särskilda sammanräkningar bestämmas ordning mellan de namn å gruppens valsedlar, hvilka, enligt hvad i 3 § sägs, afse själfva riksdagsmannavalet.

Härvid iakttages i fråga om den fria gruppen:

1:o) Vid första sammanräkningen gäller hvarje valsedel såsom hel röst. Det namn, som fått högsta rösttalet, blifver det första i ordningen.

2:o) Vid hvarje följande sammanräkning gäller valsedel, hvars röstvärde icke tillgodoräknats något namn, som erhållit rum i ordningen, såsom hel röst. Annan valsedel gäller såsom half röst, där ett af de namn, hvilka röstvärdet tillgodoräknats, erhållit rum i ordningen; såsom tredjedels röst, där två af namnen uppförts i ordningen; såsom fjärdedels röst, där tre af namnen uppförts i ordningen; och så vidare efter samma grund. För hvarje gång kommer det namn närmast i ordningen, som erhållit högsta rösttalet.

I fråga om partigrupp iakttages:

1:o) Upptaga valsedlar till antal af mer än hälften af hela antalet valsedlar inom gruppen (gruppens rösttal) samma första namn, blifver detta namn det första i ordningen; upptaga valsedlar, som hafva samma första namn och utgöra mer än två tredjedelar af gruppens rösttal, jämväl samma andra namn, blifver detta namn det andra i ordningen; upptaga valsedlar, som hafva samma första och samma andra namn samt utgöra mer än tre fjärdedelar af gruppens rösttal, jämväl samma tredje namn, blifver detta namn det tredje i ordningen; och så vidare efter samma grunder.

2:o) I den mån ordningen inom gruppen icke kan genom sammanräkningar enligt nyss angifna grunder bestämmas, skall hvad här ofvan i fråga om den fria gruppen stadgadt äga motsvarande tillämpning.

Vid hvarje sammanräkning skola föras anteckningar, utvisande, där de i fråga om den fria gruppen stadgade grunder tillämpats, röstvärdet för de olika valsedlarna samt det rösttal, som för hvarje namn uträknats, men eljest antalet af de valsedlar, som upptaga samma första namn, eller samma första och andra namn, och så vidare.” [25, 7 §]

[301] Pajala och Korpilombolo, Söderköping, Simrishamn

[302] Särna och Idre, Arjeplog, Skanör och Falsterbo

I stort sett samtliga mandat besattes alltså av partilistor, och av dessa besattes de allra flesta med rangordningsregeln; t.ex. besattes med reduktionsregeln sammanlagt (inkl. ev. från fria gruppen) bara 192 av 1217 i landstingsmannavalet 1910, 21 av 150 i förstakammarvalet 1911, 18 av 230 i andrakammarvalet 1911, och och sammanlagt i riksdags- och landstingsvalen 1911–1917 343 av 3059. [47], [48], [31, s. 198].

Kombinationen av två regler där den ena men inte den andra tog hänsyn till namnens ordning var inte lyckad och bäddade för missförstånd och konstiga resultat, se [31, s. 197–203]. Kombinationen avskaffades 1921 och ersattes av den ordnade versionen av Phragméns metod i avsnitt 13.4 [33]. (Observera att denna metod, liksom den ordnade versionen av Thieles metod, automatiskt alltid uppfyller rangordningsregeln.) Samtidigt avskaffades den fria gruppen.

14.6.2. Thieles ordnade metod. Den ordnade versionen av Thieles metod används i Sverige för fördelningen inom partier vid proportionella val i kommunfullmäktige eller landstingsfullmäktige, t.ex. vid val av kommunala nämnder och styrelser [4], medan Phragméns metod används vid motsvarande val i riksdagen [2, 7.4.2], se avsnitt 13.10. (Fördelningen mellan partier sker i båda fallen med heltalsmetoden.[303])

Metoden används alltså bara inom politiska församlingar där rösterna torde vara kända i förväg. I verkligheten sker också ytterst sällan omröstningar enligt denna metod; normalt lämnar en valberedning ett förslag som antas med acklamation. Men valberedningen fördelar naturligtvis platserna så som om en omröstning genomförts, så indirekt används metoden i princip ändå. Dess betydelse är dock mycket begränsad, eftersom man normalt kan förutse att ledamöterna är partitrogna och välorganiserade, och inom samma parti röstar på en bestämd lista; fördelningen inom partiet sker ju då efter denna lista. En viss betydelse har dock metoden eftersom det är vanligt att partier bildar karteller vid dessa val (eller åtminstone tänker sig karteller vid förhandlingar och beräkningar i valberedningen); metoden används ju då för att fördela mandaten mellan partierna i en kartell. Men även i detta fall har metoden en mycket begränsad betydelse eftersom ledamöterna kan antas rösta partitroget, på varsin lista för varje parti i kartellen, och i så fall reduceras metoden till heltalsmetoden (inom varje kartell), se se avsnitt 14.5. (Taktikröstning enligt exempel 14.4 vore i princip tänkbar, men jag känner inte till några sådana försök, och de skulle knappast fungera eftersom en taktikröstning skulle gå ut över partiets samarbetspartner och inte över motståndarna; detta skulle knappast främja fortsatt samarbete.)

I praktiken kommer metoden alltså knappast till användning.

[303] med en specialregel i [4] om samma person får plats för flera partier [4, 22 §]

14.7. Kritik och jämförelse med Phragméns metod

Thieles metod är enkel, men den ger inte alltid tillfredsställande resultat; den har kritiserats bland annat av Cassel [194] (som kallar den "en falsk generalisering av den d'Hondt'ska regeln"), Tenow [340] och betänkandet [31, s. 213–220]. Thiele [341] ansåg själv att hans metod(er) är bättre än Phragméns, men argumenten för motsatsen tycks övertygande.

Ett problem är att Thieles metod i vissa fall ger för stor reduktion av röstetalet. Om en populär kandidat A finns på många fler listor än någon annan, och därför blir vald till det första mandatet, så kommer alla valsedlar med A att i fortsättningen få reducerat värde; det hade varit bättre för dessa väljare om bara en del av dem röstat på A. Detta blir speciellt tydligt om två partier (fraktioner) har A som gemensam kandidat, men i övrigt olika namn; båda får ju lika stor reduktion av röstvärdena som om de valt varsin kandidat.

Exempel 14.1 ([194]). Om två partier (eller i användningen i Sverige 1909–1921, två fraktioner inom ett parti) $A_1A_2A_3\dots$ och $B_1B_2B_3\dots$ har lika många röster, så får de naturligvis lika många mandat, och ev. lottas det sista mandatet mellan dem. Om nu ett tredje parti också stöder B_1, och röstar $B_1C_1C_2\dots$, så kommer B_1 att bli vald före A_1, men därefter blir resultatet jämt mellan A-partiet och B-partiet precis som förut (medan C-partiet får en större röstreducering); B-partiet får alltså ingen fördel av att fått partiellt stöd från C-partiet.

Exempel 14.2 ([194]). Två partier med 4200 och 1710 röster delar på 9 mandat. Partierna har 3 gemensamma kandidater. Dessa väljs naturligtvis först. Med Thieles metod väljs därefter 6 kandidater från det större partiet, som alltså får samtliga 9 platser. (Phragméns metod ger först de 3 gemensamma kandidaterna mandat; därefter fördelas de resterande 6 på de nu disjunkta partierna på samma sätt som i heltalsmetoden, vilket ger 4 till det större partiet och 2 till det mindre. Detta ses lättast med formuleringen i avsnitt 13.2.)

Thieles metod ger också möjlighet till taktiskt röstande där partier (med god organisation) kan fördela sina röster på ett mer optimalt sätt än det naturliga, se följande exempel av Tenow [340]. Metoder som inbjuder till sådana ointuitiva manövrer bör undvikas.

Exempel 14.3 ([340]). Två partier skall dela på 3 mandat; de har 37 resp. 13 röster. Om de röstar på varsin lista ABC resp. KLM blir fördelningen, som med d'Hondts metod, 2 mandat till ABC och 1 till KLM. (Detta eftersom det mindre partiet har $> \frac{1}{4}$ av rösterna, viket garanterar 1 mandat när 3 fördelas.)

Om istället det större partiet "af slug beräkning" fördelar sina röster med 9 AB, 9 AC, 9 B, 9 C, 1 A, så kommer, oavsett hur motståndarna fördelar sina röster på K, L, M, först A att väljas (med 19 röster); därefter har både

B och C $13\frac{1}{2}$ röst och väljs före K, L, M som har (högst) 13 röster var. Alltså lyckas ABC få alla tre kandidaterna valda.[304]

Det är lätt att se att om antalet röster är stort kan strategin i exempel 14.3 (ungefär lika många röster på AB, AC, B och C) användas för att fördela ett partis röster så att tre kandidater alla får minst nästan 3/8 av partiets röster (i stället för 1/3 om alla röstar på samma lista); om mandatantalet är tre räcker det alltså att få lite mer än $8/11 \approx 72{,}73\%$ av rösterna för att ta alla tre mandaten. Jag vet inte om detta är optimalt, eller om det kan finnas ännu effektivare sätt att splittra rösterna. Inte heller vet jag bästa strategi vid fler än 3 mandat, eller när motståndarna känner till strategin och kan ta till motmedel som i fotnot 304. Thieles metod leder alltså till intressanta spelteoretiska problem, men den är knappast lämplig vid val.

Exemplen ovan gäller Thieles oordnade version, men de gäller också den ordnade versionen i avsnitt 14.5 (med lämpliga och konsekventa ordningar på valsedlarna). I det ordnade fallet kan strategin i exempel 14.3 förenklas och förbättras:

Exempel 14.4. Thieles ordnade metod. Två partier, AB med 600 röster och XY med 399, skall dela på 2 mandat. Om det första partiets röster fördelas med 400 AB och 200 B (eller BA) så väljs först A och sedan B med 400 röster var, utan att XY kan hindra detta med något röstningsschema (inte heller med taktikröster på A eller B, bortsett från att de kan få B vald före A). XY med nära 40% av rösterna blir alltså utan mandat.

På samma sätt kan vid 3 mandat ett parti dela upp sina röster med $\frac{12}{23}$ ABC, $\frac{6}{23}$ BC och $\frac{5}{23}$ C; om partiet får mer än $\frac{23}{35} \approx 65{,}7\%$ av alla röster garanterar detta partiet alla tre platserna.

Observera att Phragméns metod inte lider av samma möjligheter till taktikröstning; manövrer som i Exempel 14.3–14.4 kan inte lyckas på grund av sats 13.8. (I detta fall är felet med Thieles metod att den ibland ger för lite röstreduktion.) Phragméns mer komplicerade och kanske mindre intuitiva metod för röstreduktion visar sig alltså vara betydligt bättre än Thieles enklare och mer lättfattliga metod.

[304] Om KLM känner till strategin kan de dock överlista den, genom att t.ex. 2 röstar $BKLM$ och 11 KLM; i detta fall väljs först B (20 röster) och C (18), varefter A endast har 10 röster och besegras av KLM (12). Detta är knappast ett försvar för Thieles metod, utan visar ännu mer hur konstigt den kan slå.

KAPITEL 15

Bordametoder (poängberäkning)

Bordametoden[305] är också en form av preferensröstning där varje väljare rangordnar alla, eller ett annat bestämt antal, kandidater. Till skillnad från t.ex. STV (kapitel 12) och AV (appendix A.4) räknas sedan alla röster på valsedlarna, med en bestämd poängskala.

BORDAMETODEN. *En eller flera skall väljas. Varje väljare rangordnar alla, eller ett annat bestämt antal, kandidater. Poäng ges enligt en bestämd poängskala* $p_1, p_2, \dots$, *så att på varje valsedel får förstanamnet* p_1 *poäng osv., med* p_k *poäng till kandidat nummer* k. *Den kandidat (de kandidater) som har högst sammanlagd poäng vinner.*

Vi antar att $p_1 \geq p_2 \geq \cdots \geq 0$; normalt är $p_1 > p_2 > \dots$.

Metoden beror alltså på valet av poängskala, så det är riktigare att tala om olika Bordametoder. (Namnet Bordametoden i strikt mening syftar på Bordas version i avsnitt 15.1.1.)

Metoden har numera namn efter Borda, som föreslog metoden 1770[306] [185], se även [202], men den föreslogs redan 1433 av Nicolaus Cusanus[307] för val av kung i Tysk-romerska riket (dvs. kejsare, se appendix E.5) [259]. (Nicolaus Cusanus förslag ignorerades dock.)

En praktisk skillnad mellan olika Bordametoder är om alla kandidater får poäng på varje valsedel, och alltså alla kandidater måste (eller åtminstone bör) rangordnas, eller om bara ett visst antal, K säg, får poäng, varvid normalt varje valsedel bör rangordna exakt K namn.[308] (Matematiskt innebär detta att $p_{K+1} = p_{K+2} = \cdots = 0$. Teoretiskt sett spelar det då ingen roll om fler namn än K rangordnas eller inte, eftersom senare namn ändå ignoreras.)

---

[305] Jean-Charles de Borda (1733–1799), fransk riddare (*chevalier*), matematiker och ingenjör. Föreslog metoden i [185]. Ledamot, och ordförande i minst en, av de två kommissioner som utarbetade metersystemet på 1790-talet och som bland annat definierade metern; medverkade också i gradmätningen för att fastställa meterns längd. [333, Borda], [295, Borda].

[306] Hans beskrivning i franska vetenskapsakademiens handlingar 1781 [185] publicerades 1784, men anger att han beskrev metoden för akademien 16 juni 1770.

[307] Nicolaus Cusanus [Nikolaj Krebs, Nikolaus von Kues] (1410–1464), tysk teolog och filosof. Kardinal 1448, biskop i Brixen 1450. [289, Cusanus, Nicolaus]

[308] I användningen på Island (för fördelning inom partier), avsnitt 15.1.2.2, har valsedeln normalt fler namn, eftersom antalet som väljs i partiet beror på valutgången och inte är känt i förväg. Överskjutande namn ignoreras då.

Ett praktiskt problem är hur man ska behandla ofullständiga valsedlar som inte innehåller fullt antal namn. En möjlighet är att ogiltigförklara alla sådana valsedlar. En annan möjlighet är att ge kandidaterna på valsedeln poäng enl. ovan, och 0 poäng till resten, men observera att om detta accepteras så ändrar det valmetoden eftersom det då kan vara taktiskt att t.ex. bara rösta på en favoritkandidat för att öka dennas chanser.

Bordametoder kan i vissa fall fungera som proportionella metoder, se avsnitt 15.3. Detta är dock snarast undantagsfall, och Bordametoder kan i allmänhet inte ses som proportionella valmetoder. En stor nackdel med Bordametoder är att de ger stort utrymme för taktikröstning, vilket försvårar för både partiledningar och väljare. (Se t.ex. avsnitt 15.3.) Speciellt gäller detta när flera väljs samtidigt, då ett parti kan gynnas av att dess röster splittras lagom mycket, men kan förlora på för stor eller för liten röstsplittring. I en situation med organiserade partier är listmetoder betydligt bättre, men i andra sammanhang kan Bordametoder ibland fungera bra.

15.1. Olika Bordametoder

15.1.1. Bordas version. Bordas ursprungliga version [185], vilket alltså är Bordametoden i strikt mening, är varje väljare rangordnar alla kandidater; om det finns n kandidater får de $n, n-1, \dots, 1$ poäng. Vi har alltså $p_k = n + 1 - k$. (Valet $p_k = n - k$, dvs. $n-1, n-2, \dots, 0$ ger naturligtvis samma resultat förutsatt att alla väljare verkligen rangordnar alla kandidater.)[309] Nicolaus Cusanus förslag 1433 för kejsarval (appendix E.5) var matematiskt sett detsamma.[310]

Denna version är knappast lämplig vid val med många kandidater, eftersom alla kandidater måste rangordnas och ordningsföljden bland de sista kandidaterna har lika stor betydelse som ordningen av de första. (Till skillnad från t.ex. STV och AV där förstahandsvalen har störst betydelse och senare preferenser räknas i andra hand.)

En av Bordas motiveringar [185] är att om man tänker sig parvisa omröstningar mellan alla par av kandidater så kommer det sammanlagda röstetalet för varje kandidat att bli det som ges av Bordametoden med $p_k = n - k$. (Detta inses lätt, eftersom en kandidat som av en viss väljare placeras på plats k, kommer att få denna väljares röst i $n - k$ parvisa omröstningar.)

Laplace [269, XC–XCIII och 277–278] kom 1795 fram till samma metod med följande sannolikhetsteoretiska argument: Antag att varje väljare värderar varje kandidat med ett tal (som i appendix A.16.1); vi vet dock inte dessa tal utan bara deras inbördes ordning hos varje väljare. Om vi antar att varje tal är slumpmässigt och likafördelat mellan 0 och 1, och att alla talen

[309] Borda [185] påpekade att varje linjär formel $p_k = a + (n - k)b$, med $b > 0$, ger samma resultat.

[310] Han föreslog att varje kurfurste skulle få en valsedel för varje kandidat, med kandidatens namn och siffrorna 1, 2, ... skrivna i förväg (för att bevara valhemligheten); därefter skulle kurfursten (eller hans sekreterare om kurfursten inte kunde läsa) markera ordningstalet med ett streck på varje valsedel.

är oberoende, så är för varje väljare det betingade väntevärdet av det j:te minsta talet, givet att vi vet ordningen mellan talen, proportionell mot j.[311] I brist på exakt kunskap om väljarnas värderingar räknar vi med dessa väntevärden, och ger alltså den j:te kandidaten från slutet j poäng.[312]

Metoden infördes, under Bordas (och Laplaces) livstid, för inval i franska vetenskapsakademien 1796, men avskaffades 1803 efter kritik av Napoleon [202].[313]

Metoden användes t.ex. i Österrike 1949–1971 för fördelning av mandat inom partierna; varje parti hade en lista på kandidaterna men väljana kunde ändra ordningen eller göra strykningar.[314] [266], [193, s. 132-133].

En nackdel med versionen vid val av flera kandidater är att ett parti som har en majoritet av rösterna lätt kan få samtliga mandat, även om detta inte är säkert utan beror på hur både anhängarnas och motståndarnas röster fördelas. Detta beror på att skillnaden i poäng mellan de första platserna är relativt liten, speciellt om det finns många kandidater. En version som den i avsnitt 15.1.3 med snabbare minskning av p_k kan då fungera bättre.

15.1.2. Bordas skala för ett bestämt antal. En annan version är att använda Bordas poängskala $n, n-1, \dots, 1$, men med ett bestämt n oberoende av antalet kandidater. (Normalt röstar därför varje väljare med en lista med n namn, men se avsnitt 15.1.2.2.)

15.1.2.1. *Kiribati.* I Kiribati användes till 2002 en sådan Bordametod vid parlamentets nominering av presidentkandidater, se appendix D.18; varje ledamot fick rösta på 4 av kandidaterna med poängen 4, 3, 2, 1, och de 4 med flest poäng nominerades till presidentvalet. [98]

15.1.2.2. *Island.* Vid val till Alltinget på Island fördelas ett partis mandat i varje valkrets på partiets kandidater med en sådan Bordametod, men n är inte känt före valet utan beror på hur många mandat som skall fördelas inom partiet. (Följaktligen kan valsedeln uppta fler namn än n, men bara de n första räknas.)

Partiets kandidater står på valsedeln i den ordning partiet bestämt, men väljarna kan om de vill ändra ordningen (genom att sätta nummer framför namnen eller genom att stryka namn [91, 82. gr.]). Om ett parti får m

---

[311] Detta är alltså väntevärdet av $U_{(j)}$, det j:te minsta av n oberoende likformigt fördelade slumpvariabler $U_i \sim U(0,1)$. En numera enkel beräkning visar att $\mathbb{E}\,U_{(j)} = j/(n+1)$.

[312] Laplace [269, XCIII–XCIV och 275–277] studerade också fallet med omröstning mellan olika alternativ, där han antog att varje röstande på samma sätt värderade varje alternativ, men att nu summan av varje röstandes värden var 1. (Han tänkte sig att den röstande uppskattade sannolikheten för att ett visst alternativ var det rätta.) Han visade att väntevärdet av det j:te minsta talet, av n stycken positiva tal med summan 1 och likafördelade med dessa villkor, är $\frac{1}{n}(\frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n-j+1})$. (Se t.ex. [263, Appendix D] för ett annat bevis.) Detta ger en Bordametod med $p_k = \sum_{i=k}^{n} \frac{1}{i} = H_n - H_{k-1}$, där H_k är det k:te *harmoniska talet*, se exempel 15.6. Denna metod har såvitt jag vet aldrig använts.

[313] Vilken metod Napoleon föredrog istället vet jag inte.

[314] Jag vet inte hur strykningar räknades.

mandat i en valkrets så beräknas $n = \max\{2m, 3\}$ och man använder sedan Bordametoden med poängen n, $n-1$, ..., 1.[315] (Bara de första n namnen på varje valsedel betraktas alltså, dvs. $2m$ namn om inte $m = 1$, då man använder 3 namn). De m kandidater som får högst poäng är valda och de m följande blir suppleanter. [91, 110. gr.]

15.1.3. Harmoniska serien. En annan version som används är $p_k = 1/k$, dvs. 1 poäng till den första kandidaten, 1/2 till den andra, osv.

Denna version är enkel och kan synas intuitivt rimlig. Den föreslogs redan 1857 av Hare, som dock senare istället propagerade för STV (kapitel 12); den föreslogs också 1863 av Burnitz och Varrentrapp, som visade att om väljarna röstar partitroget, med en bestämd partilista för varje parti, så blir resultatet proportionellt [267, s. 63]. Mer precist blir resultatet i detta fall detsamma som med heltalsmetoden,[316] se sats 15.1 och exempel 15.2. Men observera att resultatet kan bli ett annat om väljarna röstar på sitt partis kandidater i olika ordning, se exempel 15.6.[317]

15.1.3.1. *Nauru.* Parlamentsval i Nauru sker med denna Bordametod,[318] i valkretsar med 2 eller 4 mandat, se appendix D.26. Alla kandidater skall rangordnas, och poängsätts med $p_k = 1/k$.[319] [110]

15.1.3.2. *Finland, 1906–1935.* När Finland införde en enkammarriksdag 1906 fick partier ställa upp en eller flera listor med högst 3 namn på varje. (Samma namn kunde stå på flera listor.) Partiets mandat fördelades inom partiet med Bordametoden med $p_k = 1/k$.[320] (Se även appendix D.2.)

15.1.3.3. *Finland, föreningar.* Finska föreningslagen [80, 29 § 3)] säger att i en ideell förening kan val förrättas som majoritetsval eller proportionella val; i det senare fallet skall föreningens stadgar ange metoden, men lagen anger tre standardmöjligheter (som förslag); ett av dem är Bordametoden med $p_k = 1/k$.[321] [322]

15.1.3.4. *Svenska kyrkan, utlandsröster.* Kyrkomötet har 251 ledamöter. Av dessa väljs 249 i direkta val (av alla medlemmar, i kykovalet) medan (sedan valet 2013) 2 väljs indirekt av utlandsförsamlingarna.

---

[315] I vallagen [91, 110. gr.] används 1, $(n-1)/n$, $(n-2)/n$, ..., vilket är ekvivalent.

[316] Burnitz och Varrentrapp gjorde detta 19 år innan d'Hondt föreslog heltalsmetoden.

[317] Detta diskuteras bland annat i utredningen [31, s. 205–206] som avfärdade metoden.

[318] Lokalt kallas metoden *Dowdall system.* [110]

[319] I beskrivningen [110] avrundas dessa nedåt till 2 decimaler; jag vet inte om detta sker i verkligheten också.

[320] 1935 begränsades listorna till högst 2 namn (jag vet inte om Bordametoden fortfarande användes) och 1954 avskaffades de helt så att man sedan dess röstar på ett namn.

[321] Jag ser inget stadgande om hur många namn som skall stå på varje valsedel. Jag antar att det är valfritt, men är inte säker.

[322] De andra två standardmetoderna som anges är båda med kandidatlistor och heltalsmetoden, den ena med fast ordning inom varje lista och den andra så att varje väljare markerar en kandidat på listan och kandidaterna inom varje lista rangordnas efter antalet röster (på samma sätt som i riksdagsval i Finland, se avsnitt 11.2.1 och appendix D.2).

Varje utlandsförsamlings kyrkoråd avger en röst bestående av en lista 5 namn i ordning. Listorna räknas samman med Bordametoden med $p_k = 1/k$ och de två som får flest röster väljs. [164], [162, 39 kap.].

15.1.4. Eurovisionsschlagerfestivalen. I finalen i Eurovisionsschlagerfestivalen (Eurovision Song Contest) 2011 används en Bordametod. Varje land rangordnar 10 andra länders bidrag, vilka poängsätts med 12, 10, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 poäng.[323] I semifinalerna går de 10 bidrag som fått flest poäng vidare. I finalen vinner den med flest poäng. [159]

I den svenska finalen (Melodifestivalen) 2011 användes en kombination, där 11 juryer poängsatte enligt en Bordametoden med en skala 12, 10, 8, 6, 4, 2, 1, medan 473 poäng delades ut proportionellt (enligt valkvotsmetoden) mot antalet telefonröster.[324]

15.1.5. Majoritetsval. Enkelt majoritetsval (FPTP, appendix A.1), enkel ickeöverförbar röst (SNTV, appendix A.8), majoritetsval i flermannavalkretsar (blockröstning, BV, appendix A.7) och begränsad blockröstning (LV, appendix A.9) kan matematiskt ses som specialfall, där $p_1 = \dots = p_\ell = 1$ och $p_{\ell+1} = \dots = 0$ för ett visst $\ell \geq 1$ (I dessa fall röstar man alltså på ℓ kandidater, och att ordningen mellan dem spelar roll.) Men dessa fall är otypiska och räknas normalt knappast som Bordametoder; det typiska är att $p_1 > p_2 > \dots$ med strikta olikheter, så att rangordningen verkligen spelar roll.

15.2. Konvexitet

Bordametoder har en attraktiv matematisk egenskap: de är *konxexa*[325] i meningen att om två enmansvalkretsar röstar på samma kandidater, och samma kandidat vinner i båda valkretsarna, så blir resultatet detsamma om valkretsarna slås ihop. (Detsamma gäller för flermannavalkretsar med lika många mandat.)

Young [358] har visat att Bordametoderna är de enda valmetoder som uppfyller detta.[326]

Egenskapen är av teoretiskt intresse men har ringa praktisk betydelse, eftersom man normalt inte gör beräkningar både separat för två grupper och sammanlagt. Eftersom Bordametoder har andra nackdelar så ska nog Youngs resultat snarast ses som ett bevis för att man inte skall bry sig om konvexitet vid bedömning av valsystem.

---

[323] Varje lands röst baseras på dels telefon/SMS-röster och dels på en professionell jury. Exakt hur dessa vägs ihop framgår inte av reglerna.

[324] Juryerna delade alltså ut summa 43 poäng var och därför 473 sammanlagt, så juryer och telefonröster delade ut lika många poäng. Detta betyder naturligtvis inte att juryer och telefonröster har lika stort inflytande; hur det förhåller sig med detta är inte så lätt att avgöra. (Det är inte ens klart om frågan är väldefinierad.)

[325] Egenskapen kallas *convexity* i [355], men *consistency* i [358].

[326] Detta är en lite förenklad beskrivning som bortser från fallet med lika röstetal, se [358] för detaljer.

15.3. Samband med divisorsmetoder

I vissa, ganska speciella, fall ger Bordametoden samma resultat som en divisorsmetod. Antag att väljarna är uppdelade på ett antal partier med varsin kandidatlista (naturligtvis utan överlappningar) och att varje väljare röstar partitroget. Vi förutsätter i detta avsnitt vidare att bara ett bestämt antal K kandidater får poäng på varje valsedel, och att varje parti har minst K kandidater, alternativt att ingen behöver ge poäng till fler kandidater än önskat; ingen tvingas alltså rösta på någon kandidat från ett annat parti. (Detta gäller alltså inte Bordas version.)

Det enklaste fallet är att alla inom partiet röstar på samma sätt.

SATS 15.1 ([316]). *Antag att väljarna är uppdelade på partier och att varje partis väljare röstar på en bestämd partilista, med en bestämd ordning. Bordametoden med poäng p_k ger då samma resultat som divisorsmetoden med divisorer $d(k) = 1/p_k$.*

BEVIS. Med r_i röster på parti i kommer partiets k:te kandidat att få $r_i p_k = r_i/d(k)$ röster, och mandaten kommer därför att fördelas precis som i formulering D2 (s. 19) av divisorsmetoden. □

EXEMPEL 15.2. Speciellt ger alltså Bordametoden med $p_k = 1/k$ (avsnitt 15.1.3) i detta fall samma resultat som heltalsmetoden; i detta speciella fall fungerar alltså metoden proportionellt. (På samma sätt skulle $p_k = 2/(2k-1)$ ge samma resultat som uddatalsmetoden.)

Men observera att detta samband bara gäller om varje partis väljare röstar på kandidaterna i samma ordning. Ett välorganiserat parti som har god information om partiets styrka kan få fler mandat genom att se till att väljarna röstar på ett lämpligt antal av partiets kandidater i olika ordning (jfr [316]), så att dessa kandidater får lika många poäng, vilket visas av följande sats.

SATS 15.3. *Antag att väljarna är uppdelade på partier och att varje partis väljare röstar enligt sin partilednings direktiv. Antag också att partiernas storlek är kända i förväg. Om alla partier använder optimala strategier ger Bordametoden med poäng p_k samma resultat som divisorsmetoden med divisorer*

$$d(m) = \frac{m}{p_1 + \cdots + p_m}. \tag{15.1}$$

Mer precist gäller att om denna divisorsmetod ger ett entydigt resultat med m_i mandat till parti i så kan med Bordametoden partiet försäkra sig om minst m_i mandat genom att se till att partiets väljare röstar på samma m_i kandidater först, men i olika ordning så att dessa m_i får samma poäng;[327]

[327] Vi antar för enkelhets skull att detta är möjligt. Ett sätt är att väljarna delas in i m_i lika stora grupper som beordras att rösta på kandidaterna med varsin cyklisk permutation av ordningen (t.ex., med $m_i = 4$, $ABCD$, $BCDA$, $CDAB$, $DABC$). Om inte antalet väljare i partiet är delbart med m_i så kan det vara omöjligt att ge de m_i

omvänt gäller att om alla andra partier använder t.ex. denna strategi så kan ingen strategi ge partiet mer än m_i mandat.

Bevis. Om parti j har m kandidater som får minst s poäng var så har dessa kandidater sammanlagt minst ms poäng, och eftersom de på varje valsedel får sammanlagt högst $p_1 + \cdots + p_m = m/d(m)$ poäng tillsammans så måste $ms \leq r_j m/d(m)$ och alltså

$$s \leq r_j/d(m). \tag{15.2}$$

Omvänt, om parti j röstar med strategin ovan på m kandidater så får dessa sammanlagt $r_j(p_1 + \cdots + p_m) = r_j m/d(m)$ poäng och alltså $r_j/d(m)$ poäng var.

Om divisorsmetoden ger en entydig mandatfördelning med m_i mandat till parti i ($1 \leq i \leq n$) så gäller (se formulering D2, s. 19), för alla i och j,

$$\frac{r_i}{d(m_i)} > \frac{r_j}{d(m_j + 1)}. \tag{15.3}$$

Om nu parti i röstar med strategin ovan så får dess m_i främsta kandidater, som nyss sagt, $r_i/d(m)$ poäng var. Enligt (15.2) och (15.3) kan ett annat parti inte ha $m_j + 1$ kandidater med minst denna poäng. Alltså kan högst m_j kandidater från parti j slå de m_i toppkandidaterna i parti i, och eftersom $\sum_{j=1}^{n} m_j = M$ så blir dessa m_i från parti i valda.

Omvänt gäller att om alla andra partier använder denna strategi så garanteras de minst $\sum_{j \neq i} m_j = M - m_i$ mandat, och det finns högst m_i mandat kvar till parti i. □

Anmärkning 15.4. Vi antar i sats 15.3 för enkelhets skull att divisorsmetoden ger ett entydigt resultat, dvs. att lottdragning om sista mandatet inte behövs. Annars gäller att om partiet får minst m_i mandat med divisorsmetoden så kan det försäkra sig om minst m_i mandat med denna stategi. Men situationen är taktiskt lite mer komplicerad i sådana fall, vilket visas av följande exempel.

Exempel 15.5. Antag att 4 lika stora partier kämpar om 6 mandat, med en Bordametod där $p_1 > p_2 \geq \dots$. Om ett parti delar sina r_i röster på r_i' för A_iB_i och r_i'' för B_iA_i, där $r_i' > r_i/2 > r_i''$, så kommer A_i säkert att bli vald, och kanske B_i. (Om alla partier gör på detta sätt får de två som har störst r_i'', och alltså minst r_i', 2 mandat var, och de andra 1 var.) Det är då optimalt att välja r_i'' så nära $r_i/2$ som möjligt. Men ett parti som väljer $r_i' = r_i'' = r_i/2$, för att öka chansen till 2 mandat, riskerar att bli helt utan. (Om alla partier gör på detta sätt lottas de 6 mandaten ut på de 8 kandidaterna.)

Exempel 15.6. Bordametoden med $p_k = 1/k$ (avsnitt 15.1.3) är under förutsättningarna i sats 15.3, och om vi antar att man rangordnar (och ger poäng till) ett valfritt antal kandidater, ekvivalent med divisorsmetoden med

---

kandidaterna exakt samma poäng; vi antar då att marginalerna till andra partier är så stora att denna skillnad på högst någon enstaka poäng inte spelar någon roll.

$d(m) = m/H_m$, där $H_m = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{m}$ är det m:te *harmoniska talet*, och inte med heltalsmetoden ($d(m) = m$) som under förutsättningarna i exempel 15.2. Divisorerna är alltså:

$$1, \frac{4}{3}, \frac{18}{11}, \frac{48}{25}, \frac{300}{137}, \ldots \tag{15.4}$$

Observera att för stora m är $H_m \sim \log m$ och därför $d(m) \sim m/\log m$. Eftersom $d(m)$ växer långsammare än m så gynnas stora partier, speciellt vid ett litet antal mandat, se exemplet i Tabell 15.1. (När m är stort ändras faktorn $\log m$ relativt lite och får mindre betydelse; mer precist är $\log m$ långsamt varierande och metoden är därför asymptotiskt proportionell, se sats 8.45.)

parti	A	B	C	D
röster	40%	30%	20%	10%
10 mandat	6	3	1	0
20 mandat	10	7	3	0
50 mandat	24	16	8	2
100 mandat	45	31	18	6

Tabell 15.1. Exempel på Bordametoden med $p_k = 1/k$ under förutsättningarna i exempel 15.6.

Strategin i sats 15.3 är optimal under förutsättningarna i satsen, och om andra partier använder samma strategi; om man vet att andra partier använder andra strategier kan det ibland löna sig med en annan strategi för att utnyttja detta. Strategin kräver också att man i förväg kan bedöma valresultatet, vilket är mer eller mindre realistiskt; en felbedömning kan kosta mandat. Speciellt riskabelt är det att överskatta sin styrka; exempel 15.10 visar att resultatet då kan bli rätt oförutsägbart, och långt ifrån proportionellt. Strategin hänger dessutom på att väljarna kan styras, och att de kan förmås avstå från att rösta på sin favoritkandidat. Man kan alltså knappast se sats 15.3 som ett bevis för att en Bordametod är proportionell.

Satsen visar dessutom att resultatet med Bordametoden kan påverkas mycket av partiernas (och väljarnas) taktik, vilket knappast är en lämplig egenskap hos en valmetod.

Som sagts i avsnitt 15.1.5 kan flera typer av majoritetsval i flermannavalkretsar ses som Bordametoder. sats 15.3 visar att dessa under vissa förutsättningar kan fungera som divisorsmetoder; sats 15.3 ger även en strategi.

Exempel 15.7. Enkel ickeöverförbar röst (SNTV, appendix A.8), där varje väljare röstar på en kandidat, kan ses som en Bordametod med $p_1 = 1$ och $p_2 = p_3 = \cdots = 0$. Enligt sats 15.3 svarar detta mot en divisorsmetod med $d(m) = m$, dvs. heltalsmetoden.

Under antagandena i satsen, och med god valtaktik, fungerar SNTV alltså som en proportionell valmetod. Strategin som ges av sats 15.3 är att beräkna antalet mandat partiet skulle förvänta sig med heltalsmetoden, och sedan se till att väljarna fördelar sina röster lika på så många kandidater.

I praktiken fungerar metoden dock mindre bra, se appendix A.8.

Exempel 15.8. Enkelt majoritetsval i en flermannavalkrets (blockröstning, appendix A.7) kan ses som en Bordametod med $p_1 = \cdots = p_M = 1$, och svarar enligt sats 15.3 mot en divisorsmetod med $d(m) = m/m = 1$ för $m \leq M$. (Eftersom $d(m)$ för $m > M$ inte spelar någon roll kan vi lika gärna ta $d(m) = 1$ för alla m.) Detta betyder en divisorsmetod där alla mandat går till det största partiet, jfr formulering D2 (s. 19). Strategin är den självklara: partiet ställer upp M kandidater och alla väljare röstar på dem (ordningen spelar ju ingen roll i denna metod). Se vidare appendix A.7.

Exempel 15.9. Begränsad blockröstning (LV, appendix A.9) kan ses som en Bordametod med $p_1 = \cdots = p_\ell = 1$, och $p_k = 0$ för $k > \ell$. Detta svarar enligt sats 15.3 mot en divisorsmetod med

$$d(m) = \begin{cases} 1, & m \leq \ell, \\ m/\ell, & m > \ell. \end{cases} \tag{15.5}$$

Vi kan lika gärna multiplicera alla $d(m)$ med ℓ, och får då den ekvivalenta divisorsmetoden med

$$d(m) = \begin{cases} \ell, & m \leq \ell, \\ m, & m > \ell. \end{cases} \tag{15.6}$$

Att divisorerna $d(1) = d(2) = \cdots = d(\ell)$ är lika betyder att ett parti får sina första ℓ mandat på en gång. Divisorsmetoden (formulering D2, s. 19) kan beskrivas som en modifiering av heltalsmetoden, där ett parti inte kan få mindre än ℓ mandat (utom när de sista mandaten delas ut); de första $\ell - 1$ mandaten till ett parti hålls inne och delas inte ut, men när partiet skulle få sitt ℓ:te mandat med heltalsmetoden så får det ℓ på en gång; skulle färre än ℓ mandat då finnas kvar att fördela så får partiet de mandat som finns. (Se [267, s. 38–40].)

Vi ser att om alla partier skulle få minst ℓ mandat med heltalsmetoden så ger begränsad blockröstning samma resultat, under förutsättningarna i sats 15.3. Metoden kan alltså, under gynnsamma fall, ge ett proportionellt resultat för stora partier, men inte för små. Vi ser också att om $\ell \geq M/2$ (vilket brukar vara fallet när denna metod används) så kommer bara de två största partierna att kunna få mandat (under förutsättningarna i sats 15.3). Se vidare appendix A.9.

Vi avslutar med ett exempel som visar att strategin i sats 15.3 verkligen förutsätter god kunskap i förväg om valresultatet, och att en felbedömningar kan ge katastrofala resultat. (Exemplet använder för enkelhets skull SNTV, men liknande exempel kan göras för andra Bordametoder.)

Exempel 15.10. Enkel ickeöverförbar röst (SNTV), vilket kan ses som Bordametoden med $p_1 = 1$ och $p_k = 0$ för $k \geq 2$, se exempel 15.7. 100

mandat och 100 000 röster. Parti A räknar med 20% av rösterna och ställer därför upp 20 kandidater. Nu är partiet för optimistiskt och får bara 16% av rösterna, vilka (enligt planen) fördelas lika; varje kandidat får alltså 800 röster.

Övriga partier är också överoptimistiska och ställer upp sammanlagt 100 kandidater som delar på de övriga 84 000 rösterna. Om alla dessa kandidater får ungefär lika många röster, dvs. 840 var, så blir dessa 100 valda och A blir helt utan. Om istället röstetalen för de 100 är jämnt fördelade mellan 740 och 940 så har fler än 20 av dem färre än 800 röster, och samtliga 20 kandidater från A blir valda.

APPENDIX A

Andra valmetoder

Ett stort antal valmetoder används eller har använts i olika situationer och på olika platser, och många fler har föreslagits men aldrig använts i praktiken. Det finns inte heller någon formell skillnad mellan metoder för val i enmansvalkretsar och metoder för omröstningar i andra frågor än val, även där gäller det att välja ett alternativ av flera givna förslag, men i praktiken används då ofta andra metoder (t.ex. kontrapropositionsvotering som i Sveriges riksdag [2, 5 kap. 6 §] där alternativ ställs mot varandra parvis; se [244] för några olika metoder). Ett antal mer eller mindre viktiga metoder tas upp nedan; vi begränsar oss (med något undantag) till metoder som faktiskt används (eller har använts) vid val. Många av metoderna behandlas och kommenteras utförligare i [170]. För fler metoder, se t.ex. [194; 267; 272; 350].[328] [329]

En viktig praktisk omständighet, som dock inte påverkar den matematiska beskrivningen, är om valet sker öppet eller slutet (hemligt). Allmänna val är numera alltid slutna, med någon typ av valsedlar eller liknande som garanterar väljarens anynomitet. Samma gäller för många val inom andra typer av organisationer. Detta blev allmännt under andra halvan av 1800-talet;[330] [331] tidigare skedde allmänna val normalt öppet vid allmänna möten.[332] I Sverige sker riksdagsval med slutna sedlar åtminstone sedan representationsreformen 1866 [18, § 25]; jag vet inte om det förekom tidigare. (Vid kommunalval var rösträtten graderad till 1918. Åtminstone

[328]Speciellt för val med namn (eller alternativ) i preferensordning har många metoder föreslagits, och ibland studerats teoretiskt.

[329]Även metoder som ger ett avsiktligt slumpmässigt resultat (utöver lottdragning vid lika röstetal, och de slumpmässigheter som finns i vissa former av STV vid röstöverföringen, se avsnitt 12.1, speciellt 12.1.1–12.1.3) har föreslagits, se [234; 327]. Sådana metoder har mig veterligt dock aldrig använts, och de behandlas inte här.

[330]För att ytterligare förbättra valhemligheten används ofta färdigtryckta valsedlar där väljaren sätter kryss el. dyl. Pionjären var Victoria i Australien 1856 [312], [215, Australian ballot].

[331]I Storbritannien infördes slutna valsedlar 1872, och i USA blev de vanliga efter 1884 [215, Australian ballot, Ballot act]. I Preussen skedde röstningen öppet och muntligt ännu in på 1900-talet [182]. Slutna val förekom även tidigare i olika sammanhang, t.ex. vid påveval (avsnitt E.4) åtminstone från 1500-talet [196].

[332]En variant var att de röstandes röster skrevs upp i en bok. Hare [240] tänker sig att hans föreslagna STV skall genomföras på detta sätt, med flera kandidater angivna i preferensordning.

Röst läggs på:	En väljs	Flera väljs
ett parti	listmetoder i kap. 2–4	partiblockval
en person	enkelt majoritetsval, absolut majoritet (flera omgångar)	SNTV
flera personer utan rangordning		BV, LV, kumulation, (Phragmén, Thiele)
	accepttröstning	
flera personer med rangordning	alternativröstning, supplementröstning, Contingent Vote	STV, Phragmén, Thiele, multipel AV, norska, Bucklin, botten upp
	Borda	

TABELL A.1. Några valmetoder av olika typer.

ibland användes slutna sedlar, men röstvärdet antecknades på valsedeln [28, § 4–5], vilket måste ha påverkat valhemligheten, speciellt för de få med många röster.)

Valmetoderna kan indelas i två grupper, beroende på om en eller flera väljs samtidigt; vid t.ex. parlamentsval alltså om man använder enmansvalkretsar eller flermannavalkretsar;[333] en del metoder kan användas i båda fallen. (Varje metod som kan användas för att välja flera kan i princip användas för att bara välja en, men i många fall reduceras metoden då till en enklare eller vanligare, som därför tas upp separat nedan.)

En annan indelningsgrund är hur rösterna avges. Oavsett valsedelns praktiska utforming finns fyra typer:

(i) Man röstar på ett parti. (T.ex. allmänna val i Sverige.) Detta kan vara kombinerat med personröster inom partiet.

(ii) Man röstar på en person. (Om kandidaterna är partianknutna röstar man därigenom indirekt på ett parti, men partier spelar ingen formell roll.)

(iii) Man röstar på flera personer, utan inbördes rangordning.[334] (Antalet kan vara föreskrivet eller valfritt, eller valfritt inom vissa gränser. Speciellt kan det vara tillåtet att rösta på bara en person.)

(iv) Man röstar på flera personer, i preferensordning.[335] (Antalet kan vara föreskrivet eller valfritt, eller valfritt inom vissa gränser; i vissa fall krävs det att väljaren rangordnar samtliga kandidater och i andra fall kan det vara tillåtet att rösta på bara en person.)

Tabell A.1 visar schematiskt ett antal metoder uppdelade på dessa sätt.

[333] Det förekommer att båda typerna av valkretsar förekommer samtidigt, t.ex. vid riksdagsval i Finland (avsnitt D.2) och lokalval i England (avsnitt D.31). Vid t.ex. presidentval används naturligtvis samma metoder som vid val i enmansvalkretsar.

[334] Ofta används färdigtryckta valsedlar med alla kandidaters namn, där den röstande markerar sina röster med kryss.

[335] Ofta används färdigtryckta valsedlar med alla kandidaters namn, där den röstande rangordningar några eller alla med siffror.

A.1. Majoritetsval i enmansvalkretsar (enkel majoritet, FPTP)

ENKELT MAJORITETSVAL, FPTP. *Valet sker i enmansvalkretsar. Varje väljare röstar på en kandidat och den kandidat som får flest röster blir vald.*

Det räcker alltså med *enkel majoritet* (fler röster än någon annan); det krävs inte absolut majoritet (mer än hälften av alla röster). På engelska kallas metoden ofta *First-Past-the-Post (FPTP)*.[336] [337]

Man röstar alltså formellt på en person, men vid allmänna val anges numera (i alla fall jag känner till) även partitillhörighet på valsedlarna, och eftersom varje parti självfallet bara nominerar en kandidat i varje valkrets kan man lika gärna se det som att väljaren röstar på ett parti.

Metoden är den kanske enklaste för demokratiska val och var tillsammans med majoritetsval i flermannavalkretsar (avsnitt A.7) den helt dominerande metoden fram till slutet på 1800-talet; i Sverige användes den till 1909. Den används ännu i många länder (speciellt anglosaxiska), t.ex. Storbritannien, USA, Kanada, Indien, och som del av ett blandat system i t.ex. Tyskland och Litauen. (Räknat i antalet väljare är det den i särklass viktigaste valmetoden i världens demokratier, även om detta främst beror på Indiens storlek.)

Metoden leder normalt till ett långtifrån proportionellt resultat, med kraftig överrepresentation för det största partiet och mycket få mandat till andra partier än de två största (kanske med undantag för regionala partier med starkt lokalt stöd).[338]

Observera att alla divisorsmetoder och kvotmetoder (kapitel 2–3) reduceras till majoritetsval om de tillämpas på en valkrets med bara ett mandat. (T.ex. används därför majoritetsval vid riksdagsvalet i Finland i Ålands valkrets, som bara har ett mandat, se avsnitt D.2.)

A.2. Majoritetsval med absolut majoritet; två omgångar

En alternativ form av majoritetsval i enmansvalkretsar är att kräva *absolut majoritet* av den som blir vald, alltså fler röster än alla andra kandidater tillsammans (dvs. mer än hälften av alla giltiga röster). Förutom vid parlamentsval i enmansvalkretsar är detta vanligt vid val av t.ex. en president eller ordförande när bara en person skall väljas. Matematiskt är detta naturligtvis samma sak som val i en enda valkrets.

MAJORITETSVAL MED ABSOLUT MAJORITET. *Valet sker i enmansvalkretsar. Varje väljare röstar på en kandidat. Om någon kandidat får absolut majoritet är denna vald; om ingen kandidat uppnår absolut majoritet förrättas en ny omröstning. (Vid allmänna val sker detta normalt en eller två veckor senare.)*

---

[336] Förkortningen *SMP* (*Single-Member Plurality*) förekommer också [222].

[337] På engelska görs skillnad på *plurality* (enkel majoritet) och *majority* (absolut majoritet); denna distinktion finns inte på svenska.

[338] Detta brukar ses som en fördel och inte en nackdel av anhängare till metoden.

På engelska kallas detta ofta *Two-Round System (TRS)*.

Ibland finns som ytterligare villkor att den som väljs också måste uppnå en viss andal av alla röstberättigade, alternativt att valdeltagandet måste vara minst en viss andel.[339] Ett exempel är Litauen, se avsnitt D.21 (röster från 20% av de röstberättigade krävs).

Flera olika versioner finns för fallet att en ny omröstning sker, se nedan. Ofta är den andra omröstningen avgörande, men en del versioner har vid behov fler omröstningar. Vid allmänna val förekommer nog inte fler än två omröstningar, av praktiska skäl, men detta är vanligt vid val inom organisationer eller beslutande församlingar. (I vissa fall är antalet omröstningar begränsat, i andra fall obegränsat, se exemplen i avsnitt A.2.3–A.3.1.) Vidare finns ofta regler som begränsar vilka kandidater som får ställa upp i andra omgången, så att vissa blir utslagna redan efter den första. (Detta behöver dock inte vara fallet. Det kan till och med vara tillåtet med nya kandidater som inte ställde upp i första omgången; jag känner inte till något sådant fall vad allmänna val, men inom olika organisationer kan fältet vara öppet för t.ex. nya kompromisskandidater.[340])

Metoden öppnar alltså för förhandlingar mellan omgångarna, men också för olika taktiska drag från både väljare och partier.[341] I värsta fall har inbördeskrig startats av besvikna kandidater efter första omgången (Angola 1992, Republiken Kongo 1993 [170, Advantages and disadvantages of Two-Round System (TRS)]).

Några versioner beskrivs nedan.

A.2.1. Två bästa till andra omgången.

Bara de två kandidater som har fått flest röster går till andra omgången.

Denna metod garanterar ju att en av dem väljs med absolut majoritet. (Om inte de får exakt lika många röster och lottning måste ske, förstås.) Denna metod används t.ex. vid presidentval i Frankrike[342] och Finland [244].

A.2.2. Enkel majoritet räcker i andra omgången.

Enkel majoritet räcker i andra omgången.

---

[339] Det senare villkoret, som kanske är vanligare vid folkomröstningar, är inte så bra, eftersom det innebär att det ibland (om en motståndare har klar ledning, men valdeltagandet förväntas bli lågt) det kan vara bättre att avstå från att rösta än att rösta emot en viss kandidat.

[340] Se [244] för det finska presidentvalet 1956, vilket då skedde i en elektorsförsamling, som ett exempel där en ny kandidat tillkom av taktiska skäl.

[341] Taktiken kan dock slå slint. I det franska presidentvalet 2002 gick en av favoriterna, premiärministern Lionel Jospin, inte vidare till andra omgången eftersom många av hans väljare varit så säkra på att han skulle gå vidare att de inte brytt sig om att rösta på honom. [244]

[342] Metoden har gamla anor i Frankrike; den fanns åtminstone (för val till nationalförsamlingen) i konstitutionen för franska republiken från år I (1793) [81, Article 26].

Detta kombineras ofta med utslagning av vissa kandidater.[343]

I franska parlamentsval (till nationalförsamlingen) används denna metod; alla kandidater vars röstetal i första omgången är minst 12,5% av de röstberättigade går vidare till den andra omgången en vecka senare [82, Article L126, L162]. (De två som fått flest röster går alltid vidare.) Detta leder normalt till politiska uppgörelser mellan de två omgångarna, där ofta kandidater drar sig tillbaka till förmån för en kandidat från ett närstående parti; t.ex. brukar i Frankrike socialister och kommunister inför andra omgången enas om den av deras kandidater som fått flest röster i valkretsen i den första omgången. [303]

I Kiribati används denna metod i enmansvalkretsar (och en variant i flermannavalkretsar, se avsnitt A.11); där går de tre bästa vidare till andra omgången om ingen fått absolut majoritet. [100, regulation 26].

Metoden användes i Norge 1905–1919 (utan någon utslagning) och den föreslogs i Sverige av regeringen i en proposition 1906 om en rösträttsreform, som dock röstades ned i första kammaren. [193, s. 91], [331, s. 67]

A.2.3. Flera omgångar med successiv utslagning.

Upprepade omröstningar tills någon får absolut majoritet. Inför varje ny omröstning slås den kandidat ut som fått minst antal röster i senaste omröstningen.

Till slut måste ju någon få absolut majoritet, om inte annat när bara två återstår.

Denna metod används knappast för allmänna val, men används t.ex. av IOK vid omröstning om platsen för olympiska spel; se [244] för ett exempel.

A.2.4. Flera omgångar utan utslagning.

Upprepade omröstningar tills någon får absolut majoritet.

Det förekommer också att man har upprepade omröstningar utan utslagning eller andra förändringar. (Tanken är väl att de röstande skall kunna ändra sig när de ser resultatet av första omröstningen, eller på grund av följande förhandlingar. Om alla röstar likadant igen är det ju meningslöst med upprepade omröstningar.) Metoden har gamla anor; ett exempel är kejsarval i Tyskland från 1200-talet, se avsnitt E.5.

Nedan följer några exempel med varianter av detta.

A.2.4.1. *Talmansval i Sverige.* Vid val av talman i Sveriges riksdag krävs absolut majoritet. I annat fall sker en andra omröstning där också absolut majoritet krävs. Har inte heller då någon fått fler än hälften av rösterna sker en tredje och sista omröstning mellan de två som fick flest röster i den andra omröstningen. [2, 8 kap. 1 §]

A.2.4.2. *Talmansval i Europaparlamentet.* Europaparlamentets talman väljs med absolut majoritet. Om ingen fått detta efter tre omröstningar väljs talmannen med enkel majoritet i den fjärde omröstningen. [76]

---

[343] Formellt kan metoden med bara de två bästa till andra omgången ses som ett specialfall av detta, där alla utom två slås ut.

A.2.5. Alltid minst två omgångar (provval).

Före själva valet sker ett provval, som gallrar bland kandidaterna. Om ingen får absolut majoritet i själva valet sker ev. fler omgångar enligt någon av metoderna ovan.

Detta betyder alltså att man alltid har (minst) två omgångar, så att det första valet bara är preliminärt. (Den första omgången kallas ofta *provval*, och den andra (och ev. följande) *val*, för att betona detta och för att skilja på dem.)

A.2.5.1. *Biskopsval i Sverige.* Vid biskopsval i Sverige röstar de röstberättigade[344] först i ett s.k. *nomineringsval.* De som får minst 5% av rösterna går vidare (efter prövning att de är behöriga), dock skall om möjligt minst 5 kandidater gå vidare. Om ingen kandidat får mer än hälften av rösterna i själva valet sker en andra (dvs. egentligen tredje) omgång mellan de två som fått flest röster (som i avsnitt A.2.1). [162, 8 kap.][345]

A.2.5.2. *Bhutan.* Val till Nationalförsamlingen i Bhutan (avsnitt D.7) sker i två omgångar; en (*Primary Round*) där alla registrerade partier får ställa upp, där de två partier som i hela landet får flest röster går vidare och får ställa upp kandidater i de olika enmansvalkretsarna till andra omgången (*General Election*).[346] I den andra omgången finna alltså bara två kandidater

[344] Domkapitlets och stiftsstyrelsens ledamöter, präster och diakoner i stiftet, samt elektorer (lika många som prästerna och diakonerna) valda i pastoraten av kyrkofullmäktige eller kyrkoråd.

Vid ärkebiskopsval röstar domkapitlets och stiftsstyrelsens ledamöter i samtliga stift och kyrkostyrelsens ledamöter, samt präster och diakoner i Uppsala stift och elektorer från pastoraten där; dock har präster, diakoner och elektorer i stiftet bara 1/10 röst var. I ärkebiskopsvalet 2013 var 928 röstberättigade med sammanlagt 325 röster: kyrkostyrelsen 15, domkapitel och stiftsstyrelser 243, präster och diakoner 335 och elektorer 335. [161]

I ärkebiskopsvalet 2013 fick Antje Jackelén absolut majoritet (51%) redan i nomineringsvalet; övriga fyra som gick vidare fick 29%, 11%, 4%, 3%. [163].

[345] Innan kyrka skildes från staten 2000 var biskopsvalen delvis bara rådgivande; de tre som fått flest röster i valet sattes upp som förslag (åtminstone sedan kyrkolagen 1686 och regeringsformen 1720) och Kungl. Maj:t (efter 1974 regeringen) utsåg en av dessa tre. Vid biskopsvalet röstade varje röstberättigad på tre kandidater; fram till 1965 var dessa utan rangordning och de tre som fått flest röster sattes som förslag (blockröstning avsnitt A.7), efter 1965 fick de 1, 1/2 resp. 1/3 röstpoäng (Bordametod avsnitt 15.1.3). [183, s. 20–21], [289, biskopsval], [294, biskop], [333, biskop].

Vid ärkebiskopsval användes (åtminstone sedan 1759) ett indirekt system där man röstade på detta sätt i olika korporationer: dels ärkestiftets präster, dels varje stifts domkapitel (konsistorium), och dels Uppsala universitets professorer (före 1950, eftersom ärkebiskopen då även var Uppsala universitets prokansler). För varje korporation fick de tre med flest röster en "huvudröst", och de tre som sammanlagt fått flest huvudröster sattes på det "allmänna förslaget" varefter Kungl. Maj:t utnämnde en av dessa. [183, s. 20–21], [294, ärkebiskop], [333, ärkebiskop]. Som exempel, se [183] för en utförlig diskussion av ärkebiskopsvalet 1914, då Nathan Söderblom utnämndes trots att han i valet kommit på tredje plats med 6 (huvud)röster mot 15 och 13 för de två andra som hamnade på allmänna förslaget.

[346] Om bara två partier anmäler sig ställs första omgången in. I valet 2013 ställde 4 partier upp; de två största fick 45% och 33%.

i varje valkrets, varför valet automatiskt sker med absolut majoritet. [68, §189], [260]

A.2.6. Någon annan har utslagsröst. En helt annan möjlighet är att om ingen kandidat får absolut majoritet så sker en andra valomgång i en annan församling av röstande.

Detta används vid det (indirekta) valet av president och vicepresident i USA, se avsnitt D.35. Om ingen presidentkandidat får absolut majoritet av elektorsrösterna väljer representanthuset president bland de tre som fått flest elektorsröster.[347] Likaså, om ingen vicepresidentkandidat får absolut majoritet av elektorsrösterna väljer senaten vicepresident bland de två som fått flest elektorsröster. I dessa fall krävs absolut majoritet i representanthuset resp. senaten, och nya omröstningar sker tills detta uppnåtts.[348] [142, Amendment XII]

A.3. Majoritetsval med kvalificerad majoritet; flera omgångar

En ovanlig form av majoritetsval i enmansvalkretsar är att kräva *kvalificerad majoritet* av den som blir vald; det räcker alltså inte att uppnå fler mer än hälften av alla giltiga röster (som i avsnitt A.2) utan någon högre andel skall uppnås.

MAJORITETSVAL MED KVALIFICERAD MAJORITET. *Valet sker i enmansvalkretsar. Varje väljare röstar på en kandidat. Om någon kandidat får minst en förutbestämd andel p av rösterna denna vald. Annars sker (minst) en ny omröstning (ev. med andra regler).*

Här är $1/2 < p < 1$. Jag känner inte till något fall där detta används vid parlamentsval eller liknande, men det förekommer t.ex. vid val av statschef; se [168] för fler exempel.

A.3.1. Påveval. Vid påveval krävs 2/3 majoritet av alla röster i kardinalskollegiet. Om ingen uppnår detta sker nya omröstningar tills någon uppnått 2/3 majoritet [153; 154].[349] Se vidare avsnitt E.4.

A.3.2. Grekisk president. Presidenten i Grekland väljs av parlamentet. Vid valet krävs 2/3 majoritet.[350] Om ingen uppnår detta sker en andra omröstning, där också 2/3 majoritet krävs. Om fortfarande ingen uppnår detta sker en tredje omröstning, där bara 3/5 majoritet krävs.

---

[347] Vid detta speciella tillfälle röstar representanthuset delstatsvis, med en röst per stat.

[348] 1801 (då reglerna var något annorlunda, se avsnitt A.11) skedde 36 omröstningar i representanthuset innan Jefferson valdes. [143; 145]

[349] Johannes Paulus II införde 1996 möjligheten till undantag från kravet på 2/3 majoritet efter 34 (?) omröstningar, men detta togs bort igen av Benedictus XVI 2007.

[350] Av alla parlamentsledamöter vare sig de röstar eller inte; nedlagda röster räknas alltså som röster emot. Samma gäller de följande omröstningarna.

Om inte heller den tredje omröstningen ger resultat upplöses parlamentet och nyval sker.[351] Det nyvalda parlamentet gör sedan en fjärde omröstning, där 3/5 majoritet krävs. Om fortfarande ingen är vald sker en femte omröstning, där absolut majoritet räcker. Om inte heller den femte omröstningen ger resultat sker en sjätte och sista omröstning mellan de två som fick flest röster; den som får flest röster vinner (enkel majoritet). [85, Article 32]

A.3.3. Vissa val inom FN. Vissa val inom FN, t.ex. till säkerhetsrådet, sker med 2/3 majoritet. I de fall en person eller ett land ska väljas, och ingen uppnår 2/3 av antalet röster, sker förnyade omröstningar tills någon får 2/3 majoritet. I dessa omröstningar får först bara de två som fick flest röster delta; efter tre omröstningar får man rösta på vem som helst, efter ytterligare tre bara på de två som fick flest röster i den senaste fria omröstningen, osv. [160, §83, 93] Se avsnitt A.12.1 för versionen då flera ska väljas.

A.3.4. Inval i Svenska akademien. När en ledamot i Svenska akademien avlidit väljs en ny ledamot med en variant av ovanstående metod [334, XIII §]:

MAJORITETSVAL SAMT BEKRÄFTELSE MED KVALIFICERAD MAJORITET. *Varje väljare (ledamot) röstar på en kandidat. Den som får flest röster blir genast underställd en ny omröstning, för eller emot, och är vald om mer än 2/3 röstar för.*

Enligt akademiens stadgar sker den andra omröstningen med svarta och vita kulor.

Om den i första omröstningen valda förkastas i den andra omröstingen sker uppenbarligen nya val tills någon accepteras. Stadgarna specificerar ej vad som händer om flera får samma röstetal i första omröstningen.

A.4. Alternativröstning

Ett alternativ till att rösta i flera omgångar är att väljarna rangordnar kandidaterna (som i STV, kapitel 12), se (iv) på sid. 216.

ALTERNATIVRÖSTNING (AV). *Enmansvalkretsar. Väljaren röstar med en lista på ett eller flera namn i preferensordning. Man räknar först bara första namnet på varje valsedel. Om någon kandidat får absolut majoritet av förstahandsrösterna är denna vald. Annars elimineras den kandidat som fått minst antal röster och alla valsedlar med denna kandidat först gäller nu istället för sitt andranamn. På detta sätt fortsätter man och eliminerar kandidater en i taget; i varje räkningsomgång räknas varje valsedel för det namn som står högst av dem som ännu inte eliminerats. (Om alla namn på valsedeln eliminerats så bortser man från valsedeln.) Om någon kandidat*

[351] Detta regel är gissningsvis ett starkt motiv för parlamentsledamöterna att komma överens om en kandidat inför den tredje omröstningen. Dock skedde tre misslyckade omröstningar i December 2014, vilket ledde till nyval 25/1 2015.

har fått absolut majoritet blir denna vald; i annat fall elimineras kandidaten med minst antal röster och man räknar en ny omgång.

Metoden kallas på engelska *Alternative Vote (AV)*, och jag använder den gängse förkortningen AV; metoden kallas också *Instant Runoff Voting (IRV)* (speciellt i USA), *Preferential Voting* (Australien) och *Ranked-Choice Voting*.[352] AV är detsamma som STV,[353] se kapitel 12, tillämpad på en valkrets med bara ett mandat; i detta fall sker ju aldrig några överföringar av överskott från en vald kandidat och många komplikationer bortfaller. Eftersom AV därför blir enklare (både att genomföra och förklara) än STV i större valkretsar brukar den oftast gå under eget namn.

Vanligtvis får väljaren själv välja hur många kandidater som skall rangordnas, men i en version (vanlig i Australien[354]) måste alla kandidater ordnas. (I Australien används namnet *Optional Preferential Voting* om versioner där inte alla måste rangordnas, t.ex. [60, Sections 283, 354, 368].) I San Francisco får högst 3 kandidater rangordnas. [152].

I princip ger en omröstning med AV samma resultat som med majoritetsval i flera omgångar med successiv utslagning, om man förutsätter att alla väljare har en rangordning klar på förhand och att de följer denna vid alla ev. nya omröstningar.[355] I praktiken finns det avsevärda skillnader, dels praktiska med besväret att ordna flera omröstningar mot besväret för de röstande att rangordna flera kandidater, och dels möjligheten vid flera omröstningar för förhandlingar och att de röstande kan ändra sig mellan omröstningarna. (Vid röstning i flera omgångar behöver ju de röstande inte ens bestämma sig för mer än en kandidat åt gången.)

Alternativröstning formuleras normalt som ovan, med utslagningar tills någon har absolut majoritet. Ekvivalent kan den beskrivas som utslagning en och en (av den kandidat som har minst antal röster, och med överföring från utslagna som vanligt) tills bara en återstår. (Se metoden “botten upp” i avsnitt A.21.) Det är lätt att se att detta ger samma resultat: när någon har uppnått absolut majoritet kommer denna kandidat att ha absolut majoritet i fortsättningen också, och speciellt flest röster, så denna kandidat kommer aldrig att elimineras.

[352] På svenska ibland kallad *preferensröstning*, men detta kan användas även om andra metoder med rangordning, t.ex. Bordametoden i kapitel 15, se [244].

[353] Med Droops kvot (3.7), vilket med $M = 1$ är $\lfloor R/2 \rfloor + 1$, dvs. precis det antal som krävs för absolut majoritet.

[354] t.ex. [54, Section 240], [59, Section 45]

[355] Därav det engelska namnet *Instant Runoff Voting (IRV)*.

Alternativröstning används bland annat vid parlamentsval (representanthuset) och många delstatsval och lokala val i Australien, liksom vid presidentval i Irland.[356] Den används även vid en del lokalval i USA för val av borgmästare m.m., t.ex. i San Francisco[357] [152], [210].[358]

A.5. Supplementröstning

En variant av AV som på engelska kallas *Supplementary Vote (SV)* är att varje väljare bara rangordnar två kandidater: ett förstahandsval och ett andrahandsval.

SUPPLEMENTRÖSTNING (SV). *Enmansvalkretsar. Väljaren anger två namn i preferensordning. Man räknar först bara första namnet på varje valsedel. Om någon kandidat får absolut majoritet av förstahandsrösterna är denna vald. Annars står valet mellan de två kandidater som fått flest förstahandsröster; alla andra elimineras och deras valsedlar räknas för andrahandsrösten, förutsatt att den är på en av de två kandidater som återstår.*

Detta motsvarar alltså metoden med två omgångar där bara de två främsta går vidare till andra omgången. (Men en skillnad är att väljaren måste gissa vilka som kommer att gå vidare till andra omgången för att rösten skall ge avsedd effekt.)

SV används bland annat vid borgmästarval i London och några andra städer i England. [121], [212]

A.6. Contingent Vote

En annan variant av AV som på engelska kallas *Contingent Vote* är ett mellanting mellan AV och SV.

CONTINGENT VOTE. *Enmansvalkretsar. Varje väljare rangordnar valfritt antal kandidater som i AV. Om någon kandidat får absolut majoritet av förstahandsrösterna är denna vald, men annars står valet, som i SV, mellan de två kandidater som fått flest förstahandsröster; alla andra elimineras och deras valsedlar räknas den återstående kandidat som står högst (om någon).*

Detta motsvarar alltså metoden med två omgångar där bara de två främsta går vidare till andra omgången.

SV kan ses som Contingent Vote med begränsningen att varje väljare bara får rangordna två kandidater.

Contingent Vote användes i Queensland, Australien från 1892 och 1942–1962 [312].

---

[356] I Irland, där STV används genomgående för alla val, kallas metoden STV också när det gäller val av en person. [87].

[357] “San Francisco voters use ranked-choice voting to elect the Mayor, Sheriff, District Attorney, City Attorney, Treasurer, Assessor-Recorder, Public Defender, and Members of the Board of Supervisors.” [152]

[358] Storbritannien höll en folkomröstning 5 maj 2011 om att ev. införa metoden, men den röstades ned.

A.6.1. Sri Lanka. På Sri Lanka används Contingent Vote vid presidentval med begränsningen att varje väljare bara får rangordna tre kandidater [130, Section 57]. (Detta kan också ses som SV men där väljaren får ange två reserver istället för bara en.)

A.7. Majoritetsval i flermannavalkretsar (blockröstning)

Majoritetsval används även i flermannavalkretsar. Flera metoder finns. Den vanligaste, som även kallas *blockröstning* (engelska *Block Vote (BV)*[359]) är att varje väljare röstar på lika många kandidater som antalet mandat som skall tillsättas. (Personerna är inte rangordnade på valsedeln, se (iii) på sid. 216.)

MAJORITETSVAL I FLERMANNAVALKRETSAR (BLOCKRÖSTNING, BV). *Flermannavalkretsar. Varje väljare röstar på flera kandidater, (högst) lika många som antalet mandat som skall tillsättas. De kandidater som fått flest röster är valda.*

Oftast är det tillåtet att rösta på färre kandidater än det antal som skall väljas[360] (en sorts partiell blankröstning), men en version kräver att man röstar på exakt rätt antal.

Med organiserade partier och partitrogna väljare blir resultatet naturligtvis att varje parti ställer upp med lika många kandidater som det finns mandat och att de flesta väljare röstar på sitt partis alla kandidater, varför resultatet blir att det största partiet får alla mandat i valkretsen. (Metoden ger då alltså samma resultat som partblockval, avsnitt A.13, men med lite större möjlighet för väljarna att rösta bort enstaka kandidater.) Detta är raka motsatsen till ett proportionellt val. Däremot fungerar metoden ofta bra inom organisationer utan partier.

Majoritetsval i flermannavalkretsar används t.ex. vid val till polska senaten [200] och på Man [109] (se avsnitt D.25) liksom vid lokala val i England (se avsnitt D.31) och vid många lokalval i USA. Metoden är också vanlig vid val inom organisationer. Den används t.ex. vid val till institutionsstyrelser vid Uppsala Universitet [165].[361]

Majoritetsval i flermannavalkretsar var vanlig fram till partisystemets framväxt i slutet av 1800-talet, men har i de flesta länder ersatta av andra metoder som ger minoriteter större möjligheter. Metoden användes i Sverige till 1909, se appendix C.

---

[359] Även *general ticket* och *(Multiple) First-Past-The-Post* [60, Sections 283, 355, 369], [109].

[360] På engelska kallat *plumping*. Detta är ett sätt som gör det lite lättare för en minoritet att få mandat genom att inte riskera att splittra rösterna.

[361] I detta fall väljs samtidigt suppleanter; detta genom att sammanlagda antalet ordinarie ledamöter och suppleanter väljs med majoritetsval varvid de med flest röster blir ordinarie. I min valkrets (lärare) på matematiska institutionen finns 4 ledamöter och 3 suppleanter; i valet får man därför rösta på upp till 7 namn.

A.8. Enkel ickeöverförbar röst i flermannavalkretsar

En annan form av majoritetsval i flermannavalkretsar är att varje väljare röstar på en enda kandidat. På engelska brukar detta kallas *Single Non-Transferable Vote (SNTV)*, i kontrast till systemet STV med överförbara röster (kapitel 12).[362]

Enkel ickeöverförbar röst (SNTV). *Flermannavalkretsar. Varje väljare röstar på en kandidat. De kandidater som fått flest röster är valda.*

En variant är att dessutom kräva att de som väljs har fått minst ett visst antal röster, antingen valkvoten eller (oftare) en viss bråkdel av den, se t.ex. Japan, avsnitt D.17.

Metodens uppenbara nackdel är att antalet mandat för ett parti i hög grad beror på hur partiets röster fördelas mellan olika kandidater; ett parti kan förlora både på att rösterna är utspridda över för många kandidater och på att de är koncentrerade till en populär kandidat. Valmetoden leder alltså till att partierna gör taktiska bedömningar av hur många kandidater de skall ställa upp i varje valkrets, och att de sedan instruerar sina väljare om hur de skall rösta så att rösterna fördelas på önskat sätt.[363] Valresultatet beror sedan mycket på hur väl dessa taktiska bedömningar lyckades liksom på om väljarna följde instruktionerna. (Däremot kan metoden fungera väl vid val inom organisationer utan någon partistruktur.)

Exempel 15.7 och sats 15.3 visar att om väljarna är partitrogna och kan förväntas följa partiernas instruktioner, och partiernas styrka är kända i förväg, så är den optimala strategin att räkna ut hur många mandat partiet skulle få med heltalsmetoden, och sedan ställa upp så många kandidater och se till att de får lika många röster. I praktiken är detta inte alltid så lätt, och felbedömningar kan bli katastrofala, se exempel 15.10. Metoden kan därför teoretiskt sett ses som proportionell, men i praktiken har den allvarliga brister. (Den är i alla fall mer proportionell än blockröstning, avsnitt A.7.) Se t.ex. [228, s. 16–18].

SNTV användes i Japan fram till 1994, och används fortfarande för valet till en del av det japanska överhuset (rådskammaren), se avsnitt D.17. Den används vidare i Afghanistan, Jordanien och Vanuatu [167]. Metoden används också i Finland för fördelning av platser inom partierna, se avsnitt 11.2.

Metoden har gamla anor. Den används av Platon [307, bok VI] i en beskrivning av en tänkt stadsstat, och var tydligen en välkänd metod som inte krävde närmare kommentarer. Den föreslogs också t.ex. av Condorcet

[362] Flodström [228] använder namnet *ennamnsmetoden*, ett passande namn som jag inte sett någon annanstans.

[363] T.ex. så att väljare i olika delar av valkretsen uppmanas rösta på olika kandidater. I Taiwan har partier uppmanat väljare att rösta olika beroende på sin födelsedag. [339], [282].

1793[364] och analyserades matematiskt (och förespråkades) av Charles Dodgson[365] 1884 [207]. Den användes i North Carolina redan 1835. [228, s. 17].

A.9. Begränsad blockröstning (limitativa metoden)

En variant av blockröstning är att antalet röster varje väljare har är mindre än antalet mandat. På engelska kallas detta *Limited Vote (LV)*.

Begränsad blockröstning (den limitativa metoden, LV). *Flermannavalkretsar. Varje väljare röstar på k kandidater, där k är ett bestämt tal med $1 < k < M$ (antalet mandat som skall tillsättas). De kandidater som fått flest röster är valda.*

Oftast är det tillåtet att rösta på färre kandidater än det föreskrivna antalet k, se fotnot 360 (s. 225).

Antalet röster k är normalt mer än hälften av mandatantalet M; två vanliga val av k är $\lfloor M/2 \rfloor + 1$ (det minsta antalet större än $M/2$) och $\lceil 2M/3 \rceil$ [267].

Detta är alltså ett mellanting mellan SNTV och blockröstning (som båda kan ses som specialfall). I praktiken leder detta normalt till att om det finns M mandat och varje väljare har k röster där $k \geq M/2$ (vilket brukar vara fallet), så får det största partiet k mandat och det näst största partiet resten, oberoende av skillnaden i storlek. Om skillnaden i storlek är stor kan dock det största partiet få fler mandat med rätt strategi.

Den allmänna strategin beskrivs i exempel 15.9 och sats 15.3. I praktiken förekommer som sagt främst fall med $k \geq M/2$, vilket gör att vid partitrogen röstning kommer bara de två största partierna att få mandat. Detta leder troligtvis till ett tvåpartisystem, men i vilket fall som helst räcker det att betrakta de två största partierna, säg parti 1 och 2, och antag att $r_1 > r_2$. I detta fall kommer parti 2 lämpligen att ställa upp k kandidater, som får r_2 röster var. Parti 1 kan därför framgångsrikt ställa upp x kandidater, med kr_1/x röster var, så länge som $kr_1/x > r_2$, dvs. $x < kr_1/r_2$. Detta leder till följande sats. Se även [267, s. 38–43].

Sats A.1. *Antag begränsad blockröstning, med M mandat och k röster per väljare, där $k \geq M/2$. Antag också att väljarna är uppdelade på partier och att varje partis väljare röstar enligt sin partiledning direktiv, samt att partiernas storlek är kända i förväg, med $r_1 > r_2 > r_3 \geq \dots$. Om de två största partierna använder optimala strategier blir resultatet (utom vid ev. lottning)*

$$m_1 = \min\Big(\Big\lfloor k\frac{r_1}{r_2}\Big\rfloor, M\Big), \tag{A.1}$$

$$m_2 = M - m_1, \tag{A.2}$$

[364] För val av juryer, i ett aldrig antaget förslag till grundlag för franska republiken. [197, Titre X, Section II, Article 9]

[365] Mer känd under pseudonymen Lewis Carroll som han använde för sina barnböcker.

och inga mandat till några andra partier.

Annorlunda uttryckt gäller att parti 2 för att få minst m mandat (där $m \leq M-k$) behöver en andel $p'_2 = r_2/(r_1+r_2)$ av rösterna på de två största partierna som är minst

$$\frac{k}{M+k+1-m}. \tag{A.3}$$

Speciellt behövs minst $k/(M+k)$ av dessa röster för att parti 2 skall få något mandat alls.

I ett tvåpartisystem varierar alltså andelen röster som behövs för att få mandat mellan 1/3 då $k = M/2$ och 1/2 då $k = M$ (blockröstning).

Bevis. Formlerna (A.1)–(A.2) för m_1 och m_2 följer av resonemanget före satsen. Dessa formler visar också att för att säkert få $m_2 \geq m$ (med $m \leq M-k$), och alltså $m_1 \leq M-m$ (med $M-m \geq k$), måste $kr_1/r_2 < M-m+1$, vilket är detsamma som $kr_1 < (M+1-m)r_2$ eller $k(r_1+r_2) < (M+k+1-m)r_2$, vilket visar (A.3). □

Gibraltar använder begränsad blockröstning (i en enda valkrets). Parlamentet har 17 ledamöter och varje väljare har 10 röster. Föga överraskande har Gibraltar ett tvåpartisystem där regeringen har 10 mandat och oppositionen 7.[366] [367] [83; 84]

Begränsad blockröstning används också vid val till spanska senaten; de flesta valkretsarna har 4 mandat och där har varje väljare 3 röster, se avsnitt D.30.[368] I valet 2004 blev resultatet i 45 av de 47 valkretsarna med 4 mandat det väntade: det parti som i det samtidiga valet till underhuset (kongressen) fick flest röster i valkretsen fick 3 mandat i senatsvalet, och det näst största partiet fick 1. [316]

Metoden användes t.ex. också i England i vissa valkretsar 1867–1884 [193].[369] Speciellt blev det liberala partiet i Birmingham känt för att lyckas bra med att fördela rösterna på sina kandidater och därigenom erövra alla 3 mandaten i flera val; detta visade hur stor betydelse en god partiorganisation

[366] Före 2007 hade parlamentet 15 platser, och varje väljare hade 8 röster. Resultatet blev 8 mandat till regeringen och 7 till oppositionen.

[367] Valet 2011 var dock jämnt, och eftersom inte alla väljare röstar på 10 kandidater (och troligtvis några inte röstar partitroget) fick det segrande partiet GSLP/Liberal:s 10 kandidater 8281–8781 röster var och oppositionspartiets GSD:s 10 kandidater 7904–8515; tre kandidater från GSD fick fler röster än den sista från GSLP/Liberal. Verkligheten är alltså lite mer komplicerad än teorin. Dessutom deltog ett tredje parti, PDP, också med 10 kandidater vilka bara fick 519–1896 röster. [84]

[368] I tre valkretsar med 3 mandat har väljarna 2 röster; i två valkretsar med 2 mandat har väljarna också 2 röster (alltså blockröstning, avsnitt A.7) och i några valkretsar med 1 mandat har väljaren 1 röst (dvs. FPTP, avsnitt A.1). [316]

[369] 12 valkretsar med 3 mandat och 2 röster per väljare, och en valkrets (London) med 4 mandat och 3 röster per väljare. Resten av valkretsarna hade 2 eller ett mandat, och där hade väljarna lika många röster, dvs. vanligt majoritetsval i enmansvalkretsar eller tvåmannavalkretsar. Av 660 ledamöter valdes alltså 40 med LV, medan ca 170 valdes i enmansvalkretsar och ca 450 med BV i tvåmannavalkretsar. [193, s. 191f]

och olika strategier hade för resultatet, vilket gav metoden dåligt rykte och bidrog till att den avskaffades [193, s. 193], [222, s. 27], [20, s. 161].

Metoden har alltså allvarliga brister och är inte någon bra metod för att få proportionella resultat. Se även [228, s. 11–12].

Begränsad blockröstning (med 2 röster per röstande, vid val av lokala primärförsamlingar *Assemblées primaires* med 9–18 ledamöter) föreslogs redan 1793 av Condorcet.[370]

A.10. Majoritetsval med kumulation

Med kumulation menas att varje röstande har flera röster, och att flera eller alla av dem får läggas på samma kandidat.[371] På engelska kallas detta *Cumulative Vote*.[372]

KUMULATION. *Flermannavalkretsar. Varje väljare har k röster, som kan fördelas på en eller flera kandidater, där k är ett bestämt tal med $k > 1$. De kandidater som fått flest röster är valda.*

Varje väljare fungerar alltså som k olika röstande. Man kan naturligtvis lika gärna se detta som att varje väljare har en röst, som kan delas upp i delar som är multiplar av $1/k$.

k är vanligen antalet personer som skall väljas, liksom i blockröstning (avsnitt A.7), men detta är ingen logisk nödvändighet.

Ibland finns begränsningar på hur rösterna får fördelas.

En variant är att varje väljare får rösta på ett valfritt antal namn (eventuellt med någon begränsning) och att rösten delas lika på dessa:[373]

KUMULATION MED LIKAFÖRDELNING. *Varje väljare har en röst, som kan fördelas på godtyckligt antal kandidater (eller högst ett antal ℓ kandidater); en valsedel med j namn räknas som $1/j$ röst på varje.*

Man kan naturligtvis lika gärna ge varje väljare k röster som fördelas lika. Det kan vara naturligt att då välja $k = \ell = M$, antalet kandidater som

[370] I ett aldrig antaget förslag till grundlag för den franska republiken. "Cette élection se fera par un seul scrutin à la simple pluralité des suffrages. Chaque votant ne portera que deux personnes sur son bulletin, quel que soit le nombre des Membres qui doivent former la bureau." [197, Titre III, Section première, Article 4]

[371] Vi förutsätter att alla väljare har samma antal röster. S.k. *pluralval*, där olika väljare har olika antal röster, t.ex. beroende på förmögenhet eller familjeförhållanden är något annat. Exempel på sådana system är kommunalval i Sverige 1862–1918 där röstantalet berodde på kommunalskatten, se avsnitt C.4, och riksdagsval i Belgien runt 1900 där röstberättigade (bara män) hade 1–3 röster var: gifta män och änklingar med barn samt män med viss egendom hade 2 röster, och män med viss högre utbildning 3 [294, Belgien, s. 1254–1255]. Även i Sverige föreslog regeringen i en proposition 1902 (i ett förslag om en rösträttsreform) att män som var eller hade varit gifta, eller som fyllt 40 år, skulle få 2 röster; detta röstades dock ned i riksdagen. [331, s. 62f]

[372] För att skilja metoden från varianten nedan även *Free Cumulative Voting*. [221]

[373] Föreslogs i Sverige 1896 av Rosengren, se [228, s. 14–16], och kallades därför den *Rosengrenska metoden*.

skall väljas, dvs., varje väljare har M röster som kan fördelas på högst M kandidater, se avsnitt A.10.1.[374] [375]

En variant som är matematiskt elegant snarare än praktisk är:

KUMULATION, KONTINUERLIG VARIANT. *Varje väljare har en röst, som kan fördelas i godtyckligt stora delar på en eller flera kandidater; varje väljare ger alltså rösten a_i till kandidat i, där a_i är reella tal med $a_i \geq 0$ och $\sum_i a_i = 1$.*

Kumulation har använts, eller förespråkats, för att öka möjligheten för representation för minoriteter. Matematiskt är metoden (i alla varianter) i princip ekvivalent med enkel icke-överförbar röst (SNTV, avsnitt A.8); en välorganiserad grupp väljare kan fördela sina röster på godtyckligt sätt (så när som på avrundningsfel) även om var och en bara röstar på en kandidat. Men praktiskt och psykologiskt kan metoden fungera bättre; det är lättare att fördela rösterna på flera kandidater på önskat sätt.

Med partitrogna och välorganiserade väljare, och partier som kan bedöma valresultatet i förväg, bör metoden alltså liksom SNTV ge samma resultat som heltalsmetoden. I denna mening är metoden proportionell, men detta gäller alltså bara under ideala förhållanden och i praktiken har metoden svagheter, om än i mindre grad än SNTV.[376] Den bör i alla fall ge ett mer proportionellt resultat än enkelt majoritetsval i vare sig enmansvalkretsar eller större valkretsar, så kumulation kan ses som ett steg i riktning mot mer proportionell representation, fast det är långt ifrån en idealisk lösning. (Listmetoder ger bättre och säkrare proportionalitet.) Se även [228, s. 12–14].

Kumulation infördes först i Kapkolonin, där den användes för val till *legislative council* 1853–1909. Kumulation användes också bl.a. vid val till skolstyrelser i England 1870–1902 och Skottland 1872–1918.[377] Metoden användes också på några ställen i USA på 1800-talet, framförallt för delstatsval i Illinois (från 1870) där den blev kvar till 1980, se avsnitt A.10.2. [267], [208, s. 171]

---

[374] På engelska kallas varianten *Equal and Even Cumulative Voting*, eller *Peoria Method* [221].

[375] En ledamot i utredningen [20], Gustaf Axel Berg, föreslog 1903 den "kumulativa-limitativa metoden", där t.ex. i en valkrets med fyra mandat väljaren skulle få tre röster som kunde fördelas lika på 1, 2 eller 3 kandidater [20, s. 164–166]. Detta är fallet $k = \ell = M - 1$, och naturligtvis ekvivalent med att ta $k = 1$ och $\ell = M - 1$. Jag har svårt att se att detta skulle bli någon avgörande skillnad mot andra versioner av kumulation. Förslaget tycks också ha ignorerats.

[376] Ett exempel (från Illinois 1894) på "felaktigt" resultat beroende på missbedömning från partiledning eller väljare ges i [267, s. 36].

[377] Valkretsarna kunde vara på upp till 15 mandat (Manchester), men 4–7 som i London var kanske mer typiskt. [267]

Kumulation användes i Norge från 1896 för fördelning inom partierna vid kommunalval (fördelningen mellan partierna var med heltalsmetoden),[378] men kumulationsrätten inskränktes 1901. [194, s. 26–29]

Ett liknande system föreslogs för riksdagsval i Sverige av en utredning 1903 och i propositioner 1904 och 1905, som dock röstades ned av andra kammaren [20; 21; 22]: väljaren skulle få markera en eller flera kandidater (högst så många som skulle väljas) och rösten delades lika mellan dem.[379]

Norfolk Island, ett autonomt territorium som tillhör Australien, har en lagstiftande församling med 9 ledamöter som väljs med kumulation. Varje väljare har 9 röster som får fördelas på upp till 9 namn, men med högst 4 röster på varje namn. [292].

A.10.1. Peoria. Staden Peoria i Illinois, USA använder sedan 1991 kumulation med likafördelning för val av halva stadsfullmäktige: 5 ledamöter väljs i 5 enmansvalkretsar (med enkelt majoritetsval) och 5 väljs (i en valkrets bestående av hela staden) med kumulation, där varje väljare har 5 röster som kan fördelas på 1–5 kandidater. [150], [221].

A.10.2. Illinois. En variant av kumulation (snarlik varianten med likafördelning ovan) användes i Illinois för val till delstatens representanthus 1875–1980. Varje valkrets fick välja 3 representanter. Varje väljare hade 3 röster, som kunde ges till 1, 2 eller 3 kandidater med 3, $2+1$, $1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}$ eller $1+1+1$ röster. (Den som valde att rösta på 2 kandidater fick alltså välja mellan att dela rösterna lika eller att dela dem $2+1$.) [267, s. 35]

A.11. Majoritetsval med absolut majoritet i flermannavalkretsar

Detta är en version av majoritetsval med absolut majoritet (avsnitt A.2) för flermannavalkretsar.

MAJORITETSVAL MED ABSOLUT MAJORITET I FLERMANNAVALKRETSAR. *Varje väljare för rösta på högst så många kandidater som det finns mandat i valkretsen. De med flest röster är valda, förutsatt att deras röstetal är mer än hälften av antalet röstsedlar (alltså att mer än hälften har röstat på dem). Om inte tillräckligt många kandidater får mer än hälften av antalet röster så sker en andra valomgång för att besätta de återstående platserna.*

I den andra omgången väljs de med flest röster, utan krav på absolut majoritet; detta är alltså vanligt majoritetsval av en eller flera obesatta platser.

[378] Varje väljare hade lika många röster som antalet mandat. Dessa kunde fördelas fritt på en eller flera personer, och det var möjligt att rösta på personer från olika partier. Röstetalen för alla kandidater inom ett parti räknades ihop till partiets röstetal, och mandaten fördelades mellan partierna efter dessa röstetal med heltalsmetoden. Inom varje parti gick mandaten till de kandidater som hade högst röstetal, dvs. majoritetsval med kumulation enligt ovan.

[379] I övrigt räknades som beskrivits i fotnot 378; liksom där var det i förslaget möjligt att rösta på personer från olika partier.

Denna metod används på Kiribati, se avsnitt D.18; där får i en ev. andra omgång för fördelning av m platser bara de $m + 2$ kandidater delta som fick flest röster i första omgången, bortsett från de kandidater som nådde upp över hälften av rösterna och blev valda redan då. (På Kiribati är $1 \leq m \leq 3$.) [100, regulations 25–26]

Samma metod användes i Sverige vid de indirekta valen till landstingen 1862–1909, se avsnitt C.4 [15, § 9].[380] [381] I en ev. andra omgång för fördelning av m platser fick de $2m$ kandidater delta som fick flest röster i första omgången utan att bli valda.

En variant av metoden användes i Rom under republiken; där valdes de som först uppnådde absolut majoritet, se avsnitt E.2 för detaljer.

En annan variant av metoden användes vid presidentval i USA till 1800. Elektorerna avgav två röster var, och den som fick flest röster valdes till president, förutsatt att han fått absolut majoritet. I annat fall, eller vid lika röstetal, avgjorde representanthuset med absolut majoritet (mellan de fem främsta, resp. mellan de som fått lika många röster).[382] I alla fall blev sedan den kandidat av de återstående som hade flest elektorsröster vald till vicepresident (oberoende av om detta skedde med absolut majoritet eller inte); vid lika röstetal avgjorde senaten. [142, Article II, Section 1]

A.12. Majoritetsval med kvalificerad majoritet i flermannavalkretsar

Detta är en version av majoritetsval med kvalificerad majoritet (avsnitt A.3) för flermannavalkretsar.

MAJORITETSVAL MED KVALIFICERAD MAJORITET I FLERMANNAVALKRETSAR. *Varje väljare för rösta på högst så många kandidater som det finns mandat i valkretsen. De med flest röster är valda, förutsatt att deras röstetal är minst en förutbestämd andel av rösterna, t.ex.* 2/3. *Om inte tillräckligt många kandidater får tillräckligt många röster sker en eller fler ytterligare valomgångar för att besätta de återstående platserna.*

A.12.1. Vissa val inom FN. Vissa val inom FN, t.ex. till säkerhetsrådet, sker med 2/3 majoritet. I de fall flera personer eller länder ska väljas, röstar varje land i generalförsamlingen, såvitt jag förstår, på högst så många som ska väljas. De som uppnår 2/3 av antalet röstande är valda. Om inte tillräckligt många valts sker förnyade omröstningar för att fylla resterande platser. I dessa omröstningar får, om n platser återstår att besätta, först bara de $2n$ som fick flest röster i den första omröstningen delta; efter tre omröstningar får man rösta på vem som helst, efter ytterligare tre bara på

[380] Här skulle varje valsedel uppta lika många namn som antalet som skulle väljas.

[381] Jag vet inte om metoden även användes vid några andra val i Sverige.

[382] Detta skedde efter valet 1800, då Jeffersson och Burr fick lika många elektorsröster och 36 omröstningar krävdes i representanthuset,se fotnot 564 (s. 279). Efter detta ändrades metoden till den nuvarande, se avsnitt A.2.6.

de $2n$ som fick flest röster i den senaste fria omröstningen, osv. [160, §83, 94] Om bara en person eller ett land ska väljas blir detta metoden i avsnitt A.3.3.

Om t.ex. tre ska väljas och det finns fyra kandidater med ungefär lika stort stöd, så kan alla att få ungefär 3/4 av rösterna, och alltså alla fyra uppnå 2/3 majoritet. Detta fall tycks vara bortglömt i reglerna, men den rimliga tolkningen är att i ett sådant fall blir de tre med flest röster valda.

A.13. Partiblockval (majoritetsval med partilistor)

Ytterligare en form av majoritetsval i flermannavalkretsar är *partiblockval* där man även formellt röstar på ett parti.

PARTIBLOCKVAL. *Flermannavalkretsar. Varje parti har en lista med lika många kandidater som det finns mandat och varje väljare lägger en röst på en partilista. Det parti som får flest röster besätter samtliga mandat i valkretsen.*

Valmetoden är raka motsatsen till proportionell och tenderar till att ge ännu större avvikelser från proportionalitet än majoritetsval i enmansvalkretsar. Den ger ofta samma resultat som blockröstning, avsnitt A.7, men med ännu mindre möjlighet för minoriteter inom eller utom det största partiet.

Partiblockval används bland annat vid parlamentsval i Singapore, se avsnitt D.29. [127]

Metoden används också vid presidentval i USA, se avsnitt D.35, där elektorer väljs i varje delstat med partiblockmetoden.[383] [144]

A.14. Partiblockval med absolut majoritet (två omgångar)

Detta är en annan version av majoritetsval med absolut majoritet (avsnitt A.2) för flermannavalkretsar, jfr avsnitt A.11.

PARTIBLOCKVAL MED ABSOLUT MAJORITET. *Flermannavalkretsar. Varje parti har en lista med lika många kandidater som det finns mandat och varje väljare lägger en röst på en partilista. Om något parti får absolut majoritet av rösterna besätter det samtliga mandat i valkretsen. Annars sker en ny valomgång mellan de två partier som fått flest röster, och det parti som får flest röster i andra omgången besätter alla mandat.*

I princip kan vilken som helst av metoderna i avsnitt A.2 användas om inte något parti får absolut majoritet i första omgången. Versionen ovan, som är versionen för partiblockval av metoden i avsnitt A.2.1, används i Mali, se avsnitt D.23.

A.15. Alternativröstning i flermannavalkretsar

Även alternativröstning kan ske i flermannavalkretsar, men detta är ovanligt. På engelska kallas metoden bl.a. *Preferential Block Voting* eller *Multiple Majority-Preferential Voting* [312].

[383] Utom i Maine och Nebraska, se avsnitt D.35.

ALTERNATIVRÖSTNING I FLERMANNAVALKRETSAR. *Väljarna rangordnar kandidater precis som för alternativröstning i enmansvalkretsar, se avsnitt A.4. Första mandatet tillsätts som i avsnitt A.4. Därefter räknas alla röster om på samma sätt för varje nytt mandat, men med bortseende från de redan valda.*

Metoden skiljer sig alltså från STV i att alla röster för valda personer överförs i sin helhet till nästa namn, utan någon reducering.

Om väljarna är partitrogna kommer största partiet att ta samtliga platser, precis som vid blockröstning, se avsnitt A.7. Metoden verkar alltså föga lämplig.

Metoden används i lokalval i Northern Territory [59, Section 54][384] i Australien. Den användes 1919–1948 för val till Australiens senat [312].

A.16. Acceptröstning

Acceptröstning, eller på engelska *Approval Voting*,[385] är valmetod där varje väljare röstar på ett valfritt antal kandidater.

ACCEPTRÖSTNING (APPROVAL VOTING). *Valkretsar med ett eller flera mandat. Varje väljare röstar på ett valfritt antal kandidater, utan rangordning. De som fått flest röster väljs.*

Detta kan ses som att väljaren röstar för eller emot för varje kandidat.

Metoden ses ibland som att det gäller att välja kandidater som accepteras av så många som möjligt, snarare än de som flest ser som absolut bäst. Se vidare [186; 347; 287].

I ett system med organiserade partier bör resultatet i flermannavalkretsar bli som med blockröstning (avsnitt A.7), vilket sällan är lämpligt. I andra sammanhang (t.ex. när bara en skall väljas) kan metoden formulera väl. Metoden har en del entusiastiska anhängare bland teoretiker, t.ex. Brams och Fishburn [186].

Metoden användes (med flermannavalkretsar) för parlamentsval i Grekland 1864–1926. (I vallokalerna fanns en urna för varje kandidat; urnan var delad i en ja- och en nej-del, och väljaren fick, för varje kandidat, en kula som, dolt för omgivningen, lades i en av delarna; detta möjliggjorde hemliga val också bland analfabeter.) [267]

Ett annat exampel är Sovjetunionen där det var vanligt med val med en enda lista, men där strykningar var tillåtna, vilket är detsamma som acceptröstning. [347]

Jag känner inte till något fall när metoden numera används för allmänna val, men den används i några organisationer, t.ex. American Mathematical Society och Mathematical Association of America [187]. Metoden används

[384]och i några tvåmannavalkretsar i New South Wales [312]

[385]Olyckligtvis förkortas detta ibland AV precis som Alternative Vote. Ett alternativ som förekommer är ApV.

för fördelning av mandat inom partier vid fylkesval i Norge, men där bara för de kandidater som fått minst 8% av partiets röster, se avsnitt 11.2.

A.16.1. Betygssättning. En variant som har föreslagits (t.ex. av Grece 1869) är att varje väljare betygssätter (graderar) varje kandidat på en skala med mer än två alternativ, t.ex. {*för, neutral, emot*} eller {*ja, nej, avstår*}. (Med två alternativ blir detta alltså acceptröstning enl. ovan.) En extrem version, mer teoretiskt elegant än praktisk, är att varje kandidat betygssätts med ett godtycligt reellt tal i intervallet $[0, 1]$. [267, s. 21–22 och 15].

BETYGSSÄTTNING. *Varje väljare betygssätter varje kandidat på en bestämd skala, där varje alternativ ger en viss poäng, t.ex.* $2, 1, 0$ *eller* $1, 0, -1$. *(Det enklaste är att direkt poängsätta varje kandidat enligt en bestämd skala.) Kandidaterna rangordnas efter deras totala poäng; den eller de med mest poäng vinner.*

Observera att varje väljare betygssätter kandidaterna oberoende av varandra; det finns inga inskränkningar i hur många kandidater som får samma betyg, vilket skiljer denna metod från Bordametoder (kapitel 15).

Jag känner inte till något fall där denna version använts i val. Däremot används denna metod (eller varianter) vid bedömningssporter som gymnastik och konståkning.

A.16.2. Majority Judgement. Michel Balinski och Rida Laraki [177] har föreslagit och propagerat för en variant av acceptröstning, av dem kallad *Majority Judgement*, med flera alternativ, t.ex. sju[386], där kandidaterna rangordnas efter *medianen* och inte som annars efter summan (vilket är ekvivalent med medelvärdet).

MAJORITY JUDGEMENT. *Valkretsar med ett eller flera mandat. Varje väljare graderar (betygssätter) varje kandidat på en bestämd skala (ordnad från bäst till sämst). För varje kandidat beräknas medianen av rösterna; den eller de kandidater som har högst median väljs.*

För kandidater med samma median,[387] *avgör skillnaden mellan antalet röster på alternativ bättre än medianen och antalet röster på alternativ sämre än medianen (utan hänsyn till hur långt från medianen rösterna ligger).*

Skalan ses alltså som en ordinalskala, där bara ordningen spelar roll men inga bestämda poängvärden ges.

Metoden används såvitt jag vet inte någonstans.

A.17. Acceptröstning med absolut eller kvalificerad majoritet

En variant av acceptröstning (avsnitt A.16) är att kräva absolut majoritet, eller till och med kvalificerad majoritet, för att bli vald.

[386] I åtminstone ett exempel används {*outstanding, excellent, very good, good, acceptable, poor, reject*}.

[387] Detta blir ju vanligt med bara t.ex. sju möjliga medianer.

Acceptröstning med absolut eller kvalificerad majoritet. *Valkretsar med ett mandat. Varje väljare röstar på ett valfritt antal kandidater, utan rangordning. Den kandidat som fått flest röster väljs, förutsatt att dennas röstetal är mer än hälften av antalet röstande (alternativt minst någon annan förutbestämd andel). Om ingen uppnår detta sker en ny omröstning.*

Metoden kan även tänkas användas i flermannavalkretsar, men jag känner inte till något fall där detta skett.

Metoden användes vid dogeval i Venedig, med krav på 25 röster av 41, se avsnitt E.3.

Metoden användes, med krav på 2/3 majoritet, också vid påveval 1294–1621, se avsnitt E.4. Där gällde regeln en kandidat för att bli vald måste vara den enda som uppnår 2/3 av rösterna; om flera kandidater uppnådde 2/3 av rösterna gjordes en ny omröstning precis som om ingen gjorde det. [196]

A.18. Norska metoden

Norska metoden. *Varje väljare rangordnar kandidaterna (eller en del av dem). Mandaten delas ut ett och ett. För utdelning av mandat k räknas för varje kandidat antalet valsedlar där kandidaten har en av de k första platserna; den kandidat (av de som ej redan valts) som har flest får mandatet.*

Det första mandatet delas alltså ut till den kandidat som har flest förstahandsröster; det andra mandatet till den som har störst summa av förstahandsröster och andrahandsröster, osv. Om M mandat fördelas så kommer alltså bara de M första namnen på valsedeln att spela någon roll, och det finns egentligen ingen anledning att rangordna fler.

I en valkrets med bara ett mandat ger metoden samma resultat som enkelt majoritetsval (avsnitt A.1).

Metoden används i Norge för fördelning av mandat inom partierna vid val till stortinget, se avsnitt 11.2.[388]

Observera att om partiet är uppdelat i olika grupper som var och en röstar på sina kandidater (i en gemensam ordning) så kommer den största gruppen att ta alla mandat, precis som vid blockröstning, avsnitt A.7. Metoden är därför knappast lämplig för allmänna val.

[388] "Først telles de navn som er oppført som nr. 1 på stemmesedlene. Den kandidaten som har flest oppføringer blir valgt. Deretter telles de navn som er oppført som nr. 2 på stemmesedlene. Den kandidaten som har flest oppføringer når man legger sammen resultatene fra første og andre opptelling, blir valgt. Opptellingene fortsetter på samme måte inntil alle de representantplassene listen skal ha, er besatt. Oppnår flere kandidater samme resultat, er den opprinnelige rekkefølgen på listen avgjørende." [114, § 11-5(1)]

A.19. Bucklinmetoden

Bucklinmetoden[389] (engelska *Bucklin Voting*[390]) är också en metod där väljarna anger flera namn i preferensordning.

BUCKLINMETODEN. *Enmansvalkretsar.*[391] *Väljaren anger två namn i preferensordning. Man räknar först bara första namnet på varje valsedel. Om någon kandidat får absolut majoritet av förstahandsrösterna är denna vald. Annars står valet mellan de två kandidater som fått flest förstahandsröster;*[392] *för dem räknas alla deras första- och andrahandsröster och den som har flest röster sammanlagt vinner.*[393]

Metoden användes i några städer och delstater i USA i början av 1900-talet, men avskaffades, bland annat då den åtminstone i Minnesota bedömes av domstol som grundlagsstridig[394] [188], [220], [328].

Metoden påminner om SV (och AV). Ett uppenbart problem med metoden, jämfört med SV, är att andrarösten räknas även när förstarösten är på en kandidat som går vidare. I detta fall räknas alltså både första- och andrarösten på valsedeln. Om en väljare röstat på båda de kandidater som går vidare, i någon ordning, så får i andra räkningen de alltså en röst var och väljarens röst är betydelselös, trots att rösten prioriterar den ena framför den andra. Till skillnad från SV och AV kan alltså en andrahandsröst skada förstahandskandidaten. (Detta insågs kanske av väljarna. En annan anledning till att metoden avskaffades var att ganska få väljare utnyttjade rätten till en andrahandsröst. [188].)

A.20. Oklahomametoden

OKLAHOMAMETODEN. *Enmansvalkretsar.*[395] *Väljaren anger tre*[396] *namn i preferensordning. Först räknas bara första namnet på varje valsedel. Om någon kandidat får absolut majoritet av förstahandsrösterna är denna vald. Annars räknas även andrarösterna; dessa räknas som* 1/2 *röst, så att varje kandidat tillgodoräknas* 1 *röst för varje förstaröst och* 1/2 *röst för varje*

[389] James W. Bucklin, advokat i Grand Junction, Colorado, där metoden som han förespråkade först användes (1909–1922). [288]

[390] eller *Grand Junction system*

[391] Enligt Wikipedia användes en version även för flermannavalkretsar.

[392] Detta gällde åtminstone versionen i Alabama [188]. Enligt t.ex. Wikipedia eliminerades ingen.

[393] I princip kan man låta väljarna rangordna fler än två kandidater, och fortsätta räkningen tills man når en nivå k så att någon har absolut majoritet (av antalet valsedlar = antalet förstahandsröster) när alla röster till och med plats k räknas. Denna version behandlas i [216], men jag vet inte om den använts i praktiken.

[394] Att två röster räknades för vissa väljare ansågs strida mot principen att varje person har en röst.

[395] Användes även för flermannavalkretsar [317], men jag vet inte exakt hur.

[396] I användningen i Oklahoma gällde detta vid 5 eller fler kandidater. Vid 3–4 kandidater skulle två namn anges.

andraröst. Om nu någon kandidat har ett röstetal över hälften av antalet förstahandsröster vinner denna (eller den med flest röster, om flera når över hälften). I annat fall räknas även tredjerösterna, till ett värde av 1/3 *var, och läggs till röstetalet; den med flest röster vinner.*

Denna variant av Bucklinmetoden infördes för primärval i Oklahoma 1925 men avskaffades redan i följande år eftersom delstatens högsta domstol ansåg det som grundlagsstridigt att kräva att väljaren röstade på mer än en kandidat. [317], [151]

A.21. Botten upp

"Botten upp" (engelska *Bottoms-up*) är ytterligare en metod där väljaren på valsedeln rangordnar ett antal kandidater.

Botten upp. *Valkretsar med ett eller flera mandat. Varje väljare rangordnar ett valfritt antal kandidater. Förstanamnen räknas och den kandidat som har minst antal röster elimineras. Den eliminerade kandidatens röster överförs till nästa namn på valsedlarna, varefter den kandidat som nu har minst antal röster elimineras; detta upprepas tills bara det antal kandidater som skall väljas återstår.*

Metoden kan beskrivas som STV (kapitel 12) med så stor kvot (t.ex. ∞) så att ingen uppnår den, varför inga överskott kan uppkomma.

I en valkrets med bara ett mandat ger metoden samma resultat som AV, se avsnitt A.4.

Metoden användes vid lokalval i Sydaustralien 1985–1999, i valkretsar med ett eller flera mandat.[397] [299]

A.22. Successiv utröstning

Successiv utröstning. *Kandidaterna elimineras en i taget, varje gång genom en ny omröstning med enkel majoritet.*

Metoden har såvitt jag vet aldrig använts i normala val, men versioner av den är vanliga i TV-program där huvudsyftet är underhållning snarare än ett rättvist resultat.

En version med bara en omgång är att varje väljare rangordnar samtliga kandidater, och att man eliminerar den som har flest sistaröster; detta föreslogs 1964 av Coombs [272].

Coombs metod. *Valkretsar med ett eller flera mandat. Varje väljare rangordnar samtliga kandidater. Man eliminerar successivt den kandidat som har flest sistaröster (där redan eliminerade ignoreras) tills bara önskat antal återstår.*

[397] Samhällena fick välja mellan denna metod och STV; från början var detta den vanligaste metoden, men de flesta samhällen hade övergått till STV när 1999 STV blev den enda metoden. [298]

Detta liknar Botten upp (avsnitt A.21), men där elimineras den som har minst förstaröster.

Metoden verkar mindre bra. Till skillnad från de flesta andra metoder gör den att röstsplittring på flera kandidater inom ett parti ger dessa en fördel; de får ju färre sistaröster. Det kan alltså löna sig för ett parti att ställa upp alldeles för många kandidater i förhoppningen att motståndarna skall rösta på dem i olika ordning. Omvänt kan ett disciplinerat parti (eller kartell av partier) med en majoritet av rösterna rösta bort alla andra (genom att ta dem i viss ordning) och få samtliga mandat.

Coombs metod har såvitt jag vet aldrig använts.

A.23. Bonusmandat

I några fall används valsystem där ett proportionellt valsystem görs mindre proportionellt genom att det största partiet får bonusmandat.

BONUSMANDAT. *Ett visst antal mandat delas ut enligt någon valmetod. Dessutom ges ytterligare ett bestämt antal mandat till det parti som fått flest röster nationellt.*

(Bonusmandaten kan också delas ut i varje valkrets var för sig, eller på en mellannivå, men detta förtar grundtanken att främja uppkomsten av en tydlig majoritet.)

Metoden har en del formella likheter med utjämningsmandat och med blandade metoder (avsnitt A.24.2),[398] men syftet är det motsatta – att minska proportionaliteten (vanligen för att motverka partisplittring och möjliggöra en handlingskraftig regering).

Bonusmandat används i Grekland; 250 mandat fördelas med valkvotsmetoden och 50 ges som bonus till det parti som fått flest röster, se avsnitt D.13.

Italien använder ett annat system för bonusmandat, där istället det största partiet garanteras ett visst antal mandat.

BONUSMANDAT SOM GARANTI. *Mandaten fördelas preliminärt enligt någon valmetod. Om det största partiet får minst ett bestämt antal M' mandat så gäller denna fördelning. Annars får det största partiet M' mandat, medan resterande $M - M'$ mandat fördelas i en ny fördelning mellan övriga partier.*

Detta används i Italien för 617 platser i deputeradekammaren, där det största partiet (eller koalitionen) garanteras minst 340 (55%), se avsnitt D.16. (Italien använder valkvotsmetoden. Jag tycker det verkar olämpligt att använda en kvotmetod med garantimandat på detta sätt; om det största partiet inte får M' mandat och en ny fördelning alltså görs blir valkvoten alltid större i den nya fördelningen, men det kan ändå hända att något parti får fler mandat, trots att totala antalet mandat för övriga partier minskas, se avsnitt 5.7–5.8.)

[398] Formellt kan bonusmandat ses som ett blandat system som i avsnitt A.24.1, där den ena komponenten är ett partiblockval (avsnitt A.13), men där varje väljare bara avger en röst.

Italien använder också samma metod för senaten, men där sker mandatfördelningen regionvis, och i varje region[399] garanteras på detta sätt största parti (eller koalition) minst 55% av mandaten, se avsnitt D.16. (Detta garanterar naturligtvis inte någon majoritet i senaten åt någon, men gynnar de största partierna som kan räkna med att bli störst i åtminstone några regioner.)

Malta har ett system med tilläggsmandat för att ett parti som får absolut majoritet av rösterna skall garanteras en majoritet av mandaten, se avsnitt D.24, men detta bör ses som utjämningsmandat snarare än bonusmandat, eftersom syftet är att göra valresultatet mer proportionellt och inte mindre.

A.24. Blandade system

En del länder har blandade valsystem, där en del av platserna i parlamentet väljs med majoritetsval, vanligen i enmansvalkretsar, och resten med en proportionell valmetod. Landet är indelat i små valkretsar för majoritetsvalet, och dessutom finns en nationell eller några regionala valkretsar för det proportionella valet. I de flesta fall avger väljarna samtidigt två röster, en personröst för majoritetsvalet och en partiröst för det proportionella valet, se t.ex. [135, § 4], [102, Articles 58, 66] och [125, Section 6]. (En väljare kan alltså rösta med en personröst på en kandidat från ett parti och en partiröst på ett annat parti.) Det är också tänkbart att varje väljarna bara avger en röst; en personröst som automatiskt räkas som en röst på kandidatens parti.[400]

Syftet med blandade att försöka förena fördelarna med majoritetsval och proportionella val. (Om detta lyckas, eller om man snarare förenar nackdelarna, är oklart, se t.ex. [303].)

Två huvudtyper finns av blandade system:

A.24.1. Två system oberoende av varandra.

A.24.1. Två system oberoende av varandra. Detta kallas även *blandade majoritetsvalsystem* [200]. På engelska kallas detta *Mixed Member Majoritarian (MMM)* eller *parallel*.

Blandat system med två oberoende metoder (MMM). *Ett visst antal av platserna väljs med majoritetsval, vanligen i enmansvalkretsar, och resten av platserna med en proportionell metod i en eller flera storvalkretsar. De två valen sker samtidigt men mandatfördelningarna sker oberoende av varandra.*

Ett exempel är Litauen, där 71 platser väljs i enmansvalkretsar (med metoden i avsnitt A.2.1) och 70 proportionellt (med valkvotsmetoden); varje väljare ger två olika röster, se avsnitt D.21 [102, Articles 88–89].

[399] med 3 undantag

[400] Ett exempel är val i Västtyskland 1949–1956 [314]; ett annat är delstatsval i Nordrhein-Westfalen till 2005 [181], [267, s. 247].

Ett annat exempel är Japan, där ca 60% av mandaten tillsätts i majoritetsval, i enmansvalkretsar (FPTP) för underhuset och flermannavalkretsar (SNTV) för överhuset; resterande ca 40% tillsätts med heltalsmetoden i en enda nationell valkrets, se avsnitt D.17. [200]

A.24.2. Två system i kombination. Detta kallas även *blandade proportionella system* [200]. På engelska kallas detta *Mixed Member Proportional (MMP)* eller *Additional Member System.*

Blandat system med två kombinerade metoder (MMP). *Ett visst antal av platserna väljs i enmansvalkretsar (personmandat) och resten av platserna med ett proportionellt system (listmandat) med syftet att totalresultatet skall bli proportionellt. Man kan se detta som ett system med utjämningsmandat, se kapitel 10, men (normalt) med två olika röster från varje väljare.*

Principen är alltså att först räknas enmansvalkretsarna och personmandaten fördelas. Därefter görs för varje storvalkrets (en nationell eller flera regionala) en totalfördelning av samtliga mandat (både personmandat och listmandat) enligt en proportionell metod, nu utgående från partirösterna, och varje parti får så många listmandat som behövs för att få rätt totalantal. I det fall att ett parti redan har fått fler mandat i enmansvalkretsarna än det skulle få i totalberäkningen finns tre versioner; i alla behåller alla partier sina personmandat i enmansvalkretsarna. (Se vidare avsnitt 10.1.)

(i) Man bortser från partier som redan fått för många mandat, och de personmandat de fått, och gör en ny totalfördelning mellan resterande partier av resterande mandat. (Eventuellt kan detta behöva upprepas om något annat parti nu får färre mandat i totalfördelningen än de redan fått som personmandat.) Detta är alltså samma metod som används för utjämningsmandat i Sverige.

Om en divisorsmetod används kan detta elegantare formuleras som att de listmandaten delas ut ett efter ett enligt divisorsmetoden med formulering D1 (s. 19), där de redan utdelade personmandaten räknas med vid beräkning av jämförelsetalen. (Ett exempel där detta är den officiella beskrivningen i lagen är Skottland [125, Section 8].)

(ii) Varje parti som enligt totalberäkningen skulle få fler mandat än det redan fått som personmandat får så många listmandat. (Partier som skulle få färre mandat än de redan fått behåller personmandaten men får inga listmandat.) Detta betyder att antalet listmandat utökas, med lika många mandat som summan av "överskotten" för de partier som fått fler personmandat än vad de skulle få enligt totalberäkningen. (Dessa mandat kallas *överhängsmandat.*)[401]

[401] Namnet *överhängsmandat* brukar användas för de överskjutande personmandaten, fast det går då inte att peka ut vilka av partiets personmandat som är överhängsmandat. Logiskt sett kan man lika gärna kalla de extra listmandaten för överhängsmandat; om en

(iii) Antalet listmandat ökas så mycket att varje parti enligt totalberäkningen får minst så många mandat som det redan fått som personmandat. (Exakt hur detta görs kan variera, och är i verkligheten inte alltid genomtänkt, se avsnitt 10.1.3.) Detta betyder att antalet listmandat kan utökas utöver de överhängsmandat som läggs till i version (ii). (Dessa mandat kallas *tilläggsmandat*.)

Exempel A.2. Antag att det finns 40 enmansvalkretsar och 20 nationella mandat som fördelas i en valkrets. Antag vidare att det bara finns två partier och att parti A vinner i alla enmansvalkretsarna men att partierna A och B får lika många partiröster. I totalberäkningen fördelas därför de 60 mandaten med 30 för A och 30 för B. (Vilket matematiskt skulle ge -10 listmandat till A och 30 till B.)

Med version (i) får A sina 40 personmandat och de 20 listmandaten går till B. Resultatet blir alltså 40–20.

Med version (ii) får A sina 40 personmandat och B får de 30 listmandat som totalberäkningen ger B. Resultatet blir alltså 40–30 och parlamentet utökas med 10 överhängsmandat till 70 platser under denna mandatperiod.

Med version (iii) får A sina 40 personmandat och antalet listmandat ökas till 80, så att en totalfördelning ger A 40 mandat; B får också 40 mandat i totalberäkningen och får därför 40 listmandat. Resultatet blir alltså 40–40 och parlamentet utökas med 20 mandat (10 överhängsmandat och 10 tilläggsmandat) till 80 platser under denna mandatperiod.

Ett exempel är Tyskland, där 299 mandat fördelas i enmansvalkretsar (enkel majoritet, FPTP) och 299 ytterligare i en totalfördelning med uddatalsmetoden, se avsnitt D.34 och 10.3.9. Version (ii) (överhängsmandat) används, och överhängsmandat är vanliga. De flesta tyska delstater har liknande system, men med version (iii) (tilläggsmandat). [359]

Ett annat liknande exempel med version (ii) är Nya Zeeland, se avsnitt D.28.

Exempel på version (i) är de regionala parlamenten i Skottland och Wales liksom London Assembly (för stor-London), se avsnitt D.31; numeriska exempel finns i [314, Section 12.4].

divisorsmetod används kan man peka ut de sista listmandaten; de är ju de mandat som tillkommer jämfört med version (i). [136; 226]

APPENDIX B

Det svenska valsystemet

I Sverige används den *jämkade uddatalsmetoden* (avsnitt 2.3.3) vid val till riksdag, landsting, kommun och Europaparlamentet.[402] Detta sägs för riksdagsval i Regeringsformen [1, 3 kap. 8 §]: "Vid mandatfördelningen mellan partierna användes uddatalsmetoden med första divisorn jämkad till 1,2", och för övriga val i vallagen [3, 14 kap. 7 §]: "Fördelningen görs på samma sätt som för riksdagsvalet".

Vid riksdagsval är Sverige indelat i 29 valkretsar (oftast ett län, men Stockholms, Göteborgs och Malmö kommuner är egna valkretsar, och Skåne och Götalands län är ytterligare uppdelade). Riksdagen har 349 ledamöter. Vid valet delas dessa upp på 310 fasta mandat och 39 utjämningsmandat. De fasta mandaten fördelas på valkretsarna proportionellt mot antalet röstberättigade; härvid används *valkvotsmetoden* (avsnitt 3.2.1) [3, 4 kap. 3 §]. (Vid valet 2010 varierade antalet fasta mandat mellan 2 (Gotland) och 37 (Stockholms län).)

När mandaten fördelas efter valet gäller först en spärregel:

> Endast parti som har fått minst fyra procent av rösterna i hela riket är berättigat att deltaga i fördelningen av mandaten. Parti som har fått färre röster deltager dock i fördelningen av de fasta valkretsmandaten i valkrets, där partiet har fått minst tolv procent av rösterna. [1, 3 kap. 7 §]

(Undantagsregeln om ett parti som får mindre än 4% totalt men mer än 12% i en valkrets har aldrig fått någon tillämpning. Observera att det i princip är möjligt att ett parti får 12% i en valkrets men ändå inget mandat, om valkretsen är liten.)

De fasta mandaten fördelas genom att den jämkade uddatalsmetoden används i varje valkrets för sig (på de partier som klarar spärren på 4% eller 12%). Dessutom görs en totalfördelning av samtliga mandat (utom de fasta mandat som tilldelats partier med mindre än 4% av rösterna i hela landet, men minst 12% i en valkrets), där hela landet räknas som en valkrets. Om nu ett eller flera partier fått fler fasta mandat än de skulle ha totalt, så återförs de överskjutande mandaten, och fördelas inom sin valkrets till andra partier, se avsnitt 10.3.2 för detaljer.[403] Därefter fördelas utjämningsmandaten så

[402] För biskopsval inom Svenska kyrkan, då helt andra metoder används, se avsnitt A.2.5.1.

[403] T.o.m. valet 2014 gällde andra regler, se avsnitt 10.3.1.

att varje parti som fått fler mandat i totalfördelningen än fasta mandat får skillnaden som utjämningsmandat. Dessa utjämningsmandat fördelas sedan inom partiet på de olika valkretsarna med den *ojämkade uddatalsmetoden* (avsnitt 2.3.2) [3, 14 kap. 5 §], utgående från partiets röstetal i valkretsarna och med hänsyn tagen till de redan utdelade fasta mandaten.

Slutligen fördelas varje partis mandat i varje valkrets på de personer som står på valsedlarna, genom en metod (avsnitt 11.2.2) där vissa väljs med *personröster* medan resten fördelas med *Phragméns metod* (avsnitt 13.1); i praktiken innebär denna metod normalt att mandaten fördelas mellan olika listor med *heltalsmetoden* (avsnitt 2.3.1), och inom varje lista i den ordning namnen står i listan (se avsnitt 13.10).

För landstingsval och kommunval gäller i princip samma sak, men spärren är 3% för landsting liksom för kommuner indelade i flera valkretsar, och 2% för kommuner med bara en valkrets.[404] För val till Europaparlamentet är hela landet en valkrets, och några utjämningsmandat finns alltså inte; spärren är 4%.

Vid val inom riksdagen till utskott m.m. [2, 7 kap. 4 §] och vid val inom kommun- och landstingsfullmäktige till styrelser, nämnder, revisorer m.m. [5, 5 kap. 46 §], [4, 22 §] används *heltalsmetoden* (avsnitt 2.3.1). (För fördelning inom partierna används *Phragméns metod* (avsnitt 13.1 och 13.10) respektive *Thieles metod* (avsnitt 14.5 och 14.6.2).[405]) I dessa fall kan man ju normalt förutse resultatet av en votering i förväg, och i praktiken brukar platserna fördelas av en valberedning, vars förslag sedan antas med acklamation [2, 3 §]. Men valberedningen styrs av heltalsmetoden, eftersom en avvikelse från heltalsmetodens resultat rimligtvis leder till att det parti som missgynnas begär votering.[406]

Situationen kompliceras dock av att det är normalt, och förutsett i lagen, att partier samverkar i valkarteller vid dessa val (vilket aldrig är en nackdel med heltalsmetoden, se exempel 8.34), och bildandet av karteller samt fördelningen inom kartellerna blir då förhandlingsfrågor.[407] Resultatet av val

---

[404] T.o.m. valet 2014 fanns för kommunfullmäktige inga utjämningsmandat och ingen speciell småpartispärr.

[405] I praktiken har dessa metoder för fördelning inom partier ringa betydelse, eftersom normalt varje parti torde enas om en lista. Om partierna i en kartell har varsin lista så fungerar båda metodera som heltalsmetoden. (Liksom om det av annan anledning finns flera listor (utan gemensamma namn) inom samma parti.)

[406] Lagen är formulerad så att val med slutna sedlar enligt heltalsmetoden bara sker om minst $R/(M+1)$ begär det; ett mindre antal kan nämligen ändå inte påverka valet om alla andra röstar på ett gemensamt förslag, vilket lätt inses.

"Val med slutna sedlar skall dock förrättas, om det begärs av minst så många riksdagsledamöter som motsvarar den kvot som man får, om samtliga röstberättigade ledamöters antal delas med det antal personer som valet avser, ökat med 1. Om kvoten är ett brutet tal, skall den avrundas till närmaste högre hela tal. Detta val skall äga rum vid ett följande sammanträde." [2, 3 §] (En liknande regel finns i [4, 2 §].

[407] Även antalet som skall väljas, eller antalet suppleanter, kan i vissa fall vara en del av dessa förhandlingar. Så har riksdagsutskotten efter valen 2006 och 2010 gjorts större

inom riksdagen och fullmäktige blir alltså en kombination av matematiska beräkningar och politiska förhandlingar.

Att heltalsmetoden aldrig missgynnar karteller, och att den (därför) garanterar att en majoritet alltid kan få en majoritet i utskott osv (se exempel 8.34 och satserna 8.14 och 8.38) är ett viktigt skäl till att använda heltalsmetoden i detta sammanhang.

Vad gäller koalitionsregeringar så har det blivit praxis att antalet ministrar för varje parti som ingår i regeringen är proportionellt mot antalet riksdagsledamöter.[408] Men detta är ingen lagstadgad regel, och ingen bestämd metod finns för beräkningen av antalet, utan regeringens sammansättning är en rent politisk förhandlingsfråga; i princip kan statsministern utse vilken regering som helst, så länge han (eller i en framtid hon) har stöd för den i riksdagen. I koalitionsregeringen S+MP efter valet 2014 finns 18 S och 6 MP, vilket är 2 MP mer än en strikt proportionell fördelning.[409]

än minimiantalet 15 ledamöter för att ge plats åt småpartier som annars blivit utan, Se t.ex. [199].

[408]Enligt [335] använde partiledarna 2006 uddatalsmetoden (ojämkad, och med ett undantag på slutet) för att fördela både antal och poster i regeringen.

[409]Till riksdagen valdes 2014 113 S och 25 MP; en exakt proportionalitet skulle ge $\frac{25}{138} \cdot 24 = 4{,}35$ MP.

APPENDIX C

Tidigare valsystem i Sverige

C.1. Ståndsriksdagen (–1866)

Sverige hade fram till 1866 en ståndsriksdag med fyra stånd: adel, präster, borgare och bönder.[410] Traditionellt brukar Arboga möte 1435 räknas som den första riksdagen, men först vid Gustav Vasas två riksmöten i Västerås 1527 och 1544 kan man tala om en riksdag med representation av de fyra stånden. Själva termen riksdag började användas under 1540-talet, och riksdagen organiserades i fast form under Gustav II Adolf med riksdagsordningen 1617[411] och riddarhusordningen 1626 (som organiserade adelsståndet). [52], [324], [318, s. 65]. En ny riksdagsordning antogs 1723, men avskaffades efter Gustav III:s statskupp 1772, varefter 1617 års riksdagsordning och 1626 års riddarhusordning åter blev gällande tills efter statskuppen 1809 en ny regeringsform (1809) och riksdagsordning (1810) antogs. Riksdagens sammansättning förblev varje gång oförändrad (men arbetsformer och kungens makt ändrades väsentligt). [286, s. 121–127], [285, s.161–166], [190, s. 181–187]

Riksdagen sammankallades oregelbundet, ofta med 3–4 års mellanrum,[412] och nya riksdagsmän utsågs till varje riksdag.

I *adelsståndet* hade varje adelsätt rätt att delta med en representant[413]; de flesta gjorde det också.[414] Fram till 1719 fanns en klassindelning i tre

---

[410] Officiellt kallade *Högloflige Ridderskapet och Adeln*, *Högvördiga Presteståndet*, *Vällofliga Borgareståndet*, *Hedervärda Bondeståndet.*

[411] Utarbetad av Axel Oxenstierna. Aldrig formellt antagen men de facto gällande.

[412] 59 riksdagar 1600–1699; 22 riksdagar 1700–1799; 18 riksdagar 1800–1866. I 1723 års riksdagsordning föreskrivs vart tredje år, men det följdes inte. Först 1844–1865 hölls riksdagarna regelbundet vart tredje år. Riksdagarna hade mycket varierande längd; de många riksdagarna under 1600-talet varade ofta knappt en månad, men ibland längre; under 1700- och 1800-talen varade riksdagarna 1-20 månader; oftast mindre än ett år.

[413] Enligt riddarhusordningen 1626 skulle ättens närvarande medlemmar välja en representant, men normalt företräddes ätten automatiskt av den äldsta grenens äldsta medlem, och om denne inte kunde av näste man i förstfödsloordning, osv; detta var åtminstone från 1809 formaliserat. Det hände också att man gav fullmakt till en utomstående adelsman om ingen av ättens medlemmar skulle delta, vilket ibland ledde till köp av röster. [318, s. 85], [286, s. 121, 135], [190, s. 183]

[414] Efter tillkomsten av riddarhusordningen 1626 hade riddarhuset 127 adelsätter, men antalet ökade snabbt och under 1700- och 1800-talen fanns som mest ca 1250 adelsätter; under frihetstiden kunde uppemot 1200 adelsmän delta i de inledande valen av lantmarskalk (talman) mm (under andra perioder utsågs lantmarskalken av kungen), och

klasser,[415] och omröstningar skedde klassvis, vilket gav högadeln stort inflytande, men detta avskaffades 1719 så att varje adelsätt hade en röst. Klassindelningen återinfördes av Gustav III 1772, men avskaffades igen 1809. [318, s. 65, 86], [286, s. 124], [190, s. 183].

I *prästeståndet* var biskoparna[416] självskrivna, normalt med ärkebiskopen som talman, medan övriga ledamöter valdes. Enligt 1634 års regeringsform skulle varje domkapitel utse 2 representanter (utöver biskopen) och en präst skulle utses "för vart tvenne härad"; i praktiken utsågs dock inte så många, och prästerna valdes kontraktsvis. Dessutom förekom representanter för gymnasier[417] samt Uppsala universitet och Åbo akademi, och senare Lunds Universitet och Kungl. Vetenskapsakademien. Några fasta regler för dessa val fanns inte, och praxis varierade mellan stiften.[418] Från 1723 valdes representanterna av kyrkoherdarna, men i praktiken deltog även komministrar ibland. Från 1809 valde kyrkoherdarna 2–5 representanter inom varje stift och i Stockholms stad, och komministrarna fick välja en representant per stift och i Stockholms stad.[419] Antalet ledamöter var normalt ca 50–60.[420] [318, s. 91], [286, s. 121–122, 125], [190, s. 184]

Borgarståndets ledamöter valdes av städerna (samt Falu bergslag [190, s. 184]). Enligt 1634 års regeringsform hade varje stad två riksdagsmän, varav en borgmästare och en rådman eller annan förnäm borgare; dock skickade städerna ofta bara en representant (och ibland ingen).[421] Fasta regler för valen fanns inte och praxis växlade mellan olika städer.[422] Efter 1723 fastlades att Stockholm hade 10 riksdagsmän, Göteborg 3 och övriga städer 1 eller 2. Endast borgare (burskapsägande handelsmän, hantverkare, skeppare, fiskare, m.fl.) hade rösträtt, vilken var graderad efter skattetal. Antalet ledamöter var på 1600-talet ca 80–100; under frihetstiden 85–121; under 1800-talet normalt 60–70. [318, s. 93ff] [286, s. 122, 126], [190, s. 184f]

---

normalt deltog 400–500 ledamöter; även under 1800-talet kunde uppemot 1000 ledamöter utses, fast färre deltog. I omröstningen 1865 om ståndsriksdagens avskaffande deltog 655 adelsmän. [318, s. 90f], [286, s. 121, 123–124], [190, s. 184]

[415]Herreklassen (grevar och friherrar); riddareklassen (obetitlade riksrådsättlingar); svenneklassen (lågadeln). Den tredje klassen var till omfånget helt dominerande men den första var länge den inflytelserikaste. [318, s. 86]

[416]och, åtminstone från 1809, pastor primarius i Stockholm [190, s. 184]

[417]Jag vet inte hur länge.

[418]I praktiken torde ofta biskop och konsistorium ha utsett representanterna, men inte alltid. [318, s. 91]

[419]I praktiken valdes sällan representanter för komministrarna utom i Stockholm, och ej ens alltid där.

[420]Vid ståndets sista riksdag 1865–1866 deltog 58 ledamöter: 9 biskopar, pastor primarius, 44 kyrkoherdar (inkl. 2 domprostar), 2 professorer från Uppsala och Lunds universitet, 2 representanter från Kungl. Vetenskapsakademien. [16].

[421]Stockholm var ett undantag och brukade ha 3–5 ledamöter på 1600-talet.

[422]Ofta valdes riksdagsmännen av magistraten och godkändes därefter av det meniga borgerskapet. [318, s. 94f]

Bondeståndets ledamöter valdes av bönderna[423]. Enligt 1634 års regeringsform skulle varje härad utse en ledamot, men i praktiken valdes färre, och ibland delade flera valkretsar på en riksdagsman. Åtminstone på 1800-talet valdes riksdagsmännen genom indirekta val, där normalt varje socken utsåg en elektor och dessa valde en riksdagsman i varje valkrets; elektorerna hade graderat röstetal efter socknens hemmantal. Antalet ledamöter var normalt ca 200 på 1600-talet, ca 150 på 1700-talet, och ca 100 och på 1800-talet. [318, s. 96], [286, s. 123], [190, s. 186].

I de fall riksdagsmännen utsågs genom omröstning skedde valen, såvitt jag vet, med majoritetsval i enmans- eller flermannavalkretsar (avsnitt A.1 och A.7).[424]

Ståndsriksdagen avskaffades 1866.[425]

C.2. Tvåkammarriksdagen (1867–1970)

Ståndsriksdagen efterträddes av en riksdag med två jämställda kamrar, där första kammaren valdes indirekt av landsting och stadsfullmäktige i de stora städer som stod utanför landstingen[426] [427] medan andra kammaren valdes direkt. Första kammaren var ursprungligen också mer aristokratisk än andra kammaren, genom högre krav på ålder och inkomst eller förmögenhet.[428] [18; 191; 331]

Riksdagen sammanträdde varje år, men ledamöterna valdes för flera år.

---

[423] bofasta besuttna bönder, se [318, s. 96] och [190, s. 186] för gränsdragningsproblem

[424] T.ex. "Wid alla Riksdags Mäns wahl bör den blifwa Riksdags Man som mäste Rösterne falla uppå" i 1723 års riksdagsordning [17]. Så skedde även i Finland på 1800-talet, nog enligt äldre svenska regler, åtminstone i borgar- och bondestånden [193, s. 111]. Dock utsågs nog riksdagsmännen i många fall utan val, genom konsensus eller av företrädare för respektive grupp.

[425] I den avgörande omröstningen i december 1865 antog bondeståndet förslaget enhälligt; borgarståndet röstade för med 60–5; adeln röstade för (efter fyra dagars debatt) med 361–294; prästeståndet förklarade sig vänta till efter adelns beslut och antog sedan (efter fem dagars debatt) förslaget utan votering fast nästan halva ståndet (28 av 58 [16]) reserverade sig; uppenbarligen var en majoritet i ståndet egentligen emot men vågade inte ensamma fälla förslaget, och ledningen hade all möda att se till att inte en majoritet reserverade sig. [331, s. 26], [190, s. 207f]

[426] Dessa städer var, under varierande perioder, Stockholm, Göteborg, Malmö, Norrköping, Helsingborg, Gävle. Det fanns 25 landsting (24 län, varav Kalmar var delat på två landstingsområden till 1971). Till exempel fanns 1909 30 valkretsar: 25 landsting samt Stockholm, Malmö, Göteborg, Gävle, Norrköping. [289, landsting], [333, landstingsområde], [25, 1 §]

[427] Landstingen valdes i sin tur indirekt fram till 1909, av elektorer valda av beslutande organ (fullmäktige eller kommunalstämma) i ingående kommuner; som representanter för folket var alltså första kammaren vald indirekt i upp till tre led. Från 1910 har landstingen (sedan 1991 kallade landstingsfullmäktige) valts direkt, med samma regler som vid kommunalval.

[428] Likaså fick ledamöterna i första kammaren före 1909 inget arvode [18, § 12] (till skillnad från andra kammaren [18, § 23]), vilket underströk att endast förmögna kunde komma ifråga.

Första kammarens ledamöter hade längre mandattid och valdes successivt, varför den hade en betydande eftersläpning i förhållande till landstingsvalen. T.ex. gällde efter 1921, när allmän och lika rösträtt gällde både till andra kammaren och till de landsting mm som valde första kammaren, så att det inte längre fanns någon principiell skillnad i representativitet,[429] att omedelbart efter ett andrakammarval bestod första kammaren av ledamöter valda under de senaste 8 åren (= två mandatperioder för andra kammaren), på grundval av kommunalval som skedde 2, 6 och 10 år tidigare.[430] (Denna eftersläpning hade stor politisk betydelse, eftersom den gjorde att en regering som förlorat ett riksdagsval kunde sitta kvar med stöd av en majoritet i första kammaren.)

C.2.1. 1867–1909: majoritetsval. Val till både första och andra kammaren skedde med *enkelt majoritetsval*, i valkretsar med ett eller flera mandat.[431] Valet skedde med slutna sedlar, och varje valsedel måste innehålla lika många namn som antalet som skulle väljas [18, § 25]. Naturligtvis måste namnen också vara valbara.[432]

Valen till andra kammaren skedde antingen direkt eller med elektorer.[433] Till en början skedde valet nästan överallt med elektorer, men senare nästan överallt direkt.[434] Vid indirekta val valde en landskommun med n invånare $1 + \lfloor n/1000 \rfloor$ elektorer och en stad med n invånare $1 + \lfloor n/500 \rfloor$. Elektorerna valde sedan valkretsens riksdagsman med enkel majoritet. [18, § 17]

Första kammarens ledamöter valdes fram till reformen 1909 på 9 år. Några fasta mandatperioder fanns inte (till skillnad från andra kammaren); varje val gällde 9 år från den dag valet skedde [18, § 10] (och eventuellt något längre, eftersom den som var vald vid riksdagens början satt kvar till riksdagens slut [18, § 8]). Eftersom drygt hälften av de som valdes avgick eller avled innan 9 år gått[435] blev valen ganska snart efter det första valet

[429]bortsett från att rösträttsåldern var högre för landstingen än för andra kammaren till 1937

[430]Kommunalval skedde 1921–1970 vart 4:e år, mitt emellan ordinarie riksdagsval.

[431]Se [18, § 17] för andra kammaren; för första kammaren tycks detta inte stå explicit i Riksdagsordningen.

[432]Detta ledde till skandalen 1887: Efter ordinarie andrakammarvalet hösten 1887 uppdagades att en av de 22 som valts på en gemensam lista i Stockholms stad (som alltså hade 22 mandat) inte var valbar eftersom han hade en skatteskuld på 11 kronor och 58 öre; därigenom blev samtliga 6206 valsedlar med hans namn ogiltiga och de 22 valda (som fått 4898–6749 röster var) ersattes med 22 andra, som fått 2585–2988 röster var. [43, s. 45, 51] (De först valda var frihandelsvänliga men ersattes av protektionister, vilka nu fick majoritet i andra kammaren vilket ledde till regeringens avgång.)

[433]Valkretsarna fick själva välja metod, utom städer som var egen valkrets där valet alltid var direkt.

[434]Vid första valet 1866 var valet indirekt i 142 valkretsar av 174, och redan 1872 bara i 80 av 176 [41]. Vid sista valet med elektorer 1908 förekom de endast i en valkrets (Mellersta Värends domsaga i Kronobergs län) [46]

[435]Av 807 valda (eller omvalda) 1866–1900 satt 387 hela 9-årsperioden; medeltiden var 6,6 år. [46]

1866 ganska jämnt fördelade mellan åren, med ca 20 valda varje år, och även i större valkretsar valdes oftast bara en eller högst två åt gången. (Kungen kunde utlysa nyval till hela första eller andra kammaren, eller båda, men detta skedde aldrig för första kammaren under denna tid.)

Andra kammaren valdes på 3 år, med fasta mandattider (kalenderår); ett ev. nyval och fyllnadsval gällde bara till nästa ordinarie val.[436] (Nyval till andra kammaren skedde en gång, våren 1887. [43])

I början (1867) var antalet ledamöter i första kammaren 125 och i andra kammaren 190 (varav 135 från landsbygden). Antalet var till 1894 relaterat till folkmängden, och steg därför långsamt. Till första kammaren utsåg varje landsting och landstingsfri stad 1 ledamot för varje fullt tal av 30 000 invånare, dock minst 1. Till andra kammaren utgjorde på landet varje domsaga en eller två[437] enmansvalkrets(ar). Städer med minst 10 000 invånare bildade varsin valkrets, med ett mandat för varje fullt tal av 10 000 invånare;[438] övriga städer grupperades i enmansvalkretsar med 6 000–12 000 invånare. [18, § 13].[439] (Detta gav en kraftig överrepresentation av städerna i andra kammaren. 1872 valdes på landet i medeltal 1 riksdagsman på 26 488 personer och i städer 1 på 9 800 [41].) Till andra kammaren fanns flermannavalkretsar alltså bara i de få större städerna, medan de allra flesta valdes i enmansvalkretsar.

För båda kamrarna bestämdes alltså antalet ledamöter av den *automatiska metoden* (avsnitt 4.2) med avrundning nedåt, med vissa specialregler.

1894 fixerades antalet ledamöter till 150 i första kammaren och 230 (varav 150 från landsbygden och 80 från städerna) i andra. (Ännu 1911 bodde bara 25% av befolkningen i städerna [48], så städerna fortsatte att vara överrepresenterade.) Mandaten till första kammaren fördelades mellan valkretsarna med *valkvotsmetoden*, baserat på befolkningen. Mandaten till andra kammaren fördelades med ett mandat för varje åttiondel av städernas totala folkmängd till större städer, medan grupper av småstäder och domsagor (eller delar av dem) på landsbygden bildade enmansvalkretsar.

Valbara till första kammaren var endast män över 35 år som antingen hade fastighet taxerad till minst 80 000 riksdaler (kronor) eller skattade för

[436]Valen skedde ungefär samtidigt i hela landet, men inte exakt samma dag på olika platser. T.ex. skedde nyvalet våren 1887 29 mars – 28 april och ordinarie val hösten samma år 9 augusti – 29 september. [43]

[437]om invånarantalet översteg 40 000

[438]Större städer kunde delas i flera valkretsar. Detta skedde endast i Stockholm, som delades på 5 valkretsar från 1890. (I valet 1887 hade Stockholm 1 valkrets med 22 mandat.) [44]

[439]1872 fanns 4 städer med minst 20 000 invånare och alltså mer än 1 mandat var, med sammanlagt 22 mandat (Stockholm 13, Göteborg 5, Malmö 2, Norrköping 2), 10 städer som var egna enmansvalkretsar och 24 valkretsar med flera småstäder [41]. Städerna ökade dock snabbt i storlek.

minst 4 000 riksdaler (kronor) i årlig inkomst.[440] Kraven var hårda, och 1869 var endast ca 6 000 personer valbara [41; 331].

Rösträtt till andra kammaren hade män som hade kommunal rösträtt (dvs. var myndiga (21 år) och hade skattepliktig fastighet eller inkomst och inga skatteskulder) samt antingen hade fastighet taxerad till minst 1 000 riksdaler (kronor), arrenderade jordbruksfastighet för minst 6 000 riksdaler (kronor), eller skattade för minst 800 riksdaler (kronor) i årlig inkomst. Valbar var den som uppfyllde detta och var minst 25 år.[441] 1872 hade 5,6% av befolkningen (21,9% av de myndiga männen) rösträtt [41].

Regeringen föreslog 1896 en mycket liten rösträttsreform,[442] och föreslog i samband med detta att valet skulle ske med en proportionell metod i de valkretsar som hade flera mandat (dvs. i de största städerna); i valet mellan olika proportionella metoder föreslogs *Andræs metod* (avsnitt 12.3.1).[443] Propositionen röstades dock ned i riksdagen varför det varken blev rösträttsreform eller proportionella val.

C.2.2. 1909–1921: Allmän rösträtt för män och proportionella val. Efter långa strider, och diverse olika förslag, se [331, kapitel 7] och t.ex. [20], genomfördes 1907–1909 en rösträttsreform, som gav alla män som fyllt 24 år rösträtt till andra kammaren.[444] [24]

Dessutom infördes, både till första och andra kammaren (liksom vid kommunalval) ett proportionellt valsystem med *heltalsmetoden* (*d'Hondts metod*);[445] för fördelning inom partierna användes en kombination av *Thieles metod (reduktionsregeln)* och *rangordningsregeln*, se avsnitt 14.6 för detaljer [25]. (Kombinationen förutsatte inte att kandidaterna var organiserade i partier; det var uppenbarligen en nyhet att partier formellt infördes i valsystemet [23].)

Fyllnadsval avskaffades, och ersattes med bestämmelser om utseende av ersättare genom nya räkningar av rösterna vid behov. [25]

[440] Dessutom måste han ha haft sådan förmögenhet eller inkomst de senaste tre åren, och behålla den under tiden som riksdagsman.

[441] Dessutom måste han ha haft kommunal rösträtt i minst ett år. Till andra kammaren krävdes kommunal rösträtt i någon kommun som ingick i valkretsen; för första kammaren gällde valbarheten hela landet.

[442] Antalet röstberättigade skulle ha ökat med ca 10%. [331]

[443] Propositionen menade att "det valsätt, som i Danmark användes vid val av ledamöterna i landstinget, böra hos oss komma till användning åtminstone till en början och intill dess den allmänna uppfattningen kan förena sig om något af de andra systemen, hvilka, om de ock i teoretiskt afseende kunna anses rigtigare, likväl i praktiskt afseende äro svårare att genomföra och af hvilka flertalet dessutom förutsätta valförhållanden för oss helt och hållet främmande." [19, s. 9]

[444] Med undantag för den som var omyndigförklarad, i konkurs, mottog fattigvårdsunderstöd, hade skatteskuld eller inte hade fullgjort ålagd värnplikt. Dessa inskränkningar var betydande. 1911 var 1 066 200 röstberättigade medan 283 001 hade fyllt 24 år men saknade rösträtt; de flesta (164 041) pga skatteskulder. [48]

[445] De konservativa ville ha garantier för att behålla en viss representation, när de nu såg sig bli en minoritet i framtiden, se [193].

Mandattiden för andra kammaren var oförändrat 3 år. För första kammaren ändrades mandattiden till 6 år, och den successiva förnyelsen stadfästes genom att valkretsarna indelades i 6 grupper, som valde varsitt år, så att ca 1/6 av ledamöterna valdes varje år. Nyval gällde endast för den återstående tiden till nästa ordinarie val.[446] Arvoden infördes även för första kammarens ledamöter. [333, riksdag]

Antalet ledamöter var oförändrat 150 för första kammaren och 230 för andra kammaren. Dessa fördelades på valkretsarna, liksom tidigare för första kammaren, med *valkvotsmetoden*, med minst 1 (första kammaren) eller 3 (andra kammaren) mandat per valkrets (se avsnitt 3.3). [24, § 6, 15]

(Det fanns 30 valkretsar för första kammaren (varje landsting och de större städer som stod utanför landsting var varsin valkrets) och 56 till andra kammaren. De flesta valkretsar (för andra kammaren) hade 3–5 mandat.)

C.2.3. 1921–1952: Rösträtt för män och kvinnor. Phragméns metod. Allmän rösträtt för både män och kvinnor infördes 1921 [32].[447] I samband med detta förlängdes mandattiden till 4 år för andra kammaren[448] och 8 år för första, där valkretsarna (med samma princip som tidigare) indelades i 8 grupper så att ca 1/8 av kammaren förnyades varje år. Valmetoden var fortsatt *heltalsmetoden*, men för fördelning inom partierna infördes nu den ordnade versionen av *Phragméns metod* (avsnitt 13.4).[449] [331, s. 104]

Karteller var vanliga, främst mellan borgerliga partier. Dessa underlättades genom att valsedlar från 1924 kunde förses med både partinamn och kartellbeteckning (samt fraktionsbeteckning) [35; 37].[450] Mandatfördelningen skedde fortfarande med heltalsmetoden och Phragméns metod, se avsnitt 13.10 för detaljer.

Antalet ledamöter var oförändrat 150 i första kammaren och 230 i andra kammaren. Dessa fördelades på samma sätt som tidigare med *valkvotsmetoden*, med minimum 3 mandat per valkrets för andra kammaren (avsnitt 3.3).[451] (För första kammaren stadgades inget minimum i lagen 1921, men eftersom valkretsarna samtidigt gjordes färre och större såg man nog till att varje valkrets fick flera mandat.)

[446] Nyval av första kammaren skedde hösten 1911 för att de nya kommunala rösträttsreglerna skulle få omedelbart genomslag, liksom 1919 och 1921; nyval av andra kammaren skedde 1914 (efter borggårdskrisen). [333, riksdagsupplösning], [331]

[447] Nyval till andra kammaren skedde 1921 med de nya reglerna.

[448] redan 1919 [331]

[449] Även kallad *absoluta rangordningsregeln*. [331, s. 104]

[450] I vallagen 1924 [35] kallas nivåerna *parti*, *underparti* och *fraktion*, vilket innebar att en kartell av olika partier formellt kallades parti och de ingående partierna kallades underpartier. Terminologin ändrades 1927 till *kartell*, *parti*, *fraktion* [36], [37]. Endast partibeteckningen var obligatorisk.

[451] Antalet valkretsar reducerades 1921 till 19 för första kammaren [30] och 28 för andra kammaren [33], för att ge bättre proportionalitet. [331, s. 104]

Eftersom rösträttsåldern för landstingsval höjdes till 27 år, medan den kommunala bara var 23 år, se avsnitt C.4.3, kunde inte längre förstakammarvalen i de större städer som stod utanför landsting förrättas av stadsfullmäktige. Istället infördes i dessa städer särskilda direktvalda elektorsförsamlingar för förstakammarvalen, med samma rösträttsålder (27 år) som landstingen. Den högre rösträttsåldern för landstingsval avskaffades 1937 och då försvann elektorsförsamlingarna igen. [191], [332].[452]

Eftersom kommunalval också hölls vart fjärde år, mitt emellan andrakammarvalen, var det (ordinarie) val vart annat år; varannan gång till andra kammaren och varannan gång till kommuner och landsting, och därigenom indirekt (med eftersläpning) till första kammaren.

Valdagen fastställdes 1921 till normalt den tredje söndagen i september, men med möjlighet till undantag för enskilda städer eller enskilda valkretsar [33].[453] 1942 fastställdes den tredje söndagen i september, för såväl andrakammarval som kommunalval.[454] [53]

C.2.4. 1952–1970: Jämkade uddatalsmetoden. 1952 ändrades valsystemet för andra kammaren till den *jämkade uddatalsmetoden* med första divisorn jämkad till 1,4 (avsnitt 2.3.3), vilket blivit bestående sedan dess (fast från 2018 med jämkning 1,2).[455] [456] Samtidigt togs möjligheterna till karteller bort. Jämkningen till 1,4 valdes för att ge i stort sett samma resultat som tidigare (med en viss överrepresentation av det största partiet, Socialdemokraterna, och en underrepresentation av det minsta, Kommunisterna.).[457] Se vidare [337] samt [331, s. 106], [332, s. 260].

Antalet ledamöter var i princip oförändrat 150 i första kammaren och 230 i andra kammaren. Dessa fördelades som tidigare med *valkvotsmetoden*, med minimum 3 mandat per valkrets för andra kammaren, men metoden ändrades något 1953 så att totalantalet ökades när minimiregeln användes,

[452] Rösträttsåldern vid andrakammarval sänktes till 23 år 1921; den sänktes vidare till 21 år 1945, 20 år 1965, 19 år 1969 och 18 år (på valdagen) 1974. Kravet att sakna skatteskulder togs bort 1921; övriga "streck" försvann successivt: värnplikt 1922, konkurs och fattigvård 1945; omyndighetsförklaring försvann som begrepp 1988. [331, s. 101] 1921 var 73 333 av 3 222 917 i röstlängden diskvalificerade; de flesta (42 296) pga fattigunderstöd. [49]

[453] Valet 1924 ägde rum söndagen den 21 september i 25 valkretsar, med undantag av vissa städer i 6 av dem samt fyrstadskretsen valde lördagen den 20 och Stockholm och Göteborg fredagen den 19. [50]

[454] utom municipalfullmäktigeval

[455] Ändringen var en följd av bildandet av koalitionsregeringen mellan Socialdemokraterna och Bondeförbundet 1951; Bondeförbundet kunde ju inte som tidigare gå i kartell med Högern och Folkpartiet i nästa val. Uddatalsmetoden drevs främst av Sten Wahlund, riksdagsman för bf och professor i statistik.

[456] Metoden infördes som ett provisorium, för nästa valperiod, men förlängdes fyra år i taget tills enkammarriksdagen infördes, då jämkade uddatalsmetoden togs in i grundlagen (Regeringsformen). För första kammaren behölls tidigare regler med heltalsmetoden.

[457] 1,5 övervägdes också, men Erlander ansåg att det skulle för mycket stimulera till borgerlig samverkan. [337]

se avsnitt 3.3; dessutom infördes 1953 en regel att en valkrets berättigad till 3 eller 4 mandat skulle få tillsätta 5. För första kammaren infördes ett minimum på 5 mandat för varje valkrets 1957. Pga dessa regler steg antalet ledamöter något fr.o.m. valet 1956, och var vid avskaffandet 1970 151 resp. 233. [331, s. 107]

Nyval till andra kammaren skedde 1 juni 1958 (pga ATP-frågan). [53], [331, s. 213]

C.3. Enkammarriksdagen (1971–)

Som en del av en stor författningsreform ersattes tvåkammarriksdagen 1971 av en enkammarriksdag, med 350 ledamöter som valdes på 3 år. (För bakgrunden, se [338] och [331, kap. 15].)

Efter valet 1973, då de de socialistiska och borgerliga blocken fick 175 mandat var, ändrades antalet ledamöter fr.o.m. 1976 till 349. Mandattiden ändrades 1994 till 4 år. [52], [53]

Valmetoden var fortsatt den *jämkade uddatalsmetoden*, men dessutom infördes *utjämningsmandat* för att ge en helt proportionell fördelning, se appendix B och kapitel 10.

De fasta mandaten (310) fördelades på valkretsarna, liksom tidigare, med *valkvotsmetoden*; dock baserat på antalet röstberättigade och inte som tidigare på folkmängden. (Detta har dock mycket liten betydelse; utjämningsmandaten medför nog att antalet mandat i en valkrets snarast blir proportionellt mot antalet röstande, åtminstone i genomsnitt, men detta har såvitt jag vet aldrig utretts ordentligt.)

1998 infördes en metod för personröster, se avsnitt 11.2.2.

Valdagen flyttades 2011 från tredje till andra söndagen i september. [53]

2018 ändrades systemet för utjämningsmandat till ett mer komplicerat, där fasta mandat kan återtas för att ge en fullständigt proportionell mandatfördelning (enligt totalfördelning med (jämkade) uddatalsmetoden, se avsnitt 10.3.2. Samtidigt ändrades första divisorn i jämkade uddatalsmetoden till 1,2.[458]

C.4. Kommuner och landsting

Genom kommunalförordningarna 1862 organiserades Sverige i kommuner; man skilde till 1970 på *städer* och *landskommuner*.[459] Större kommuner

[458] Ändringen till 1,2 gjordes eftersom simuleringar av Jan Lanke visar att detta (åtminstone vid nuvarande partistruktur liksom i en del hypotetiska fall) jämfört med både 1,4 eller 1 (ojämkad uddatalsmetod) ger mindre behov av utjämningsmandat för att ge fullständig proportionalitet i riksdagsvalen. (Om detsamma gäller i landstings- och kommunval tycks ingen ha undersökt ordentligt.) Jämkningen gavs alltså en ny funktion, istället för den gamla funktionen som småpartispärr som försvunnit genom införande av utjämningsmandat och explicit småpartispärr 1970.

[459] Dessutom fanns *köping* som en mellanform (räknas oftast som ett specialfall av landskommun), och *municipalsamhälle* samt *municipalköping* som specialformer för en del av en landskommun med vissa egna uppgifter. 1950 fanns 132 städer, 2287 egentliga

styrdes *stadsfullmäktige* resp. *kommunalfullmäktige* som valdes av invånarna. (Mindre städer och kommuner[460] kunde i stället ha *allmän rådstuga* resp. *kommunalstämma* där alla röstberättigade invånare hade rösträtt. Dessa försvann så småningom, men fanns kvar i några småkommuner till kommunindelningsreformen 1952.[461]) [289, kommun], [333, kommun]

1862 infördes även landsting. Dessa bestod först av representanter för ingående städer och härader eller tingslag, huvdsakligen indirekt valda [15].[462] I samband med rösträttsreformen 1909 infördes direkta val till landstingen; det första landstingsvalet skedde 1910. Landstingsval sker efter i stort sett samma regler som kommunalval.

C.4.1. 1862–1909. Den kommunala rösträtten var graderad efter skattelängden, och även bolag hade rösträtt.[463] Röstberättigade var myndiga[464] svenska undersåtar, och bolag, som var skattskyldiga och inte hade skatteskulder [13; 14]. Även kvinnor hade rösträtt om de hade skattepliktig egendom eller inkomst och var myndiga (dvs. ogifta), men dessa var ytterst få. [331, s. 25].

På landsbygden användes enheten *fyrk*. För varje skattskyldig bestämdes ett fyrktal baserat på den statliga skatten ("bevillningen").[465] Varje fyrk gav en röst i kommunen,[466] och likaså utgick den kommunala skatten med ett

landskommuner, 82 köpingar, 205 municipalsamhällen och 4 municipalköpingar; efter en kommunindelningsreform 1952 återstod totalt 1037 kommuner, varav 905 landskommuner (inkl. köpingar), och efter en ny reform runt 1970 finns idag (2011) 290 kommuner. (Inga större förändringar skedde före 1952; 1871 fanns 2354 landskommuner.) [333, kommun,kommunindelningsreformen], [42].

[460] Ursprungligen städer med högst 3000 invånare och alla landskommuner [13; 14]; senare bara kommuner med högst 700 invånare [333, kommun].

[461] 1949 hade den minsta landskommunen 69 invånare.

[462] En stad med n invånare valde $\lceil n/2500 \rceil$ landstingsmän; dessa valdes av stadsfullmäktige där sådant fanns, jfr [14, § 16]. (Men storstäder, ursprungligen de med över 25 000 invånare stod utanför landstingen, se fotnot 426 (s. 249).) En härad eller ett tingslag med n invånare valde $\lceil n/5000 \rceil$ landstingsmän; om endast en kommun ingick valdes dessa på kommunalstämma, annars valdes elektorer på kommunalstämmorna (en kommun med n invånare valde 1 elektor om $n \leq 1000$, annars $1 + \lceil n/3000 \rceil$), och elektorerna valde häradens (tingslagets) landstingsmän med metoden i avsnitt A.11. (Andra val skedde, så vitt jag förstår, med enkelt majoritetsval, se t.ex. [15, § 3].) Det var alltså bara i mycket små städer och stora landskommuner som valet var direkt.

[463] 1892 hade bolag sammanlagt 17% av rösterna (fyrkarna) i landskommunerna, och enskilda personer 83% [45].

[464] För omyndiga skattskyldiga röstade förmyndaren. Myndighetsåldern var 21 år för män och 25 år för ogifta kvinnor, vilket 1884 sänktes till 21 år. Gifta kvinnor var inte myndiga förrän 1920. [333]

[465] 1 fyrk för varje 5 öre skatt för jordbruksfastighet och 1 fyrk för varje 10 öre skatt för andra beskattningsföremål (annan fastighet och inkomst av näring, kapital och arbete), i båda fallen avrundat uppåt [42]. (Ursprungligen annorlunda [13], men ändrat redan 1863.) Jordbruksfyrkarna utgjorde 68,4% år 1871, 55,8% år 1892 och bara 39,8% år 1904, vilket visar den snabba industrialiseringen under denna period. [45]

[466] Till 1868 gällde att endast den som hade minst 6 fyrkar (ursprungligen 10 [13]) eller i mantal satt jord, hade rösträtt.

visst belopp per fyrk.[467] [468] En förmögen person eller ett bolag (t.ex. i bruksorter) kunde ha flera tusen röster, och ibland ensam majoritet.[469] 1900 maximerades rösträtten i landskommunerna till 5000, och ingen fick rösta för mer än 1/10 av kommunens hela fyrktal.[470] [42; 45], [289, fyrk], [333, fyrk, fyrkskalan].

I städerna räknades inte fyrkar. Istället räknades 1 röst för varje krona (riksdaler före 1873) i statlig skatt.[471] I städerna fanns dock en begränsning: ursprungligen kunde ingen rösta för mer än 1/20 av stadens totala röstantal; sedan 1869 inte mer än 1/50 av stadens totala röstantal, och ingen hade mer än 100 röster.[472] [473] [14], [45], [331], [289, fyrk], [333, fyrk, fyrkskalan]

De röstberättigade utgjorde 1871 11,1% av hela befolkningen (10,1% på landsbygden och 17,7% i städerna); 1904 hade detta vuxit till 18,3% av befolkningen (16,3% på landsbygden och 24,8% i städerna). [42; 45]

Valbara till fullmäktige var röstberättigade män som var minst 25 år.

C.4.2. 1909–1918. Vid rösträttsreformen 1909 ändrades också den kommunala rösträtten; den var fortfarande graderad efter skatten, men bara med

---

467 Ibland kunde skattesatsen skilja något för fyrkar av olika slag. Dessutom fanns vissa andra kommunala skatter och avgifter; det var t.ex. vanligt med en personlig avgift på 50 öre för varje man och 25 öre för varje kvinna.

468 I Dalarna fanns, av historiska skäl, ett undantag, så att fyrksättning bara gjordes i ett fåtal kommuner (2 år 1871 och 11 år 1904); istället räknades antal röster och kommunalskatt direkt från den statliga skatten (men på liknande grunder).

469 1871 fanns det 54 landskommuner där en person eller ett bolag hade ensam majoritet.

470 1904 var det 65 enskilda och 336 bolag som hade mer än 5000 fyrkar. Begränsningarna gjorde att bolag 1904 hade 21,1% av fyrkarna i landskommunerna, men bara 13,4% av rösterna.

471 Mer precist avrundades skatten nedåt, så att varje hel krona gav en röst, men från 1868 gällde att skatt under en krona (riksdaler) ändå gav en röst. [14; 42]

472 Mer precist, antalet röster för en skatt på en inkomst av 10.000 kr av kapital eller arbete.

473 I städerna skulle bolag 1904 ha haft 22,5% av rösterna utan dessa begränsningar, men fick nu bara 6,5% av rösterna.

1–40 röster per person (den *fyrtiogradiga skalan*[474]).[475 476] På landsbygden kunde dessutom ingen rösta för mer än 1/10 av hela kommunens röstetal. [333, fyrtiogradiga skalan]

Även gifta kvinnor fick kommunal rösträtt om de var skattskyldiga (fast de fortfarande var omyndiga, se fotnot 464), och kvinnor blev valbara i kommunerna, men inte i landsting.

Dessutom infördes samma proportionella valsystem som till riksdagen också för val till landsting och stadsfullmäktige; 1918 utsträcktes det till landskommuner.

C.4.3. 1918–. 1918 infördes allmän och lika rösträtt för män och kvinnor vid kommunala val, och bolagens rösträtt avskaffades; rösträttsåldern höjdes till 23 år för kommuner och 27 för landsting. Eftersom första kammaren valdes av landstingen infördes särskilda elektorsförsamlingar med samma rösträttsålder 27 år för att förrätta förstakammarval i de större städer som stod utanför landsting. Den högre rösträttsåldern för landstingsval avskaffades 1937 varvid elektorsförsamlingarna avskaffades. [331, kapitel 8], [191], [332].

Valsystemet följde valsystemet för andrakammarval. *Phragméns metod* infördes för fördelning inom partier 1922. Möjlighet till kartellbeteckningar (och fraktionsbeteckningar) infördes 1926 [36]. Jämkade uddatalsmetoden infördes 1954.

Kommunalval ägde till 1970 rum vart fjärde år, mitt emellan riksdagsvalen till andra kammaren.

Vid enkammarriksdagens införande 1971 infördes en gemensam valdag för val till riksdagen, landsting och kommuner. Mandattiden blev därför densamma som riksdagens, 3 år till 1994 och sedan 4 år. Valmetoden är

---

[474]Först beräknades den kommunalt beskattningsbara inkomsten (som summan av inkomst av kapital och arbete + 6% av taxeringsvärdet av jordbruksfastighet och 5% av taxeringsvärdet av annan fastighet). Varje påbörjad 100 kr gav 1 röst, upp till 10 på landet och 20 i städer; därefter gav varje ytterligare påbörjad 500 kr 1 röst, upp till ett maximum på 40 röster. [26, § 11], [27, § 11]. I formler, för en kommunalt beskattningsbar inkomst x,

$$\text{landbygd:}\quad \begin{cases} \lceil x/100\rceil, & x \le 1000 \\ 10 + \lceil (x-1000)/500\rceil = 8 + \lceil x/500\rceil, & 1000 \le x \le 15500 \\ 40, & 15500 < x; \end{cases}$$

$$\text{stad:}\quad \begin{cases} \lceil x/100\rceil, & x \le 2000 \\ 20 + \lceil (x-2000)/500\rceil = 16 + \lceil x/500\rceil, & 2000 \le x \le 11500 \\ 40, & 11500 < x. \end{cases}$$

[475]Slutna valsedlar användes, men röstvärdet antecknades på valsedeln. [28, § 4–5]

[476]Som matematisk kuriosa kan nämnas att i motioner av Elowson 1904 och 1905 föreslogs bl.a. att elektorer till första kammaren skulle utses med graderad rösträtt, där en statlig skatt på x kronor skulle ge $\lceil\sqrt{x}\rceil$ röster, dock maximerat till förslagsvis 10. [21; 22]

densamma som till riksdagen, *jämkade uddatalsmetoden* (avsnitt 2.3.3), dock förekom utjämningsmandat före valet 2018 bara i landsting men inte i kommuner. Fr.o.m. 2018 används samma system i riksdag, landsting och kommuner; det är dock inte alla kommuner som har mer än en valkrets (och därför har utjämningsmandat). Småpartispärren är olika hög: 4% till riksdagen, 3% till landsting och (från 2018) 2% för kommuner med 1 valkrets och 3% för kommuner med flera valkretsar. [3, 14 kap. 6 §].

En möjlighet till kommunala extra val (nyval) infördes 2011, men har ännu inte utnyttjats. [53]

APPENDIX D

Valsystem i vissa länder

I detta appendix beskrivs valmetoderna i en del olika länder, huvudsakligen för parlamentsval men ibland även för andra val. (Uppgifterna gäller såvitt jag vet när detta skrivs, men kan ibland vara något äldre; jag kan naturligtvis inte garantera att inga ändringar har skett. Historiska uppgifter tas bara upp ibland.) Avsikten är att ge exempel på olika metoder snarare än att vara heltäckande. I första hand beskrivs huvuddragen, och ev. några speciella egenheter, medan andra specialregler och spärrar ibland ignoreras. Mer information finns bl.a. i [167], [218], [213], och [260] (en översikt för samtliga parlament i världen).

Norden

D.1. Danmark

Danmark har ett komplicerat valsystem som blandar valkvotsmetoden och olika divisorsmetoder, främst heltalsmetoden, och som har en indelning i valkretsar på tre nivåer. [71; 72; 214]

Folketinget har 179 ledamöter; av dessa väljs 2 på Färöarna och 2 på Grönland (med *heltalsmetoden*). I Danmark väljs alltså 175 ledamöter.

Danmark är indelat i tre landsdelar (Huvudstaden, Själland-Syddanmark och Mellanjylland-Nordjylland), vilka i sin tur är indelade i sammanlagt 10 valkretsar ("storkredse"). Dessa är i sin tur är indelade i 92 "opstillingskredse", som inte har betydelse för mandatfördelningen mellan partierna, men som har betydelse för vilka personer som besätter partiets mandat. (Vi bortser här från detta steg.)

De 175 mandaten är uppdelade på 135 fasta mandat och 40 utjämningsmandat. Före valet fördelas de fasta mandaten på valkretsar och utjämningsmandaten på landsdelar. Fördelningen görs med *valkvotsmetoden* baserat på en kombination av befolkning och area, nämligen summan av folkmängden, antalet röstberättigade[477] i senaste folketingsvalet och 20 gånger antalet km^2.[478] Först fördelas de 175 mandaten på landsdelarna; sedan fördelas de 135 fasta mandaten på landsdelarna, och slutligen fördelas de fasta mandaten som tillfallit varje landsdel på de ingående valkretsarna. (Allt med samma

[477] Inte det antal som faktiskt röstade, se [69] och [70, Tabel 70]

[478] Med en befolkning på ca 5 500 000, varav ca 4 000 000 röstberättigade och en yta på 43 000 km^2, betyder detta att knappt 18% av mandaten fördelas efter yta.

metod.)[479] Dessutom finns en garanti att den minsta valkretsen, Bornholm, får minst två fasta mandat; annars sker en omräkning för övriga valkretsar enligt metoden i avsnitt 3.3. Antalet tilläggsmandat i en landsdel är alltså skillnaden mellan totalantalet mandat där och antalet fasta mandat. [71, § 10]

Efter valet fördelas de fasta mandaten i varje valkrets med *heltalsmetoden*.[480] Därefter sker en totalberäkning för hela landet med *valkvotsmetoden*.[481] [482] Utjämningsmandaten fördelas sedan på valkretsar i två steg med *uddatalsmetoden*[483] och *danska metoden*, se avsnitt 10.3.3 för detaljer.[484]

Vid kommunalval och Europaparlamentsval används *heltalsmetoden*. (En enda valkrets och därför inga utjämningsmandat. Valkarteller är tillåtna.)

D.2. Finland

200 platser i riksdagen väljs med *heltalsmetoden* (*d'Hondts metod*) i 15 valkretsar [78]. (Åland bildar en valkrets med bara 1 mandat; där används alltså *majoritetsval*, avsnitt A.1.)

Varje väljare röstar på en kandidat. Detta räknas som en röst på kandidatens parti; dessutom ordnas kandidaterna inom varje parti efter antalet röster så att de med flest röster besätter partiets mandat. Inom varje parti fördelas alltså mandaten med *SNTV* (avsnitt A.8) [78, § 89–91]. (Partier kan anmäla valförbund (karteller); i detta fall räknas de som ett parti, och mandaten fördelas alltså inom och mellan dem med SNTV.)

Mandaten fördelas på valkretsar med 1 mandat till Åland och 199 till de övriga valkretsarna med *valkvotsmetoden* [78, § 6].

Valsystemet med heltalsmetoden har varit i stort sett oförändrat sedan Finland 1906[485] fick en enkammarriksdag med allmän rösträtt för män och

[479] Att på detta sätt använda valkvotsmetoden i två steg verkar vanskligt och ogenomtänkt, bland annat p.g.a. risken för att ökad folkmängd kan minska antalet mandat, se avsnitt 6.3.

[480] 1953–2006 användes *jämkade uddatalsmetoden*, men vid en ändring av valkretsindelningen till färre valkretsar ändrades metoden till heltalsmetoden för att behålla ungefär samma effektiva spärr mot småpartier. Heltalsmetoden användes också 1920–1953. [72]

[481] En spärregel säger att endast de partier deltar som fått antingen 1) minst ett fast mandat, 2) i minst två landsdelar fått minst så många röster som det genomsnittliga antalet giltiga röster per fast mandat i landsdelen, eller 3) i hela landet minst 2% av alla röster.

[482] Enligt [214] avrundas valkvoten uppåt till närmaste heltal, men detta verkar vara ett misstag. I den officiella redogörelsen för valet 2007 [70, s. 60–61] anges valkvoten visserligen i texten till 19594 men beräkningarna i Tabell 62 använder uppenbarligen det exakta värdet 19593,474. . . . Vallagen [71] säger ingenting om avrundning.

[483] I en version med givna antal mandat per landsdel, se avsnitt 10.3.3.

[484] Uddatalsmetoden infördes för detta 1920, och den danska metoden infördes 1953 [72].

[485] Alltså långt före självständigheten 1917

kvinnor, men i början användes en Bordametod inom partierna, se avsnitt 15.1.3.[486] [193, s. 114]

D.2.1. Föreslagen men förkastad förändring. 2010 föreslog regeringen införande av utjämningsmandat [79], se avsnitt 10.3.6; lagförslaget antogs som vilande av riksdagen våren 2011, men avslogs när det togs upp igen till definitivt beslut efter valet 2011.

D.3. Island

Alltinget har 63 ledamöter. Det finns 54 fasta mandat och 9 utjämningsmandat; de är i förväg fördelade på 6 valkretsar (med 1 eller 2 utjämningsmandat i varje).[487] Mandaten fördelas med *heltalsmetoden*. (Se avsnitt 10.3.5 för fördelningen av utjämningsmandat på valkretsar. Inom partiet fördelas mandaten med en Bordametod, se avsnitt 15.1.2.2.) [91], [242]

D.4. Norge

Stortinget har 169 ledamöter som väljs i 19 valkretsar (fylken). Mandaten fördelas på valkretsarna med *uddatalsmetoden*, baserat på en kombination av befolkning och area där för varje valkrets man summerar antalet invånare och 1,8 gånger antalet km^2.[488] I varje valkrets är 1 mandat utjämningsmandat och resten fasta valkretsmandat; det finns alltså 150 fasta mandat och 19 utjämningsmandat.[489]

Mandaten fördelas mellan partierna med *jämkade uddatalsmetoden* (både för fasta mandat i varje valkrets och i totalfördelningen[490]).[491]

Kommunalval sker också med *jämkade uddatalsmetoden*, men utan valkretsindelning och därför utan utjämningsmandat.

Se vidare [113, § 57 och § 59] och [114, Kap. 11].

Övriga världen

[486] Från separationen från Sverige 1809 till 1906 behölls det gamla svenska systemet med en ståndsriksdag med fyra stånd, fast denna sammanträdde först 1863. [193, s. 111]

[487] Valkretsarna är inte lika stora. Vid den senaste ändringen i indelningen 2000 fick de ändå 9 fasta mandat var; detta justeras efter varje val om antalet röstberättigade per mandat i någon valkrets är mer än dubbelt så stort som i en annan, vilket har skett en gång.

[488] Eftersom Norge har ca 4 900 000 invånare och 385 000 km^2 betyder detta att ca 1/8 av mandaten fördelas efter yta.

[489] Utjämningsmandat infördes 1975 [193, s. 95].

[490] Utjämningsmandat tilldelas endast partier med minst 4% av alla röster i hela landet.

[491] Jämkade uddatalsmetoden infördes 1953 efter mönster från Sverige som infört den året innan. Före unionsupplösningen 1905 valdes Stortinget med indirekta val. 1905–1919 användes *majoritetsval med absolut majoritet* i enmansvalkretsar, med en ev. andra omgång där relativ majoritet räckte (avsnitt A.2.2); 1919–1953 användes *heltalsmetoden*. [193, s. 90–93].

D.5. Australien

Senaten i Australien väljs sedan 1948 med *STV* (avsnitt 12.1.6) med Droops kvot [54; 56]. Det finns 76 senatorer som väljs i 8 valkretsar (6 delstater med 12 ledamöter och 2 territorier med 2 ledamöter var); i varje delstat väljs 6 ledamöter varje gång (vart tredje år, med sex års mandattid)[492], medan territoriernas ledamöter väljs på tre år.[493] På valsedeln står kandidaterna ordnade partivis, och väljaren skall *antingen* markera ett parti (vilket räknas som en röst på kandidaterna i den ordningen partiet anmält, naturligtvis med partiets kandidater först) *eller* rangordna *alla*[494] kandidater. De allra flesta röstar på ett parti[495]; i valet 2010 96,12%, vilket gör att valsystemet praktiskt taget blir detsamma som Droops metod med partilistor, se avsnitt 12.4 och Hill [247].

Representanthuset (150 ledmöter) väljs i enmansvalkretsar, sedan 1918 med metoden *alternative vote* (i Australien kallad *Preferential Voting*) [55]. Denna metod kan ses som ett specialfall av STV, med bara ett mandat i varje valkrets, se avsnitt A.4.

Delstaterna i Australien använder också STV och AV, men detaljerna varierar, se [292, Appendix]. Flera delstater väljer ett överhus med STV och ett underhus med AV precis som unionen. Tasmanien och Australian Capital Territory (ACT) väljer underhus med STV, men i en version (där kallad Hare–Clark) som skiljer sig från metoden vid senatsval; se avsnitt 12.1.4, 12.1.5, 12.1.6, men skillnaden ligger främst i andra detaljer i valsystemet, framförallt valsedlarnas utformning och förekomsten av partiröster i senatsvalen (där de som sagt fullkomligt dominerar) men inte i Hare–Clark-versionen (där man inte behöver rangordna alla kandidater).[496] [243]

Den lilla autonoma ön Norfolk Island har en lagstiftande församling med 9 ledamöter som väljs med *kumulation*, se avsnitt A.10. [292]

Vid lokalval används olika metoder beroende på delstat, och ibland beroende på valkretsarnas storlek. De metoder som förekommer är (åtminstone) STV, AV, FPTP, blockröstning och multipel AV. [312]

D.6. Belgien

Parlamentets andra kammare (representanthuset, med 150 ledamöter) väljs med *heltalsmetoden* (*d'Hondts metod*) i 11 valkretsar. [66; 213; 260].

---

[492] I undantagsfall sker nyval av alla 12 samtidigt.

[493] Enligt [56] tar det flera veckor innan senatsvalet är färdigräknat. Valkretsarna är ju stora, med över 4 000 000 röstande i den största delstaten.

[494] Valsedeln är ogilitig om färre än 90% rangordnats.

[495] Ett skäl kan vara just besväret att annars fylla i ordningsnummer för alla kandidater, t.ex. 84 stycken i New South Wales 2010.

[496] Man måste dock rangordna minst så många kandidater som skall väljas.

Vid lika jämförelsetal vinner partiet med flest röster, och om inget annat skiljer vinner den äldsta kandidaten.[497]

Vid kommunalval används *Imperialimetoden*[498] se avsnitt 2.3.6. Detta gynnar alltså större partier ännu mer än d'Hondts metod.

D.7. Bhutan

Bhutan har ett parlament med två kamrar. Underhuset (National Assembly) har 47 ledamöter som väljs med *majoritetsval i enmansvalkretsar efter nationellt provval*, se avsnitt A.2.5.2. Överhuset (National Council) har 25 ledamöter; de 20 distrikten (Dzongkhag) väljer varsin representant (med *enkelt majoritetsval*) efter nomineringar från de olika samhällena (Gewog) och kungen utser 5. Ledamöter av överhuset får *inte* vara medlemmar av något politiskt parti. För valbarhet till parlamentet krävs bl.a. universitetsexamen och en ålder minst 25 och högst 65 år. [68, §3–11, 176–177], [260]

D.8. Chile

Chile har ett parlament med ett underhus (deputeradekammaren) på 120 ledamöter, som väljs med heltalsmetoden i 60 valkretsar med 2 ledamöter var. Detta betyder att om det största partiet får minst dubbelt så många röster som det näst största så får det båda mandaten, annars får de två största partierna varsitt mandat. [166]

Om det bara finns två partier (vilket det i praktiken i stort sett gör, se nedan) så kan detta beskrivas som att det minsta partiet får ett mandat om det får mer än 1/3 av rösterna, medan det största partiet får båda mandaten om det får mer än 2/3 av rösterna.

Valsystemet använder alltså en proportionell valmetod, men genom att valkretsarna är extremt små blir resultatet inte proportionellt[499]; speciellt har småpartier ingen chans. (Det är inte alltid det största partiet som gynnas; i många fall är det snarare det näst största partiet som gynnas av att det räcker med 1/3 av rösterna för få ett av två mandat.)

Eftersom bara de två största partierna i varje valkrets kan få mandat har valsystemet lett till ett tvåpartisystem, eller rättare sagt ett system med två valkarteller som dominerar totalt.

[497]"Lorsqu'un siège revient à titre égal à plusieurs listes, il est attribué à celle qui a obtenu le chiffre électoral le plus élevé et, en cas de parité des chiffres électoraux, à la liste où figure le candidat qui, parmi les candidats dont l'élection est en cause, a obtenu le plus de voix ou subsidiairement, qui est le plus âgé." [66, Art. 168]

[498]"Le bureau principal divise successivement par 1; $1\frac{1}{2}$; 2; $2\frac{1}{2}$; 3; $3\frac{1}{2}$; 4; $4\frac{1}{2}$, etc., le chiffre électoral de chacune des listes, et range les quotients dans l'ordre de leur importance jusqu'à concurrence d'un nombre total de quotients egal à celui des membres à élire." [67, Art. 56]

[499]Notera att med enmansvalkretsar blir heltalsmetoden vanligt majoritetsval; tvåmannavalkretsar är därför minsta möjliga icketriviala fall.

D.9. Estland

Estland har ett valsystem med flera originella inslag [74; 75] Parlamentet har 101 ledamöter. De 101 mandaten är fördelade på 12 valkretsar. Varje väljare röstar på en kandidat, och därmed (normalt) ett parti.

Mandaten fördelas först inom varje valkrets med en metod med *fast avrundning*, se avsnitt 4.1.[500] I varje valkrets får ett parti ett antal mandat som beräknas genom att antalet röster delas med den enkla valkvoten (1.2), varefter en bråkdel på 0,75 eller mer avrundas uppåt, se (4.1).[501]

De mandat som inte fördelats i valkretsarna på detta sätt är utjämningsmandat som fördelas efter en totalberäkning med den *estniska metoden* med divisorerna 1, $2^{0,9}$, $3^{0,9}$, ..., se avsnitt 2.3.7.

Observera att antalet utjämningsmandat inte är fixt, utan bestäms av hur många mandat som tillsätts i valkretsarna.

D.10. Europaparlamentet

EU:s parlament Europaparlamentet är sedan 1979 direktvalt. Det har f.n. 754 ledamöter; varje medlemsland i EU har ett antal platser, f.n. varierande mellan 6 (Malta) och 99 (Tyskland) [76]. Antalet ledamöter från varje land bestäms i politiska förhandlingar. Enligt Lissabonfördraget skall antalet vara högst 751, med minst 6 och högst 96 för varje land[502] fördelade med *degressiv proportionalitet*, vilket betyder att kvoten mandat/befolkning skall vara mindre för större länder. (Sverige har 20 ledamöter.[503]) Se [235; 236] för ett försök till att införa en bestämd matematisk metod för fördelningen mellan medlemsländer.

Val till Europaparlamentet sker enligt regler som bestäms av varje land för sig, i anslutning till regler och traditioner för nationella val; reglerna är därför olika i olika länder, men alla länder skall använda en proportionell valmetod (en listmetod eller STV).[504] De flesta länder (16 stycken) använder *heltalsmetoden* (avsnitt 2.3.1); Tyskland[505] och Lettland *uddatalsmetoden* (avsnitt 2.3.2); Sverige *jämkade uddatalsmetoden* (avsnitt 2.3.3);

---

[500] Endast partier som når upp till minst 5% i hela landet får mandat, med undantag för att varje kandidat som själv når den enkla valkvoten (1.2) i sin valkrets är vald.

[501] Vallagen [74] tycks inte ta hänsyn till möjligheten att detta kan fördela fler mandat än som finns, t.ex. om i en valkrets med 8 mandat det finns 10 partier med ca 10% var av rösterna.

[502] Detta trädde i kraft 2011, men Tyskland behåller de 99 platser det hade i valet 2009 (då 736 ledamöter fördelades).

[503] I det senaste valet 2009 hade Sverige 18 ledamöter, men antalet ökades 2011 när Lissabonfördraget trädde i kraft. [11].

[504] Fram till 1994 använde Storbritannien utom Nordirland majoritetsval (FPTP); de övergick sedan till heltalsmetoden.

[505] Sedan 2009; tidigare användes valkvotsmetoden sedan 1989 och innan dess heltalsmetoden.

Bulgarien, Cypern, Grekland[506], Italien och Litauen *valkvotsmetoden* (avsnitt 3.2.1); Slovakien *Droops metod* (avsnitt 3.2.2); Irland och Malta, samt Nordirland[507], *STV* (avsnitt 12.1.1 och 12.1.5; med Droops kvot). De flesta länderna har bara en valkrets, men fyra länder (Belgien, Frankrike, Irland och Storbritannien) har landet uppdelat på olika valkretsar.[508] Spärregler är också olika; många länder har en spärr på 4% (t.ex. Sverige) eller 5%. Se [300] för detaljerade beskrivningar av valsystemen i valet 2009, samt [77; 360].

Valen sker vart femte år, i samma vecka i hela EU men på olika veckodagar i olika länder.[509]

D.11. Frankrike

Underhuset (Nationalförsamlingen) har 577 ledamöter som väljs med *majoritetsval med absolut majoritet i enmansvalkretsar*. Om ingen får absolut majoritet sker avgörande omröstning i en *andra omgång* en vecka senare där enkel majoritet räcker (avsnitt A.2.2); i andra omgången får de ställa upp som i första omgången fått minst 12,5% av de röstberättigades[510] röster (dock alltid minst 2 kandidater). (Vid lika röstetal vinner den äldsta kandidaten.) [82, Article L126, L162], [213]

D.12. Gibraltar

Gibraltar är ett brittiskt territorium med ett eget parlamentet med 17 ledamöter som väljs med *begränsad blockröstning* där varje väljare har 10 röster, se avsnitt A.9. [83]

D.13. Grekland

Grekland har ett parlament med 300 ledamöter, som väljs med ett valsystem med *bonusmandat* (avsnitt A.23). 250 mandat fördelas med *valkvotsmetoden* (räknat på hela landet som en valkrets) och ytterligare 50 mandat går

---

[506] med en mindre modifikation, se [300] och avsnitt 3.4.4

[507] Storbritannien har alltså valt olika valsystem i Nordirland (STV) och i resten av landet (heltalsmetoden)

[508] Dessutom förekommer i Italien, Polen och Tyskland (bara ett parti) en proportionell fördelning inom partierna på olika valkretsar, men fördelningen mellan partierna bestäms för hela landet som en valkrets. I Italien innehåller vallagen ett allvarligt fel: bestämda mandattal anges för de fem valkretsarna, trots att mandaten fördelas inom varje parti för sig och resultatet 2009 därför skiljde sig från de angivna talen. [300]

[509] Det senaste valet, 2009, skedde torsdag 4 juni (Nederländerna, Storbritannien), fredag 5 juni (Tjeckien dag 1, Irland), lördag 6 juni (Tjeckien dag 2, Italien, Cypern, Lettland, Slovakien, Malta), söndag 7 juni (resten).

[510] inte av de röstandes

till det största partiet, se [344].[511] 12 av mandaten fördelas (med valkvotsmetoden) efter nationella listor; de återstående 288 fördelas inom partierna på valkretsar så att varje valkrets får ett i förväg bestämt antal mandat (beroende på folkmängden), se avsnitt 10.3.7. [344]

Vid Europaparlamentsval används valkvotsmetoden, i en onödigt(?) komplicerad version, se avsnitt 3.4.4 och [300].

D.14. Irland

Irland använder *STV* med Droops kvot (kapitel 12) genomgående för alla allmänna val.[512] [513] (Vid presidentval, då ju bara en skall väljas, blir detta detsamma som *alternative vote* avsnitt A.4.) Vid parlamentsval (till underhuset, *Dáil*) är landet indelat i 43 valkretsar med 3–5 mandat var, sammanlagt 166. [88].[514]

Oberoende kandidater lyckas relativt ofta bli valda på Irland; i valet 2011 valdes t.ex. 15 oberoende, och Irland har ofta fler oberoende parlamentsledamöter än resten av Västeuropa tillsammans [243]. (Detta beror naturligtvis mer på den politiska kulturen än på valsystemet.)

Det irländska överhuset, senaten (*Seanad*), som har väsentligt mindre makt än underhuset, består av 60 senatorer. Nyval sker efter varje underhusval inom 90 dagar efter underhusets upplösning. 6 senatorer väljs i två valkretsar bestående av alla irländska medborgare som avlagt examen vid National University of Ireland respektive University of Dublin (Trinity College). 43 senatorer väljs från 5 olika paneler med kandidater som i princip skall representera kultur och utbildning, jordbruk och fiske, arbetare, industri och handel, offentlig administration och socialt arbete. Dessa kandidater nomineras dels av olika organisationer, dels av parlamentsledamöter, och väljs, för varje panel för sig, genom röstning bland ledamöterna i parlamentet (inklusive den avgående senaten) och alla kommunfullmäktige (sammanlagt cirka 1000 röstberättigade).[515] Formellt sker detta utan partimarkeringar, men i praktiken fördelas platserna ungefär proportionellt mellan partierna. 11 senatorer utses av premiärministern (*Taoiseach*), i praktiken fördelas även dessa proportionellt mellan de största partierna i underhuset. [90; 89]

---

[511] [344] beskriver metoden 2007–2009, med 40 bonusmandat och 260 mandat med valkvotsmetoden. Jag känner inte till att några andra ändringar gjorts än att antalet bonusmandat höjts, men jag har inga bevis på detta. Resultaten 2007, 2009, 2012 (maj och juni) [86] stämmer med ovanstående beskrivning.

[512] STV har använts sedan självständigheten 1922. Metoden är populär och ett par försök av det största partiet att byta till majoritetsval har avvisats i folkomröstningar. [222; 243]

[513] Ett par olika metoder för röstöverföring används, se avsnitt 12.1.1 och avsnitt 12.1.5.

[514] Före 1948 hade valkretsarna 7–9 mandat. [243]

[515] Antalet från varje panel är 5, 11, 11, 9 resp. 7. En komplikation är att varje panel är indelad i två delpaneler, bestående av kandidaterna nominerade av organisationer och av parlamentsledmöter, och av de valda skall minst 2, 4, 4, 3 resp. 3 komma från varje subpanel.

D.15. Israel

Israel har ett parlament (*Knesset*) med en kammare med 120 ledamöter, som väljs i en nationell valkrets med heltalsmetoden. Endast partier som når en spärr på 2% av rösterna får mandat. [260]

D.16. Italien

Italien har ett parlament med två kamrar, *deputeradekammaren* med 630 ledamöter och *senaten* med 315 valda ledamöter[516].[517] [92, Art. 56–57] Av dessa väljs 12 deputerade och 6 senatorer av italienska medbordare i utlandet.[518]

Av resterande 618 deputerade väljs 1 i Valle d'Aosta (med *majoritetsval*, avsnitt A.1) medan resterande 617 mandat fördelas nationellt i resten av landet. Dessa 617 fördelas först på ensamma partier och koalitioner[519] enligt *valkvotsmetoden*[520] med *bonusmandat*[521], där det största partiet eller koalitionen garanteras minst 340 mandat, se avsnitt A.23. (Detta är 55% av dessa 617 mandat, avrundat uppåt, och tillräckligt för en ordentlig majoritet även bland alla 630 ledamöter.) Mandaten för en koalition fördelas på ingående partier med *valkvotsmetoden.* (Att på detta sätt använda valkvotsmetoden i två steg är olämpligt eftersom en röst i undantagsfall kan få negativt värde och skada partiet den läggs för, även om rösten alltid gynnar koalitionen, se avsnitt 6.3.) [96, II.3], [94, Art. 83]

De 618 mandaten fördelas även på 27 valkretsar med valkvotsmetoden (varvid alltså Valle d'Aosta, som är minst, bara får 1 mandat). Partiernas mandat fördelas sedan på valkretsar med metoden i avsnitt 10.3.8.

De 309 senatorerna som väljs i Italien fördelas på regioner; Valle d'Aosta har 1 senator, Molise 2, och övriga minst 7 var; fördelningen (av 306 mandat) sker med *valkvotsmetoden* med *minimiantal med omräkning* i avsnitt 3.3 [92, Art. 57], [96, s. 33]. Mandaten i senaten fördelas inom varje region för sig. Med tre undantag sker detta med *valkvotsmetoden* med *bonusmandat*, där det största partiet eller koalitionen i regionen garanteras minst 55% av

---

[516] Dessutom är tidigare presidenter automatiskt senatorer, och upp till 5 ytterligare livstidssenatorer kan utnämnas av presidenten (skall vara personer som utmärkt sig socialt, vetenskapligt eller kulturellt). [92, Art. 59]

[517] Rösträttsåldern är olika: 18 år för deputeradekammaren och 25 för senaten. För valbarhet krävs 25 år resp. 40 år.

[518] Dessa är indelade i 4 valkretsar: Europa, Sydamerika, Nord- och Centralamerika, resten av världen. Mandaten fördelas på de fyra valkretsarna med först 1 till varje och resten (8 resp. 2) med *valkvotsmetoden*; inom varje valkrets fördelas mandaten på partierna med *valkvotsmetoden.* [96, II.5.2, II.5.5]

[519] Partier kan bilda koalitioner före valet. Dessa måste ange ett gemensamt program och en gemensam ledare, och är alltså inte bara valkarteller.

[520] Italien använder valkvoten avrundad nedåt till heltal som i (3.5) [96].

[521] Bonusmandat infördes första gången av Mussolini 1923, och har sedan försvunnit och återkommit ett par gånger i olika versioner. [193, s. 156, 159]

mandaten (avundat uppåt).[522] Mandaten för en koalition fördelas sedan på ingående partier med *valkvotsmetoden.* [93], [96, III.3], [95, Articolo 17]

D.17. Japan

Japan har ett parlament (*Diet*) med två kamrar, som båda väljs med *blandade majoritetsvalsystem* (*MMM*, avsnitt A.24.1). Varje väljare har två röster; ett på en person i ett majoritetsval i en liten valkrets och ett på en partilista i en större valkrets. [97], [200], [260]

Underhuset har 480 ledamöter som väljs på 4 år. 300 väljs i enmansvalkretsar med *enkelt majoritetsval* (*FPTP*, avsnitt A.1) och 180 samtidigt med *heltalsmetoden* (avsnitt 2.3.1) i 11 flermannavalkretsar med 6–30 mandat var.

Överhuset har 242 ledamöter som väljs på 6 år; hälften väljs vart tredje år. I varje val väljs därför 121 ledamöter; 73 av dessa väljs med *majoritetsval med enkel icke-överförbar röst* (*SNTV*, avsnitt A.8) i 47 valkretsar med 1–5 ledamöter (29 av dessa är enmansvalkretsar), och 48 väljs samtidigt med *heltalsmetoden* i en enda nationell valkrets.

Vid majoritetsvalen till både underhuset och överhuset gäller dessutom att en kandidat för att bli vald måste få minst 1/6 av antalet röster delat med antalet mandat. (Annars sker fyllnadsval.) [260].

D.18. Kiribati

Kiribati har ett parlament (*Maneaba ni Maungatabu*) med 44 ledamöter som väljs i 23 valkretsar med 1–3 mandat med *majoritetsval med absolut majoritet i valkretsar med ett eller flera mandat* (avsnitt A.11 och, i valkretsar med bara 1 mandat, avsnitt A.2). [100; 260]

Presidenten (*Beretitenti*) väljs i allmänna val, men bara parlamentsledamöter är valbara. Parlamentet nominerar 3 eller 4 av sina ledmöter som kandidater. Om fler än 4 vill kandidera sker en omröstning i parlamentet. Sedan 2002 sker detta genom två omröstningar, där i varje omröstning 2 kandidater utses med *SNTV*.[523] Själva valet av president sker med *enkelt majoritetsval (FPTP)*. [98; 99].

---

[522] I Molise, med bara 2 mandat, används också *valkvotsmetoden*, men utan bonusmandat [95, Articolo 17-bis]. I Valle d'Aosta, med 1 mandat, används *enkelt majoritetsval, FPTP*. Trentino-Alto Adige, med f.n. 7 mandat, är indelad i 6 enmansvalkretsar, som väljer varsin senator med *enkelt majoritetsval*. Resterande mandat (f.n. bara 1) fördelas bland de kandidater som inte valts i sin valkrets; för varje parti summeras rösterna från de olika valkretsarna för de kandidaterna som inte valts, och mandaten fördelas på partierna med *heltalsmetoden* (f.n. går det sjunde mandatet alltså helt enkelt till det parti som har flest outnyttjade röster i regionen); inom partiet fördelas dessa mandat på de ännu inte valda kandidaterna efter kandidaternas röstetal i procent av alla giltiga röster i resp. valkrets. (Jag antar att ett parti inte kan ha mer än en kandidat i varje valkrets.) [96, IV], [95, Articolo 21, 21-bis]

[523] Före 2002 skedde nomineringsomröstningen med en *Bordametod*, se avsnitt 15.1.2.1; varje ledamot fick rösta på 4 av kandidaterna med poängen 4, 3, 2, 1, och de 4 med flest poäng nominerades. [98]

D.19. Libanon

Libanon har ett parlament med 128 ledamöter, av vilka hälften skall vara kristna och hälften muslimer.[524] Platserna i parlamentet är vidare uppdelade på 4 olika muslimska grupper och 7 kristna,[525] var och en med ett bestämt antal mandat, som i förväg i vallagen är fördelade på de olika valkretsarna. Valet sker som *majoritetsval i flermannavalkretsar* (avsnitt A.7), men i varje valkrets är alltså ett bestämt antal mandat reserverade för kandidater från varje religiös grupp. (De 26 valkretsarna har 2–10 mandat var, så alla grupper är inte representerade i varje valkrets.) Varje väljare har lika många röster som antalet mandat i valkretsen, och får rösta på valfria kandidater, men sedan väljs alltså de kandidater inom varje religiös grupp som fått flest röster (till det förutbestämda antalet för gruppen). (Väljarens religion spelar ingen roll.) [203]

D.20. Liechtenstein

Liechtenstein har ett parlament med 25 ledamöter som väljs i två valkretsar med 15 resp. 10 mandat. Metoden beskrivs i avsnitt 3.4.3 och dess allvarliga brister visas i avsnitt 6.7. En småpartispärr på 8% finns.

D.21. Litauen

Litauens parlament väljs med ett *blandat system* (avsnitt A.24): 71 platser i enmansvalkretsar med majoritetsval (absolut majoritet krävs[526]; annars sker nytt val två veckor senare mellan de två bästa, avsnitt A.2.1), och 70 platser i en enda valkrets med *valkvotsmetoden*, med en spärr på 5% och Hares kvot avrundad uppåt till heltal. Varje väljare avger (samtidigt) två separata röster. [102, Articles 58, 66, 88–89]

I Europaparlamentsval används *valkvotsmetoden med helkvotsspärr* (avsnitt 3.4.1) med Hares kvot avrundad uppåt. [300]

D.22. Macau

Macau, som numera är en "Särskild Administrativ Region" i Kina med visst självstyre och begränsad demokrati, har en lagstiftande församling med 29 ledamöter, av vilka 12 väljs i direkta val, 10 i indirekta val (av diverse organisationer) och 7 utses av Macaus ledare "Chief Executive" (som utses av kinesiska regeringen i Peking). För de 12 direktvalda används *Macaus metod* (avsnitt 2.3.8), en divisorsmetod med divisorerna $1, 2, 4, 8, \dots$, alltså

[524] Sedan fredsöverenskommelsen 1989 efter inbördeskriget; tidigare var proportionerna 6:5, baserat på den senaste folkräkningen 1932. Muslimerna är nu ca 60% av de röstberättigade.

[525] Sunniter 27, shi'iter 27, druser 8, alawiter 2; maroniter 34, grekisk-ortodoxa 14, grekisk-katolska 8, armenisk-ortodoxa 5, armenisk-katolska 1, protestanter 1, övriga 1.

[526] samt röster från minst 20% av alla röstberättigade

tvåpotenserna $d(m) = 2^{m-1}$.[527] En detalj är att vid lika jämförelsetal prioriteras ett parti som ännu inte fått något mandat.

Som sagts i avsnitt 2.3.8 och 5.12 missgynnar valmetoden kraftigt större partier.[528] Jag misstänker att metoden utformats för att hindra uppkomsten av starka partier som kan utmana kommunistpartiets makt.

D.23. Mali

Mali har ett enkammarparlament med f.n. 147 ledamöter, som väljs med *partiblockval med absolut majoritet* (avsnitt A.14) i 55 valkretsar med 1–7 ledamöter var. (11 valkretsar är enmansvalkretsar, där är valmetoden alltså *majoritetsval med absolut majoritet* avsnitt A.2.1.) [105; 171].

Ledamöterna fördelas på de 55 valkretsarna med den *automatiska metoden* (avsnitt 4.2); varje valkrets får en ledamot för varje 60 000 invånare, där rester över 40 000 avrundas uppåt. (Varje valkrets får minst 1 mandat.) [106; 260].

D.24. Malta

Malta använder *STV* (avsnitt 12.1.1) med Droops kvot för allmänna val, på i stort sätt samma sätt som Irland. [108, Thirteenth Schedule]. Parlamentet har 65 ledamöter, som väljs i 13 valkretsar med 5 mandat var.

En specialregel i grundlagen [107, article 52], se även [108, Thirteenth Schedule, s. 74–81], säger att, om ett parti fått mer än hälften av alla giltiga förstahandsröster i hela landet, eller om endast två partier fått mandat och det ena fått fler förstahandsröster än det andra, så beräknas, efter att mandaten fördelats, det genomsnittliga antalet förstahandsröster per mandat i hela landet dels för majoritetspartiet och dels för det eller de övriga partier som fått mandat. Det parti som då har högst genomsnitt är berättigat till extra mandat så att genomsnitten blir desamma (om minoriteten har högst genomsnitt gäller detta bara om det finns endast ett minoritetsparti). Om, i denna situation, parti A har r_1 röster och m_1 och det andra partiet, eller de övriga partierna som fått mandat tillsammans, r_2 röster och m_2 mandat, och $r_1/m_1 > r_2/m_2$, så är parti A berättigat till $\frac{r_1}{r_2/m_2}$ mandat, och alltså $\frac{r_1}{r_2/m_2} - m_1$ extra mandat; detta antal avrundas till närmaste jämna tal, så att totalantalet mandat fortfarande är udda.[529] [530]

[527]"O número de votos obtido por cada candidatura é dividido sucessivamente por 1, 2, 4, 8 e demais potências de 2, até ao número de mandatos a distribuir, sendo os quocientes alinhados pela ordem decrescente da sua grandeza numa série de tantos termos quantos os mandatos;" [104, Artigo 17.º 2)]

[528]Med bara 12 direktvalda ledamöter ger valmetoden i praktiken ett maximum på 2 mandat per parti. Mycket riktigt delades i valet 2009 de 12 mandaten på 9 partier med 1 eller 2 mandat var.

[529]De extra mandaten delas ut till de kandidater i partiet som fått högst röstetal utan att bli valda.

[530]Malta har ett tvåpartisystem. Regeln infördes sedan i valet 1981 det ena partiet, NP, fått 50,9% av förstahandsrösterna men en minoritet i parlamentet [189; 243]. Regeln

Med denna specialregel garanteras att ett parti som får absolut majoritet av alla röster också får majoritet av mandaten. (Men någon riksproportionalitet i andra fall garanteras inte.)

En annan egenhet på Malta är att, till skillnad från andra länder som använder STV, det är vanligt att en kandidat kandiderar i flera valkretsar. (Om kandidaten lyckas vinna i flera valkretsar så avgår han/hon från alla utom en. I sådana fall, eller om en plats av annan anledning blir vakant, sker en ny räkning av valsedlarna från valet.) [243]

D.25. Man

Man är en brittisk kronbesittning (men inte del av Storbritannien eller av EU) med ett eget parlament *Tynwald* som har funnits i över 1000 år.[531] [532] (Allmänna val har dock bara hållits sedan 1867.) Underhuset *House of Keys* har sedan urminnes tider haft 24 ledamöter; dessa väljs numera med *majoritetsval* (avsnitt A.1 och A.7) i 15 valkretsar med 1–3 mandat var.[533] [534] (I de 8 enmansvalkretsarna sker valet alltså med *enkelt majoritetsval, FPTP*. Metoden kallas på Man FPTP även för flermannavalkretsarna.) [109]

Numera finns även ett överhus, som är indirekt valt.[535]

D.26. Nauru

Nauru har ett parlament med 18 ledamöter som väljs med *Bordametoden* i 8 valkretsar med 2 eller (i ett fall) 4 mandat, se avsnitt 15.1.3.

---

har sedan dess tillämpats 3 gånger vid liknande resultat, senast 2008 då NP (143 168 röster) fick 31 mandat och MLP (141 888 röster) 34 mandat av de 65; NP fick därför 4 utjämningsmandat.

Ett tredje litet parti har nu dykt upp (AD, 3 810 förstahandsröster och 0 mandat 2008). Detta ledde redan 2007 till en omformulering av undantagsregeln till ovanstående, men om AD får mandat fungerar ändå inte regeln, och krav finns på ändring av valsystemet. [189]

[531] 1000-årsjubileum firades 1979.

[532] Tynwald anser sig vara världens äldsta kontinuerligt existerande parlament, men detta är omdiskuterat, och beror kanske på vad man menar med parlament. Alltinget på Island och lagtinget på Färöarna är äldre, men har varit avskaffade. San Marinos parlament anser sig vara ännu äldre.

[533] Det är tillåtet att rösta på färre kandidater än antalet mandat; detta utnyttjas ofta.

[534] 1986–1991 användes STV. Detta avskaffades eftersom överföringarna inte någon gång gjorde någon skillnad, men rösträkningen komplicerades och försenades.

[535] Sammanlagt 11 ledamöter; 8 väljs av underhuset, dessutom ingår dessutom Tynwalds ordförande (som väljs av hela Tynwald), justitiekanslern (Attorney General) och biskopen.

D.27. Nederländerna

Underhuset har 150 ledamöter som väljs med *heltalsmetoden*[536] i en enda nationell valkrets; valmetoden är formulerad som *Hagenbach-Bischoffs metod* med enkel valkvot R/M, se avsnitt 3.4.8. Den enda spärr som finns är att ett parti måste uppnå minst en hel kvot, dvs. $1/150$ av alla röster. Det räcker alltså med knappt 0,67% av rösterna för att få en plats i parlamentet.[537] [538] [112, Section P6–P7], [111], [218], [213].

Andra val görs med samma metod om minst 19 mandat fördelas (spärren på $1/150$ gäller dock endast för val till underhuset) [112, Section P6–P7]; vid val till mindre församlingar används *valkvotsmetoden* (med en spärr på 0,75 gånger valkvoten). [112, Section P6, P8]

En specialregel är att ett parti som fått absolut majoritet av rösterna men inte av mandaten får ett extra mandat (som tas från det andra parti som sist fått mandat med heltalsmetoden, eller som hade lägst överskott vid fördelning enligt valkvotsmetoden).[539] [112, Section P9]

Valkarteller förekommer. Mandaten fördelas inom varje kartell med *valkvotsmetoden* (avsnitt 3.2.1) [112, Section P11], [300]. Detta är en mycket olycklig kombination som kan leda till att ett parti förlorar ett mandat på att få fler röster, se avsnitt 6.4.

D.28. Nya Zeeland

Vid parlamentsval används ett *blandat system* (*MMP*, avsnitt A.24.2). Drygt hälften av platserna väljs med *majoritetsval i enmansvalkretsar* (FPTP), och resten fördelas enligt en totalfördelning med *uddatalsmetoden* (med en spärr på 5% eller ett valkretsmandat). Eventuella överhängsmandat får behållas. [200]

Det finns särskilda valkretsar för maorier (färre och med andra gränser); de som räknas som maorier får välja om de skall tas upp på röstlängden i en "vanlig" valkrets eller i en maorivalkrets.

Vid lokalval kan kommunerna välja mellan *FPTP* och *STV med Meeks metod* (avsnitt 12.1.8); f.n. använder bara 6 av 79 STV. *STV* används vid val av sjukvårdsstyrelser (district health boards). [117]

---

[536] Heltalsmetoden infördes 1933. 1917–1923 användes valkvotsmetoden; 1923–1933 användes den beynnerliga kombination som nu används i Liechtenstein, avsnitt 3.4.3, vilken verkar vara ett misstag, se avsnitt 6.7. [193]

[537] Spärren brukar i referenser anges som 0,67% men detta är en avrundning och spärren är egentligen $1/150$. [111], [112, Section P7]

[538] Proportionellt val i en enda valkrets infördes 1917. Först användes valkvotsmetoden utan spärr, med 100 mandat, och i valet 1918 fick ett parti ett mandat med bara drygt 0,5% av rösterna; sammanlagt fick 17 partier mandat. 1921 infördes en måttlig spärr på 0,75 gånger valkvoten, dvs. 0,75%, och 1933 höjdes spärren till en hel kvot, dvs. 1% tills antalet ledamöter 1956 höjdes till nuvarande 150, varvid spärren på en hel valkvot följaktligen blev $1/150$. [193, s. 64–67]

[539] Med heltalsmetoden kan detta hända med ett jämnt antal mandat (t.ex. 150), men inte med ett udda antal, då majoritetspartiet alltid får majoritet.

D.29. Singapore

Singapore har ett parlament där de flesta ledamöterna väljs med *partiblockval* (avsnitt A.13) i valkretsar med 3–6 mandat; dock finns även enmansvalkretsar. (I nästa val, 2011 eller 2012, väljs 87 ledamöter i 12 enmansvalkretsar och 15 flermannavalkretsar med sammanlagt 75 mandat.) I flermannavalkretsarna måste minst en kandidat från varje parti vara från en minoritetsgrupp (i 9 valkretsar en malaj; i 6 valkretsar indier eller annan minoritet);[540] detta för att ge representation åt minoritetsgrupperna. Dessutom finns en form av utjämningsmandat; oppositionen garanteras minst 9 mandat genom att upp till 9 ytterligare kandidater som inte tillhör det vinnande partiet får mandat; dessa väljs bland dem som fått högst andel röster utan att ha blivit valda. Vidare utses ytterligare 9 ledamöter av presidenten. (Ledamöterna av de sista två typerna har dock inte rösträtt i alla frågor.) [127]

Att grundlagen och vallagen på detta sätt utgår från att det är klart vilket parti som skall bilda regering, och att man vill garantera oppositionen minst 9 platser (av ca 100) visar att Singapore inte är en demokrati där det är en reell möjlighet att regeringen förlorar ett val.[541]

D.30. Spanien

Underhuset har 350 ledamöter som väljs med *heltalsmetoden* i 52 valkretsar (50 provinser med minst 2 mandat var och städerna Ceuta och Melilla i Nordafrika med 1 mandat var; i de senare sker alltså *enkelt majoritetsval (FPTP)*, avsnitt A.1).

Överhuset (senaten) har 208 ledamöter som väljs med *begränsad blockröstning* (avsnitt A.9) i 59 valkretsar med oftast 4 mandat var (undantagen är öarna och städerna i Nordafrika som har 1–3 mandat var)[542], samt ytterligare f.n. 56 ledamöter som väljs indirekt av de 17 regionala parlamenten.[543] [218], [316], [129].

Vid Europaparlamentsval används *heltalsmetoden* i en enda valkrets. [218]

D.31. Storbritannien

Storbritannien använder *majoritetsval i enmansvalkretsar* (*FPTP*, avsnitt A.1), för valen till parlamentet (underhuset, *House of Commons* –

[540] Presidenten beslutar vilken minoritetsgrupp som gäller i varje valkrets.

[541] I valet 2006 valdes 2 ledamöter från varsitt oppositionsparti, och resten (83) från regeringspartiet; 38 av dem i valkretsar där inga motkandidater ställde upp.

[542] Det finns 47 valkretsar med 4 mandat, 3 med 3 mandat, 2 med 2 mandat och 7 med 1 mandat; varje väljare har 3 röster i valkretsar med 4 mandat och 2 i valkretsar med 3 eller 2 mandat och 1 röst i valkretsar med 1 mandat (i valkretsarna med 2 eller 1 mandat är det alltså vanligt majoritetsval, avsnitt A.7 resp. avsnitt A.1). [316], [218].

[543] Varje region väljer 1 senator samt 1 för varje miljon invånare, ett exempel på den *automatiska metoden*, avsnitt 4.2. [128]

överhuset är inte folkvalt).[544] Andra metoder, inklusive olika proportionella metoder, används dock i många andra val [120; 121].

För Europaparlamentsval är landet uppdelat i 12 valkretsar (8 i England, 1 var i Skottland, Wales och Nordirland) med 3–11 mandat var (sammanlagt 84); *heltalsmetoden* används i alla valkretsar utom i Nordirland där *STV*[545] (kapitel 12) används.

Majoritetsval i enmansvalkretsar samt utjämningsmandat med heltalsmetoden (*Additional Member System, MMP*, avsnitt A.24.2) används för valen till de regionala parlamenten i Skottland (*Scottish Parliament*)[546] och Wales (*National Assembly for Wales*)[547], medan parlamentet i Nordirland (*Northern Ireland Assembly*) väljs med *STV*[548].

Additional Member System används också vid val till London Assembly (för stor-London)[549].

Vid kommunalval används *majoritetsval (blockröstning)* (avsnitt A.7) i England (valkretsar med 1–3 mandat; i enmansvalkretsar är detta *FPTP*), *FPTP* i Wales och *STV* i Nordirland och (sedan 2007) i Skottland.[550]

Borgmästare i London (*Mayor of London*[551]) och vissa andra städer i England väljs med *Supplementval* (*SV*, avsnitt A.5). (I de flesta städer väljs borgmästaren av fullmäktige.)

Observera att Nordirland i likhet med republiken Irland använder *STV* vid alla val, med undantag för val till underhuset i London.

D.32. Sydafrika

Sydafrika har ett parlament med 400 ledamöter som väljs med *modifikation av Droops metod*, se avsnitt 3.4.7. 200 mandat är fördelade på de 9 valkretsarna (provinser), där de fördelas med *Droops metod* (avsnitt 3.2.2), och 200 mandat är utjämningsmandat, se avsnitt 10.3.10. [131]

Ingen spärrfinns. Det minsta partiet som tog mandat 2009 fick 35 867 röster av 17 680 629, dvs. 0,20%, vilket är den minsta röstandel som ger mandat som jag känner till för något val någonstans. (Droops kvot var 44 092.) [132, s. 100]

[544] Ett förslag att införa *Alternativröstning (AV)* röstades ned med stor majoritet (67,9% mot 32,1%) i en folkomröstning 5 maj 2011.

[545] med en Gregorymetod för röstöverföring, se avsnitt 12.1.5

[546] 73 enmansvalkretsar och 8 regioner med 7 utjämningsmandat var

[547] 40 enmansvalkretsar och 5 regioner med 4 utjämningsmandat var

[548] valkretsar med 6 mandat var

[549] 14 enmansvalkretsar och 11 utjämningsmandat

[550] För röstöverföringen i STV används en Gregorymetod i Nordirland (avsnitt 12.1.5) och en viktad inklusiv Gregorymetod i Skottland (avsnitt 12.1.7).

[551] Borgmästare för hela stor-London, en ny post sedan 2000 som inte skall förväxlas med *Lord Mayor of London* i City of London, med medeltida anor och huvudsakligen representativ funktion, som väljs av medlemmarna i gillena i City of London.

D.33. Tjeckien

Tjeckien har ett parlament med två kamrar. Deputeradekammaren har 200 medlemmar som väljs i 14 valkretsar med *heltalsmetoden* [133, Article 50].[552] Ett originellt inslag är att mandaten fördelas på valkretsarna efter antalet avgivna giltiga röster (och alltså inte i förväg, före valet); för denna fördelning används *valkvotsmetoden* (med valkvoten avrundad till heltal, jag gissar att detta betyder avrundning till närmaste heltal men jag är inte säker) [133, Article 48]. (Detta är en mycket olämplig regel som kan göra att en röst på ett parti kan få negativt värde, dvs. få partiet att förlora ett mandat, se avsnitt 6.5.)

Senaten har 81 ledamöter som väljs i enmansvalkretsar med väljs med *majoritetsval med absolut majoritet*; om ingen får absolut majoritet sker avgörande omröstning i en *andra omgång*. Senatorerna väljs på 6 år; vartannat år väljs en tredjedel av dem. [260].

D.34. Tyskland

Förbundsdagen har 598 medlemmar (eller fler om överhängsmandat uppstår, se nedan) som väljs med ett *blandat system* (*MMP*, avsnitt A.24.2): 299 platser är direktmandat (personmandat) som väljs i *majoritetsval i enmansvalkretsar* och 299 är listmandat (utjämningsmandat) som fördelas med en totalfördelning av alla 598 mandaten enligt *uddatalsmetoden*.[553] [554] [555] Varje väljare avger både en personröst och en partiröst. (Rösterna kan vara splittrade, dvs. på olika partier.) I varje enmansvalkrets väljs den kandidat som har flest personröster (*enkel majoritet, FPTP*). Mandaten i totalfördelningen fördelas först på parter och sedan på delstater (också med *uddatalsmetoden*, inom varje parti), se avsnitt 10.3.9. Om ett parti får fler direktmandat i en delstat än vad totalfördelningen ger där uppstår överhängsmandat (avsnitt 10.1.2); dessa behålls utan att antalet utjämningsmandat minskas, så att totalantalet mandat ökas. Efter valet 2009 har förbundsdagen 24 överhängsmandat (ett rekord) och alltså 622 ledamöter.

Som förklaras i avsnitt 10.3.9 har systemets utformning den olyckiga följden att fler röster kan ge färre mandat och författningsdomstolen har beslutat att det skall ändras [137; 138].

Det tyska valsystemet är ett försök att kombinera personval och proportionella val. Men det har kritiserats för att många väljare inte förstår

[552] Valet hålls alltid under två dagar: en fredag kl. 14–22 och en lördag kl. 8–14 [133, Article 1].

[553] Före 2009 användes *valkvotsmetoden*, i Tyskland kallad *Hare–Niemeyers metod*.

[554] En spärregel säger att listmandat endast delas ut till partier som fått antingen minst 5% av alla partiröster eller minst 3 direktmandat.

[555] En specialregel gör att ett parti med mer än hälften av rösterna får mer än hälften av mandaten i totalfördelningen. Dock garanterar detta inte majoritet i förbundsdagen, eftersom andra partier kan få överhängsmandat.

systemet till fullo, och att t.ex. många splittrar sina röster på ett sätt som inte ger de effekter de avser [303].

Tyskland är en förbundsstat med 16 delstater (*Länder*). Delstaterna bestämmer själva sina valsystem. 2 delstater har rena listmetoder, Bremen (*uddatalsmetoden*) och Saarland (*heltalsmetoden*). De övriga 14 delstaterna har blandade system som liknar systemet för förbundsdagsval med dels personmandat i enmansvalkretsar och dels listmandat (utjämningsmandat) som fördelas så att summan blir proportionell; för totalfördelningen används *heltalsmetoden* i Niedersachsen, Sachsen; *uddatalsmetoden* i Baden-Württemberg, Hamburg, Nordrhein-Westfalen, Rheinland-Pfalz, Schleswig-Holstein; *valkvotsmetoden* i Bayern, Berlin, Brandenburg, Hessen, Mecklenburg-Vorpommern, Sachsen-Anhalt, Thüringen. I alla 14 delstaterna används metoder med tilläggsmandat om något parti fått fler personmandat än det skulle få vid totalfördelningen, se avsnitt 10.1.3 och avsnitt A.24.2. I 13 av delstaterna ger väljaren separata röster på person i personvalet och parti för totalberäkningen; i Baden-Württemberg röstar man bara på en kandidat och den rösten räknas också som en partiröst. Se [359] för ytterligare detaljer.

D.35. USA

I USA sker i stort sett alla val som *majoritetsval*, ofta i enmansvalkretsar (*FPTP*, avsnitt A.1) men många lokalval sker i flermannavalkretsar (*blockröstning*, avsnitt A.7).[556] Vid lokalval förekommer dock ibland även andra valmetoder.[557]

Alternativröstning (avsnitt A.4) används i en del städer (bl.a. San Francisco) vid val av borgmästare m.m. [152], [210].

STV (avsnitt 12.1.2 och 12.1.7) används i Cambridge, MA, och (för ett par val) i Minneapolis. (STV har tidigare under 1900-talet använts i ett par dussin städer, däribland New York, men sedan avskaffats igen, se [173].[558])

Kumulation (avsnitt A.10) används åtminstone i Peoria, IL. (Metoden har tidigare förekommit på några fler ställen. Se avsnitt A.10.2 och [267].)

Kongressen väljs med *majoritetsval i enmansvalkretsar* (*FPTP*, avsnitt A.1). Representanthuset har 435 ledamöter, fördelade på staerna efter folkmängd (se nedan); dessa väljs alla samtidigt, i varsin valkrets, på 2 år. Senaten har 2 ledamöter från varje delstat, dvs. 100 ledamöter; dessa väljs på 6 år, så att ca en tredjedel väljs vartannat år (samtidigt som valet till representanthuset). De två senatorerna från samma stat väljs olika år, så hela staten är en enda valkrets för senatsvalet.

[556] Det förekommer också en kombination där en del av ledamöterna väljs i enmansvalkretsar och resten "*at large*", dvs. i en enda valkrets omfattande hela området.

[557] Tidigare har även åtminstone *Bucklinmetoden* (avsnitt A.19) och *Oklahomametoden* (avsnitt A.20) använts.

[558] Enligt [173] försvann STV därför att metoden lyckades med att ge minoriteter representation och att minska partibossarnas makt.

USA:s president väljs indirekt, av särskilda elektorer [142]. Varje stat utser lika många elektorer som statens sammanlagda antal representanter i senaten och representanthuset.[559] [560] Dessa elektorer väljs numera i allmänna val, på samma dag[561] i hela landet; valsystemet bestäms av varje delstat för sig, men partiblockval används i alla stater utom två.[562] Elektorerna väljer sedan president och vicepresident.[563] [564] Absolut majoritet av elektorsrösterna krävs; om ingen kandidat uppnår detta väljer representanthuset president bland de tre som fått flest elektorsröster (detta hände 1824).[565] (Även vid valet av vicepresident krävs absolut majoritet av elektorsrösterna; får ingen detta väljer senaten vicepresident bland de två kandidater som fått flest elektorsröster; detta hände 1836.[566])

Proportionella valmetoder förekommer alltså i stort sett inte alls vid val i USA, men de används för det matematiskt identiska problemet att fördela platserna i representanthuset på delstaterna. Konstitutionen (grundlagen)

---

[559] Eftersom varje stat har 2 senatorer och minst 1 plats i representanthuset har varje stat minst 3 elektorer. F.n. har den folkrikaste delstaten (Kalifornien) 55 elektorer.

[560] Dessutom utser, sedan 1961, huvudstaden Washington (District of Columbia) elektorer; lika många som om området varit en stat men högst så många som den minsta staten. F.n. har Washington DC 3 elektorer (minimiantalet, vilket också motsvarar befolkningen i befolkningen i Washington DC), så totalantalet är 538. [142, Amendment XXIII]

[561] "Första tisdagen efter första måndagen i november", dvs tisdagen 2–8 november. [144]

[562] I Maine (efter 1969) och Nebraska (efter 1991) väljs en elektor med majoritetsval i varje kongressdistrikt och 2 med partiblockval enligt de sammanlagda röstetalen. I valet 2008 valdes i Nebraska 4 republikanska och 1 demokratisk elektor; annars har alla elektorer i dessa två stater ändå valts från samma parti sedan de införde detta system [143]. Colorado hade 2004 en folkomröstning om att införa ett proportionellt val av sina elektorer, men detta röstades ned [144]. Tidigare förekom andra metoder, och ursprungligen valdes i många delstater elektorerna av delstatsparlamentet; detta hade upphört 1836 i alla stater utom South Carolina där det fortgick till 1860. Ursprungligen var valet av elektorer ett reellt personval men blev snabbt ett partival med elektorer bundna till viss presidentkandidat. (Fortfarande gäller detta dock formellt bara i vissa stater.) Så sent som 1916 valdes i West Virginia elektorer från olika partier: 7 republikaner och 1 demokrat. [145], [206]

[563] De samlas i varje delstat och avger sina röster "första måndagen efter andra onsdagen i december", dvs måndagen 13–19 december. [144]

[564] Före 1804 röstade elektorerna enbart på en president; varje elektor gav 2 röster, och den som fick näst flest röster blev vicepresident. I valet 1800 ledde detta till att en majoritet (73 av 138) av elektorerna röstade på Thomas Jefferson och Aaron Burr, som ställde upp som president- och vicepresidentkandidat tillsammans; de fick alltså fick lika många röster så att representanthuset fick välja mellan dem. Detta kontrollerades dock av deras motståndare, varför 36 omröstningar krävdes innan Jefferson fick absolut majoritet av staterna [143; 145]. Efter detta ändrades konstitutionen till nuvarande regel.

[565] Vid detta speciella tillfälle röstar representanthuset delstatsvis, med en röst per stat.

[566] Martin van Buren valdes till president med en majoritet av elektorsrösterna, men Virginias elektorer röstade för en annan vicepresident än hans vicepresidentkandidat Richard Johnson, som dock ändå valdes av senaten. [143; 145]

från 1789 föreskriver att antalet representanter för varje stat skall vara proportionellt mot befolkningen, dock minst en från varje stat,[567] men säger inte vilken metod som skall användas utan lämnar detaljerna till kongressen (där det beslutas som vanlig lag). Inte heller antalet ledamöter i representanthuset är bestämt i konstitutionen utan bestäms av kongressen; eftersom fördelningen mellan staterna görs när folkräkningen är klar, så kan man direkt räkna ut vad olika val av metod och antal ger för fördelning. (Detta är alltså som att bestämma valmetod och antalet riksdagsledamöter efter att valet har skett, och gör att valet av metod i stor utsträckning beror på om resultatet denna gång är önskvärt för majoriteten, snarare än på principiella överväganden.) Detta har lett till många diskussioner om egenskaperna hos olika valmetoder, och de viktigaste proportionella valmetoderna har alla föreslagits och använts i detta sammanhang, långt innan de återupptäckts och använts vid val i Europa, se avsnitt D.35.1. Sedan 1941 används *Huntingtons metod* (avsnitt 2.3.10), med 435 ledamöter.

D.35.1. Tidigare metoder för fördelning av platserna i representanthuset. Folkräkningar görs vart tionde år, sedan 1790. När den första folkräkningen var klar 1791 började diskussionerna i kongressen, för att sedan återkomma vart tionde år. (Se Balinski och Young [180, Chapter 3–6] för en utförlig historik, som sammanfattas här med vissa kompletteringar. Se även t.ex. [279; 280] och [352], [297], [256].)

De första förslagen utgick från den *automatiska metoden* (avsnitt 4.2) med avrundning nedåt. Olika divisorer, resulterande i olika antal ledamöter diskuterades och representanthuset och senaten röstade för varsitt förslag. Därefter antogs ett nytt förslag av kongressens båda hus; lagförslaget angav inte någon speciell metod, men följde *Hamiltons metod* (avsnitt 3.2.1), vilken formulerades av Hamilton (då finansminister, se fotnot 12, s. 15) i ett brev till president Washington 4 april 1792 där lagförslaget försvarades. Samma dag argumenterade Jefferson (då utrikesminister, se fotnot 22, s. 21) emot förslaget, och formulerade *Jeffersons metod* (avsnitt 2.3.1).

Skillnaden mellan Jeffersons metod och den automatiska metoden med avrundning nedåt är ju att den automatiska metoden utgår från en divisor och låter denna bestämma totalantalet mandat, medan Jeffersons metod utgår från ett totalantal och låter detta bestämma en divisor som ger rätt resultat. Om, som i detta fall, divisorn eller antalet mandat inte är bestämt i förväg är skillnaden alltså bara en fråga om formulering, och möjligen

[567] "Representatives and direct Taxes shall be apportioned among the several States which may be included within this Union, according to their respective Numbers, ... The actual Enumeration shall be made within three Years after the first Meeting of the Congress of the United States, and within every subsequent Term of ten Years, in such Manner as they shall by Law direct. The Number of Representatives shall not exceed one for every thirty Thousand, but each State shall have at Least one Representative." [142, Article I, Section 2]

(Stadgandet om skatter upphävdes genom det sextonde tillägget (1913) som tillät en federal inkomstskatt utan att denna är proportionell mot delstaternas befolkning.)

psykologisk; den som föreslår en viss divisor har gissningsvis räknat ut vilket totalantal denna ger, och vice versa.[568]

Diskussionen om principen för fördelning av platserna gällde i praktiken snarast resultatet: Jeffersons metod gynnar stora stater mer än Hamiltons. (Hamiltons metod är i genomsnitt rättvis, men inte Jeffersons eftersom avrundningen nedåt har större betydelse för små stater.)

President Washington följde Jefferson och lade in sitt veto mot lagförslaget 6 april 1792.[569] (Både Jefferson och Washington kom från Virginia, den då största delstaten.) Därefter antogs en fördelning baserad på *Jeffersons metod*, eller, kanske egentligare, den *automatiska metoden med avrundning nedåt.* (Lagen från 14 april 1792 specificerar en divisor 33 000 och inte totalantalet, vilket blev 105. Likaså verkar diskussioner och beslut de följande decennierna ha baserats på val av divisor, se referaten av diskussioner 1831 och 1842 i [180, s. 25, 34].[570] För enkelhets skull används i fortsättningen det sedvanliga namnet Jeffersons metod.)

Jeffersons metod fortsatte att användas efter de följande folkräkningarna, med olika divisorer och olika resulterande antal ledamöter varje gång, men det blev mer och mer uppenbart att små stater missgynnades. 1822 föreslog representanthusledamoten Lowndes en ny metod (avsnitt 3.4.5) som gynnar små stater mer; han fick inget stöd från de stora staterna med många röster och förslaget föll.

Vid debatten 1832 föreslog representanthusledamoten Adams (fotnot 42, s. 28), professorn Dean (fotnot 48, s. 30) och senatorn Webster (fotnot 16, s. 17) varsin nyuppfunnen divisorsmetod (avsnitt 2.3.9, 2.3.11 och 2.3.2).[571] Ingendera antogs (Jeffersons metod användes igen), men alla tre har funnits med i senare diskussioner som tänkbara (om än kanske inte önskvärda) metoder.[572 573]

---

[568]Jefferson talade om ett bestämt antal (120, som exempel) i sitt brev, och att välja en divisor som ger detta antal [180, s. 18]; detta berättigar till att se honom som uppfinnare av metoden, men såvitt jag kan se var detta inte någon viktig detalj för honom eller andra vid denna tidpunkt.

[569]Det första vetot av en amerikansk president.

[570]Samma dag 1842 kom 59 motioner om val av divisor, mellan 30 000 och 140 000. [180, s. 34].

[571]Precis som med Jeffersons metod diskuterades metoderna som olika regler för avrundning vid en given divisor, snarare än vid ett givet antal ledamöter, och förslagen kan alltså ses som den automatiska metoden med olika avrundningsregler.

[572]Se fotnot 140 (s. 129).

[573]Enligt Willcox [352] drevs Webster av att hans hemstat Massachusetts denna gång hade otur i avrundningen nedåt (enligt [352] och [297] användes divisorn 47 000, vilket gav Massachusetts 12,99, men enligt [180] 47 700 vilket gav Massachusetts 12,80); men Wiilcox påpekar att Webster missade att Massachusetts, som hörde till de större staterna, i långa loppet skulle ha gynnats av Jeffersons metod istället för Websters. Balinski och Young [180] ser istället motivet som att värna om de sex staterna i New England som en grupp, där de fem andra staterna är mindre, och att dessa som en grupp därför missgynnades av Jeffersons metod.

1842 antogs istället *Websters metod*. (Kanske egentligare, den *automatiska metoden med vanlig avrundning*. Fram till 1900 var divisorn det primära snarare än totalantalet.[574])

1850, redan före folkräkningen, antogs på förslag av senatorn Vinton en permanent lag som använde *Hamiltons metod*; metoden kallades nu *Vintons metod*. Antalet ledamöter bestämdes till 233. Lagen blev formellt gällande i 50 år, men följdes aldrig fullständigt. Redan 1852, när folkräkningen var klar och fördelningen skulle göras, gjordes en fördelning med 234 ledamöter (vilket gav samma resultat som Websters metod). Efter folkräkningarna 1860 och 1870 fördelades först 233 resp. 283 platser med Hamiltons metod (vilket åtminstone 1872 gav ett resultat som stämde med Websters metod) men sedan fördelades ytterligare 8 resp. 9 platser; resultatet stämde varken med Hamiltons metod eller Websters.[575] (Enligt [297] och [352], samt [180, citat på s. 41] brukade kongressen avrunda bråkdelar över 0,5 uppåt, även om detta inte skulle göras enligt Hamiltons metod; detta, som alltså ökade antalet mandat, är enligt principen i Websters metod men emot principen i Hamiltons metod som officiellt användes.[576] [577])

Eftersom antalet ledamöter inte var bestämt så beräknades varje gång fördelningarna med Hamiltons metod för ett stort antal olika totalantal ledamöter. Redan 1871 upptäcktes en märklig egenskap hos metoden: med 270 representanter skulle Rhode Island få 2, men med 280 skulle Rhode Island bara få 1. Detta glömdes dock bort, men 1881 hände samma sak: med 299 platser skulle Alabama få 8 av dem, men med 300 platser skulle Alabama bara få 7; detta uppmärksammades ordentligt och fick namnet *Alabamaparadoxen*, se avsnitt 5.7. Resultatet blev att öka antalet platser till 325 så att Hamiltons och Websters metod gav samma resultat. Samma gjordes 1891, nu med 356 platser.

1901 användes Hamiltons metod igen, beräknad för 384 platser men med 2 extra platser till stater med en bråkdel över 0,5 som egentligen skulle ha avrundats nedåt, så resultatet blev 386 platser med den fördelning Websters

---

[574] Willcox [352] beskriver hur tabeller gjordes 1900 för många olika divisorer, med steg på 500; ibland gav två divisorer samma totalantal, men ofta skiljde totalantalet med två eller tre, så att många totalantal (i det intressanta intervallet) inte kom med i tabellerna.

[575] Som sagts ovan bestämmer denna fördelning även staternas antal elektorsröster vid presidentval. Hade Hamiltons metod verkligen använts 1872 skulle Tilden och inte Hayes ha vunnit det jämna presidentvalet 1876. [180, s. 37]

[576] Jag misstänker att även andra modifieringar gjordes; annars skulle resultatet i dessa fall blivit detsamma som med Websters metod, med den valda kvoten R/M som divisor, se avsnitt 1.2.3. (Skulle detta göras konsekvent bleve det metoden med *fast avrundning*, avsnitt 4.1.) Däremot accepterades det lättare att bråkdelar under 0,5 avrundades uppåt, de år detta inträffade [297].

[577] Detta tyder på att antingen förstod kongressen inte metoderna, eller så brydde den sig mer om det specifika resultatet varje gång än principerna.

metod skulle ha givit.[578] [579] [580] (Antalet ledamöter ökades som vanligt så att ingen stat förlorade någon plats.)

1911 övergavs Hamiltons metod helt, och *Websters metod* användes. Websters metod hade nu förbättrats praktiskt av Willcox, som upptäckt formulering D2 (s. 19) som sätter staterna i en prioritetslista, vilket gör det enkelt att beräkna mandatfördelningen för ett godtyckligt valt mandatantal M, se Willcox [352] samt Owens [297] och Huntington [255]. (Detta är alltså den traditionella uddatalsmetoden, som samtidigt, men oberoende och på helt andra grunder, upptäcktes av Sainte-Laguë [319]. Willcox kallade metoden *method of major fractions*.[581]) Återigen ökades antalet ledamöter (till 433) så att ingen stat förlorade någon plats. Antalet ökades 1913 till 435 när Arizona och New Mexico blivit stater; detta antal har blivit bestående sedan dess[582] [146].

1911 föreslogs också en ny metod av Hill (se avsnitt 3.4.6 och fotnot 46); detta ledde inte till något resultat då, men Huntington [255] föreslog 1921 en ny version av metoden (se avsnitt 2.3.10 och fotnot 45). Kongressen lyckades inte komma överens om någon ny fördelning efter folkräkningen 1920, utan den gamla fördelningen från 1911 fortsatte att gälla (i strid mot konstitutionen) hela 1920-talet. Detta berodde på motstånd från de stater som nu förlorade befolkning till de snabbt växande industristäderna snarare än på oenighet om metoden, men det blev också diskussion om Websters eller Huntingtons metod (som gynnar små stater något mer) är mest rättvis.[583] 1929 antogs till slut en ny lag som fixerade antalet ledamöter till det dåvarande 435, och som sade efter varje folkräkning skulle fördelningen beräknas på tre sätt: enligt den senast använda metoden, Websters metod ("the method

---

[578]Som sagts ovan ger denna justering alltid samma resultat som Websters metod med den valda kvoten, se avsnitt 1.2.3.

[579]Innan detta beslutats kom ett utskottsförslag med en fördelning enligt Hamiltons metod med 357 ledamöter; 357 var det dåvarande antalet representanter, men det var också ett av de två tal mellan 350 och 400 (nämligen 357 och 358) som skulle ge Colorado 2 platser istället för 3. (Enligt [352], som själv medverkade i beräkningarna; [180] ger den drastiskare versionen att 357 var det enda sådana talet.) Förslaget gick dock inte igenom.

[580]Balinski och Young [180] hävdar att Hamiltons metod förkastades 1901 och att Websters metod användes; detta är matematiskt korrekt om vi ser till resultatet, men politiskt-historiskt fel enligt Willcox [352], som som sagt själv medverkade i beräkningarna, och som hävdar att man först efteråt såg att resultatet blev detsamma som med Websters metod. Även Owens [297] uppger att Hamiltons metod användes 1901.

[581]*Major fraction* betyder en bråkdel större än 0,5; en bråkdel mindre än 0,5 kallades *minor fraction*.

[582]Bortsett från en tillfällig ökning till 437 när Alaska och Hawaii blev stater 1959.

[583]Ett av Huntingtons främsta argument är att de fem metoderna Adams, Deans, Huntingtons, Websters och Jeffersons kan ordnas i denna ordning, där Adams metod är mest gynnsam för små stater och Jefferson minst. Huntingtons metod kommer alltså i mitten, och skulle därför vara mest rättvis. Detta är naturligtvis ett nonsensargument; om en metod är rättvis eller inte beror ju inte på hur många andra metoder som är mer eller mindre rättvisa. Se även Owens [297] och Balinski och Young [180] som menar att Websters metod är den rättvisa.

of major fractions") och Huntingtons metod ("the method of equal proportions") [277]. Om kongressen inte kunde besluta sig skulle den metod som användes senast automatiskt användas igen. Efter folkräkningen 1930 gav båda metoderna samma resultat, och denna fördelning beslutades. Men 1940 skilde sig resultaten på ett mandat, som skulle gå till Michigan med Websters metod men Arkansas med Huntingtons. Eftersom Arkansas var demokratiskt men Michigan republikanskt, och demokraterna var i majoritet, beslöts 1941 i en ny lag att *Huntingtons metod* skall användas.

Sedan dess har diskussionerna i stort sett upphört,[584] och Huntingtons metod används sedan 1941, med 435 ledamöter.

D.36. Österrike

Underhuset (*Nationalrat*) har 183 ledamöter som väljs med *heltalsmetoden* (i formen *Hagenbach-Bischoffs metod*) i 9 valkretsar (delstater). [213]

[584] Även om t.ex. Balinski och Young [180] anser att beslutet fattats på felaktiga grunder och att egentligen Websters metod är mer rättvis.

APPENDIX E

Några historiska exempel

E.1. Ostracism i Aten (400-talet f.Kr.)

Ostracism var en folkomröstning om att landsförvisa en allför dominant politiker på 10 år för att skydda demokratin. En sådan omröstning hölls de år folkförsamlingen så bestämde. Som valsedlar användes krukskärvor (*ostraka*) med namnet på en oönskad politiker inristat. Vid omröstningen krävdes ett valdeltagande på minst 6000 röster; om detta uppnåddes blev den som fått flest röster omedelbart landsförvisad. (Alltså enkel majoritet med ett krav på ett minimiantal röstande.) [329, s. 90–92]

E.2. Rom under republiken (509–44 f.Kr.)

Val i den romerska republiken skedde med en form av indirekt metod, där rösterna räknades gruppvis.[585] Högre ämbetsmän (t.ex. de två konsulerna och de så småningom åtta praetorerna) valdes av *comitia centuriata* där befolkningen var uppdelad i 193 centurior (*centuriae*)[586] medan lägre ämbetsmän (t.ex. de 10 folktribunerna) valdes av *comitia tributa* där befolkningen var uppdelade i (till slut) 35 stammar (*tribus*), i princip efter bostadsort.

Ämbetsmännen av samma slag valdes tillsammans. Det är tyvärr okänt om varje person röstade på en eller flera kandidater,[587] men varje grupp utsåg som sitt val lika många kandidater som det antal som skulle väljas; rösterna räknades i varje grupp, och de som fått flest röster blev gruppens val (antingen *majoritetsval i flermannavalkrets* eller *SNTV*, avsnitt A.7 och avsnitt A.8). Gruppernas resultat tillkännagavs i viss ordning, och så snart

[585] Jämför presidentval i USA, avsnitt D.35.

[586] Detta var ursprungligen en militär indelning, enligt traditionen från den näst siste kungen Servius Tullius (578–534 f.Kr.), som senare anpassades för politiskt bruk. Centuriorna var indelade i fem förmögenhetsklasser, dessutom tillkom de aristokratiska riddarna (*equites*, ursprungligen kavalleriet) med 18 centurior, samt 5 centurior som ursprungligen var för musikanter, ingenjörstrupper och obemedlade. Klass I (som var rikast och minst) hade flest centurior, ursprungligen 80. (Rom hade alltså allmän rösträtt för män, men inte lika rösträtt; de förmögna hade mycket större inflytande.) Inom varje förmögenhetsklass delades centuriorna in i juniorer (18–46 år, vilket räknades som vapenför ålder) och äldre (över 46 år); vidare skedde (efter ca 241 f.Kr.), åtminstone i klass I, en uppdelning efter samma stammar som i *comitia tributa*; klass I fick då 70 centurior (2×35). [329], [293], [289, centuria].

[587] Se [293, s. 274–275]. (Men argumentet där baserat på konsulsvalet 217 verkar fel; om alla poster blir tillsatta beror på gruppernas röster och inte på rösterna inom dem.)

en kandidat fått stöd av mer än hälften av grupperna var han vald. När tillräckligt många var valda avslutades proceduren.[588] [589] (Resterande gruppers röster ignorerades alltså. Det var därför vanligt att klasserna efter den andra inte behövde rösta.) Om gruppernas röster var splittrade på många kandidater är det möjligt att inte tillräckligt många uppnådde absolut majoritet ens när alla grupper räknats; i detta fall ordnades fyllnadsval en annan dag [293, s. 275].[590]

Detta ger alltså större inflytande åt de grupper som räknades först; eftersom flera valdes samtidigt är det ju fullt möjligt att en kandidat som får absolut majoritet och blir vald ändå får röster från färre grupper än en annan kandidat som inte blir vald.

Exempel E.1. 2 konsuler skall väljas. Centurior 1–50 röstar AB, 51–100 röstar AC och 101–193 röstar BC. A väljs när centuria 97 röstat, och B eller C (med lottning) när centuria 147 röstat varefter valet är slut, trots att både B och C skulle få 143 röster mot A:s 100 om alla centurior räknades.

Ordningen hade därför stor betydelse. I *comitia tributa* lottades ordningen. I *comitia centuriata* skedde röstningen däremot i ordning efter förmögenhetsklasserna, så att riddarna och klass I röstade först, vilket ytterligare ökade deras inflytande.[591] Dessutom lottades (åtminstone från 200-talet) en centuria som röstade först (*centuria praerogativa*), och vars resultat tillkännagavs innan övriga röstade;[592] deras resultat hade därför stort inflytande genom att påverka de övriga centuriorna, speciellt som dess resultat ansågs som ett omen om slutresultatet.

Samma valmetod användes vid lokalval, vilket visas av den bevarade *Lex Malacitana* [118], en lag för staden Malaga från 84 e.Kr.[593]

Valsystemet torde ha uppkommit i början av republiken, i början av 400-talet f.Kr., och genomgick inga större förändringar. Samma metod användes också vid lagstiftning och domslut; detta var antagligtvis ursprunget, eftersom även vid val de inledande ceremonierna var formulerade som att

---

[588] Det är oklart om redan valda kandidater ignorerades eller inte vid räkningen i senare centurior, se [329, s. 182ff].

[589] I princip var alla valda i en kategori jämställda, men i praktiken betydde ordningsföljden mellan dem mycket för deras prestige. Cicero hänvisar ofta till att han blivit vald först i olika val. [293, s. 279].

[590] Ett exempel är konsulsvalet 217 f.Kr., där bara C. Terentius Varro blev vald eftersom rösterna splittrades bland hans fem motståndare. Vid fyllnadsvalet hade alla fem dragit sig tillbaka till förmån en ny kandidat, som valdes som den andre konsuln. [275, XXII.35], [293, s. 275]

[591] Inom klasserna skedde kanske lottning, men detta är osäkert. Många detaljer är okända, och kan dessutom ha ändrats ibland. Det är troligt att grupperna, åtminstone 35 åt gången, röstade samtidigt fast resultaten tillkännagavs i viss ordning. Se [329, s. 181] och [293, s. 259–267].

[592] detta var troligen alltid en av de 35 juniora centuriorna inom klass I

[593] Här lottades ordningen mellan grupperna [118, § 57]. Lagen är visserligen från kejsartiden, och för en mindre stad, men valsystemet var i princip detsamma.

folkförsamlingen skulle svara ja eller nej på en fråga från den presiderande ämbetsmannen.

Röstningen skedde ursprungligen muntligt, men *lex Gabinia* 139 f.Kr. införde valsedlar (små vaxklädda träbrickor där den röstande skrev namn eller initialer på kandidaterna). Röstningen skedde normalt på Marsfältet, där så småningom särskilda inhägnader byggdes upp för detta. (Dessa var först temporära, av trä eller rep. Caesar lät bygga en stor påkostad marmorbyggnad för 60 miljoner sestertier; denna blev klar först efter hans död och när valens politiska betydelse i stort sett hade upphört.) Valen skedde under diverse gamla formaliteter. Bland annat gjordes innan valet inleddes auspicier av en augur för att man skulle vara säker på gudarnas välvilja; var auspicierna ogynnsamma måste valet skjutas upp. Likaså kunde den magistrat som ledde valet, och i viss mån även andra magistrater, när som helst avbryta valet på grund av något järtecken de sade sig ha sett. (Något som naturligtvis kunde missbrukas politiskt.)

Under republikens sista år, då Caesar var diktator, och ännu mer under det följande inbördeskriget och kejsartiden blev valen snarast en formalitet även om formerna bibehölls ett tag.

Se vidare [329] och [293], samt [289, comitia, romerska riket].

E.3. Dogeval i Venedig (1268–1797)

Dogen (statschefen) i republiken Venedig valdes på livstid. Valet skedde från 1268 till Venedigs fall 1797 med ett komplicerat system där 5 olika kommittéer utsåg varandra i tur och ordning, delvis med lottning, innan den nye dogen valdes. (Systemet avsåg att förhindra korruption och röstköp.)

Mer precist skedde valet i följande steg, se [273].

(1) *Maggior Consiglio* (stora rådet, den styrande församlingen av adelsfamiljer) sammanträdde, och av de normalt över 1000 närvarande utsågs 30 med lottdragning. Av dessa 30 utsågs 9 med en ny lottdragning till en första kommitté.

(2) Dessa 9 sammanträdde för att utse nästa kommitté. De 4 först framlottade i kommittén nominerade 5 var, och de 5 övriga nominerade 4 var; sammanlagt alltså 40. Kommittén röstade ja eller nej för var och en av dessa, och bara de som fick minst 7 jaröster (av 9) kvarstod.[594] Namnen på de 40 nominerade meddelades Maggior Consiglio, varefter 12 av dem utsågs med lottdragning till en andra kommitté.[595]

(3) Dessa 12 sammanträdde på samma sätt för att utse nästa kommitté. Den först framlottade i kommittén nominerade 3, och de 11 övriga nominerade 2 var; sammanlagt alltså 25. Varje nominerad måste godkännes av hela kommittén med minst 9 jaröster (av 12). Av de 25 nominerade utsågs 9 med lottdragning till en tredje kommitté.

---

[594] Jag vet inte om ev. bortröstade ersattes av nya nominerade, så att kommittén alltid presenterade 40 nominerade, eller om de kunde nominera en mindre grupp.

[595] Maggior Conciglio informerades på samma sätt under alla steg.

(4) Dessa 9 sammanträdde på samma sätt för att utse nästa kommitté. Alla 9 i kommittén nominerade 5 var; sammanlagt alltså 45. Varje nominerad måste godkännes av hela kommittén med minst 7 jaröster (av 9). Av de 45 nominerade utsågs 11 med lottdragning till en fjärde kommitté.
(5) Dessa 11 (kallade *Undici*) sammanträdde på samma sätt för att utse nästa kommitté. De 8 först framlottade i kommittén nominerade 4 var, och de 3 övriga nominerade 3 var; sammanlagt alltså 41. Varje nominerad måste godkännes av hela kommittén med minst 9 jaröster (av 11). Dessa 41 utgjorde alla den femte kommittén.[596]
(6) Dessa 41 (kallade *Quaratuno*) var den verkliga elektorsförsamlingen, och isolerades nu tills valet var klart. För valet till doge krävdes en kvalificerad majoritet med minst 25 röster (av 41).
    (a) Ursprungligen nominerade alla 41 en kandidat var. Dessa behandlades i slumpmässig (lottad) ordning. Den först utlottade kandidaten debatterades varefter de 41 röstade för eller emot; om minst 25 röstade ja var kandidaten vald, annars lottade man fram en ny kandidat som debatterades och röstades om på samma sätt, osv. (*En sekventiell form av acceptröstning*, jfr avsnitt A.16–A.17.)
    (b) Vid en okänd tidpunkt ändrades valmetoden så att alla kandidater debatterades samtidigt, varefter de 41 röstade för eller emot varje kandidat; den som fick flest jaröster var vald, förutsatt att han fått minst 25 röster. (*Acceptröstning med kvalificerad majoritet*, avsnitt A.17.)[597]

E.4. Påveval (1294–)

Påven väljs på livstid, sedan 1059 av kardinalerna [156; 157; 196].[598] [599]

[596]Dessa 41 fick inte ha varit medlemmar av någon av de tidigare 4 kommittéerna. Efter 1538 skulle också var och en av de 41 godkännas av hela Maggior Consiglio.

[597]Jag antar att om ingen uppfyllde kravet på 25 röster skedde en ny omröstning. Jag vet inte om detta också skedde vid delad förstaplats, eller om i så fall lotten avgjorde.

[598]Fram till konkordatet i Worms 1122 skulle valet dock godkännas av kejsaren, men detta hade blivit en ren formalitet.

[599]Kardinalerna är indelade i tre grupper med olika rang (kardinalsbiskopar, kardinalspräster och kardinalsdiakoner) [157]. 1179 fick alla kardinaler samma rösträtt; tidigare hade kardinalbiskoparna företräde [196]. 1970 inskränktes rösträtten till kardinaler under 80 år [157; 153; 156]. Dessa skall vara högst 120 stycken [157]; i valet 2005 deltog 115 kardinaler [336] liksom i valet 2013 [158].

Valet sågs som ett sätt att utröna Guds vilja, och skulle i princip vara enhälligt; i praktiken var detta ofta inte möjligt och kringgicks på olika sätt. Alexander III införde 1179 regeln att 2/3 majoritet räcker.[600] [601]

Sedan 1294 sker valet med kardinalerna instängda ("konklav") tills valet är klart, för att framtvinga ett snabbt val. Omröstningarna är slutna, åtminstone sedan 1500-talet. Två omröstningar görs varje förmiddag och två varje eftermiddag, med vissa avbrott för bön och informella diskussioner, första gången efter tre dagar [153].[602]

Från 1294 till 1621 skedde valet med *acceptröstning med 2/3 majoritet* (avsnitt A.17) där kardinalerna fick rösta på flera kandidater samtidigt, men efter 1621 sker valet med *majoritetsval med 2/3 majoritet* (avsnitt A.3.1) [196].[603] [604]

---

[600] Johannes Paulus II [153] införde 1996 möjligheten till val med absolut majoritet efter ett stort antal (34?) misslyckade omröstningar. Detta avskaffades igen av efterträdaren Benedictus XVI [154; 155] som 2007 återinförde det traditionella kravet på 2/3 majoritet i samtliga fall. Efter 34(?) misslyckade omröstningar skall dock följande omröstningar bara ske mellan de två som i den senaste omröstningen fick flest röster.

[601] Paulus VI:s vallag från 1975 [156] kräver (med hänvisning till Pius XII som tycks ha infört detta) en majoritet på 2/3 plus en röst. (Jag antar att detta betyder strikt mer än 2/3 av rösterna.) Detta ändrades av Johannes Paulus II (tillbaka?) till minst 2/3 [153; 154; 155].

[602] Vid påvevalet 2005 krävdes 4 omröstningar bland de 115 närvarande kardinalerna. Under 1900-talets 8 påveval krävdes 3–14 omröstningar under 2–5 dagar. [336]

[603] Till 1903 följdes varje omröstning av en extra röstningsomgång där kardinalerna om de ville kunde ge sitt stöd åt någon eller några kandidater bland dem som redan fått röster.

[604] Före 1996 fanns även två andra sätt som en påve kunde väljas på i konklaven [156, 62–64]:

(1) Med *acklamation* eller *inspiration*: När under konklaven alla kardinalerna, som om de vore inspirerade av den helige ande, spontant och enhälligt utropar någon till påve.
(2) Med *kompromiss*: Kardinalerna beslöt enhälligt att delegera valet till en liten grupp på 9–15 av dem.

Jag känner inte till något fall när dessa metoder har använts, men jag antar att det inte skett på mycket länge. De avskaffades formellt 1996 såsom otidsenliga [153].

E.5. Kejsarval i Tysk-romerska riket (ca 1300–1806)

Tysk-romerska riket[605] var en valmonarki, där kejsaren valdes på livstid.[606] Valet skedde enligt reglerna stadfästa 1356 i *Gyllene bullan*[607] [141, II.3–5] i Frankfurt av *kurfurstarna* med *absolut majoritet* (avsnitt A.2.4). (Gyllene bullan ger uttryckligen rätt för en kurfurste att rösta på sig själv.[608] Den föreskriver också att om ingen blivit vald inom 30 dagar efter det att valet påbörjats skall kurfurstarna leva på vatten och bröd tills de valt någon.)

Kurfurstarna var ursprungligen 7: ärkebiskoparna i Mainz, Trier och Köln samt kungen av Böhmen, pfalzgreven vid Rhen, hertigen av Sachsen och markgreven av Brandenburg. Under trettioåriga kriget ersattes pfalzgreven av hertigen av Bayern 1623, men i Westfaliska freden 1648 blev båda erkända som kurfurstar, så att det nu fanns åtta. 1692 tillkom hertigen av Hannover som nionde kurfurste. Från 1777 hade Pfalz och Bayern samma regent, varför det åter fanns 8 kurfurstar. (Under rikets sista år 1803–1805, under Napoleonkrigen, skedde fler förändringar, men dessa fick aldrig någon betydelse eftersom inget mer kejsarval skedde innan riket upplöstes 1806.) [289, kurfurste, gyllene bullan, Bayern], [342, s. 116f]

E.6. Tyskland: Weimarrepubliken (1920–1933)

För riksdagsval i Tyskland användes 1920–1933 den *automatiska valmetoden*, där i princip ett parti med r_i röster fick $\langle r_i/60\,000\rangle$ mandat [140; 193; 322]. Systemet komplicerat något av en valkretsindelning i två nivåer: Tyskland var indelat i 35 valkretsar, som var grupperade i 17 (senare 16) valkretsförbund med 1–3 valkretsar var. Varje parti fick först i varje valkrets ett mandat för varje 60 000 röster. Överskjutande röster summerades för varje valkretsförbund och om summan blev minst 60 000 fick partiet ytterligare

---

[605] Mer formellt "Heliga romerska riket av tyska nationen", *Sacrum imperium Romanum nationis Germanicae.*

[606] Under medeltiden gjorde man skillnad på kejsare och kung i Tysk-romerska riket riket ("Romersk konung", *rex romanorum*). Det ansågs att endast påven kunde förläna kejsarvärdigheten. Valet var därför ett val av kung. Den nyvalde kungen kröntes i Tyskland (normalt i Aachen), och reste sedan vid tillfälle till Rom och kröntes till kejsare av påven. (I en del fall skedde detta aldrig, och kungen blev aldrig kejsare, se lista på kröningarna i [342, s. 32f].) Detta upphörde 1508 när Maximilian I (som regerade 1493–1519) inte kunde resa till Rom men av påven ändå fick titeln "vald kejsare"; därefter antogs kejsartiteln omedelbart vid tillträdet, och kejsaren kröntes bara en gång (i Tyskland, utan påve), med undantag av Karl V (vald 1519 och krönt 1520 i Aachen) som kallade sig "vald kejsare" till 1530 då han kröntes av påven i Bologna. (Titeln Romersk konung kom istället att brukas om en kronprins, dvs. en blivande kejsare som valts redan under sin företrädares livstid.) [294], [333], [342, s. 20f]

[607] en grundlag för riket utfärdad 1356, men dessa regler tycks i stort sett ha gällt sedan 1257, se [289, gyllene bullan], [342, s. 116f]

[608] In casu denique, quo tres principes electores ... quartum ex se seu ipsorum consortio, videlicet principem electorem ... in regem Romanorum eligerent, vocem illius electi ... plenum vigorem habere et eligentium augere numerum partemque maiorem decernimus constituere ad instar ceterorum principum electorum. [141, II.5]

mandat. I ett tredje steg summerades överskottsrösterna från alla valkretsförbund, och ett parti fick även här ett mandat (från en särskild rikslista) för varje 60 000 röster, men dessutom avrundades nu, så att ett överskott på minst 30 000 röster gav ett mandat. Valsystemet innehöll alltså utjämningsmandat på två nivåer. Det fanns dock två spärregler mot småpartier: valkretsförbundsmandat delades endast ut om partiet fått minst 30 000 röster i någon av de ingående valkretsarna, och ett parti fick högst så många mandat i tredje steget som det fått i valkretsar och valförbund. Speciellt krävdes minst ett sådant mandat för att partiet alls skulle bli representerat, så det minsta antalet röster för att komma in i riksdagen var 60 000.

Om ingen av spärreglerna trädde i kraft fick alltså ett parti med r_i röster i en valkrets $\lfloor r_i/60\,000\rfloor$ mandat där; samma formel gäller för varje valkretsförbund, men för hela landet totalt gäller att ett parti med r_i röster då fick $\langle r_i/60\,000\rangle$ mandat (med avrundning uppåt om bråkdelen är exakt 0,5). Observera att även med spärreglerna gäller att antalet mandat för ett parti är helt oberoende av antalet röster på övriga partier; däremot kan det (för små partier) bero på fördelningen av partiets röster mellan valkretsarna.

Totalantalet riksdagsledamöter berodde alltså på antalet röstande och (i viss utsträckning) deras fördelning på partier och valkretsar; i de åtta val som ägde rum varierade antalet valda mellan 459 (valet 6 juni 1920) och 647 (5 mars 1933)[609].

Eftersom Weimarrepubliken är känd för partisplittring och svaga regeringar och utmynnade i nazisternas maktövertagande (på formellt laglig om än inte demokratisk väg) så har dess valsystemet efteråt snarast setts som ett varnande exempel och ett argument för småpartispärrar. Det är dock omdiskuterat huruvida problemen verkligen beror på valsystemet, se [322].

---

[609] Då var Adolf Hitler redan rikskansler och kommunistpartiets 81 mandat ogiltigförklarades; senare samma år förbjöds alla partier utom nazistpartiet. Den största riksdag som valdes och verkade hade 608 ledamöter (31 juli 1932).

Referenser

A. Lagar och andra officiella dokument

A1. Sverige, nuvarande

[1] *Regeringsformen.* SFS 1974:152. (ändrad t.o.m. SFS 2014:1385)

[2] *Riksdagsordningen.* SFS 1974:153.

[3] *Vallag.* SFS 2005:837. (ändrad t.o.m. SFS 2018:823)

[4] *Lag om proportionellt valsätt.* SFS 1992:339.

[5] *Kommunallag.* SFS 1991:900.

[6] *Proposition 1987/88:22 om vissa grundlagsfrågor m.m.*

[7] *Proportionalitet i val samt förhandsanmälan av partier och kandidater.* Delbetänkande av 2011 års vallagskommitté, SOU 2012:94, Stockholm 2012.

[8] *Val i Sverige.* Valmyndigheten. `http://www.val.se/pdf/Val%20i%20Sverige_reviderad%202012.pdf` (25 juli 2012)

[9] *Fördelning av mandat i riksdagen och fastställelse av vilka kandidater som har valts till ledamöter och ersättare*, Valmyndigheten 2010-09-23. Dnr: 10-211/4. `http://www.val.se/val/val2010/slutresultat/protokoll/protokoll_00R.pdf`

[10] *Slutlig rösträkning och mandatfördelning. Val till landstingsfullmäktige 2010-09-19.* Länsstyrelsen i Värmlands län, 2010-09-24–09-29. Dnr: 201-4372-2010. `http://www.val.se/val/val2010/slutresultat/protokoll/protokoll_17L.pdf`

[11] *Två ytterligare ledamöter i Europaparlamentet.* Valmyndigheten, 2011. `http://www.val.se/om_oss/nyheter/index.html` (25 juli 2012)
Se även Valmyndighetens protokoll `http://www.val.se/tidigare_val/ep2009/Beslut_bilagor_till%20webben_mep2011.pdf`

[12] *Slutlig rösträkning och mandatfördelning. Val till kommunfullmäktige 2010-09-19. Kommun: Boxholm*, Länsstyrelsen i Östergötlands län, 2010. `http://www.val.se/val/val2010/slutresultat/protokoll/protokoll_0560K.pdf` (28 augusti 2016)

A2. Sverige, historiskt

[13] *Kongl. Maj:ts nådiga Förordning om Kommunalstyrelse på landet.* SFS 1862:13.

[14] *Kongl. Maj:ts nådiga Förordning om Kommunalstyrelse i stad.* SFS 1862:14.

[15] *Kongl. Maj:ts nådiga Förordning om Landsting.* SFS 1862:16.
[16] *Högvördiga Preste-Ståndets Protocoll vid Lagtima Riksdagen i Stockholm åren 1865 & 1866*, band 1.
[17] *Kongl. Maj:ts och Sweriges Rikes Ständers Riksdags-Ordning / författad wid Riksdagen uti Stockholm den 17. October 1723.*
[18] *Riksdagsordning, 22 juni 1866.* SFS 1866:27.
[19] *Kongl. Maj:ts Nådiga Proposition N:o 41, 20 mars 1896.*
[20] *Betänkande med förslag till proportionellt valsätt vid val till riksdagens andra kammare jämte vissa ändringar i regeringsformen och riksdagsordningen.* Bihang till Riksdagens protokoll 1904, andra samlingen, 2:dra afdelningen, första bandet.
[21] *Konstitutionsutskottets utlåtande N:o 5.* Bihang till Riksdagens Protokoll 1904, 3 samlingen.
[22] *Konstitutionsutskottets utlåtande N:o 6.* Bihang till Riksdagens Protokoll 1905, 3 samlingen.
[23] *Riksdagens skrifvelse N:o 147, 1907.* Bihang till Riksdagens Protokoll 1907, 10 Saml., 1 Afd., 1 Band.
[24] *Riksdagsordning.* SFS 1909:34.
[25] *Lag om val till Riksdagen.* SFS 1909:36.
[26] *Lag angående ändring i vissa delar af förordningen om kommunalstyrelse på landet den 21 mars 1862.* SFS 1909:41.
[27] *Lag angående ändring i vissa delar af förordningen om kommunalstyrelse i stad den 21 mars 1862.* SFS 1909:41.
[28] *Lag angående ändring i vissa delar af förordningen om landsting den 21 mars 1862.* SFS 1909:41.
[29] Sixten von Friesen, Gustaf Appelberg, Ivar Bendixson, E. Phragmén, Betänkande angående ändringar i gällande bestämmelser om den proportionella valmetoden. 3 December 1913, Stockholm.
[30] *Lag om val till Riksdagen.* SFS 1920:796.
[31] *Proportionsvalssakkunnigas betänkande II.* Bihang till Riksdagens protokoll 1921, andra samlingen, andra avdelningen, andra bandet.
[32] *Riksdagsordning.* SFS 1921:20.
[33] *Lag om ändring i vissa delar av lagen den 26 november 1920 (n:r 796) om val till riksdagen.* SFS 1921:316.
[34] *Kungl. Maj:ts kungörelse rörande formulär till protokoll vid riksdagsmannaval m. m.* SFS 1921:422.
[35] *Lag om ändring i vissa delar av lagen den 26 november 1920 (nr 796) om val till riksdagen.* SFS 1924:173.
[36] *Konstitutionsutskottets utlåtande Nr 27.* Bihang till Riksdagens Protokoll 1926, femte samlingen.
[37] *Lag om ändring i vissa delar av lagen den 26 november 1920 (nr 796) om val till riksdagen.* SFS 1927:159.
[38] *Ändring i riksdagsordningen.* SFS 1953:134.
[39] *Ändring i riksdagsordningen.* SFS 1957:161.
[40] *Riksdagsordning.* SFS 1957:499.

[41] *Statistiska Central-Byråns underdåniga berättelse rörande Riksdagsmanna-valen år 1872*. Bidrag till Sveriges officiella statistik (BiSOS). R) Valstatistik. I. Stockholm, 1873. http://www.scb.se/Pages/List____257403.aspx

[42] *Statistiska Central-Byråns underdåniga berättelse rörande Kommunala rösträtten år 1871*. Bidrag till Sveriges officiella statistik (BiSOS). R) Valstatistik. II. Stockholm, 1874. http://www.scb.se/Pages/List____257403.aspx

[43] *Statistiska Centralbyråns underdåniga berättelse rörande Riksdagsmannavalen åren 1885–1887*. Bidrag till Sveriges officiella statistik (BiSOS). R) Valstatistik. VIII. Stockholm, 1888. http://www.scb.se/Pages/List____257403.aspx

[44] *Statistiska Centralbyråns underdåniga berättelse rörande Riksdagsmannavalen åren 1888–1890*. Bidrag till Sveriges officiella statistik (BiSOS). R) Valstatistik. IX. Stockholm, 1891. http://www.scb.se/Pages/List____257403.aspx

[45] *Statistiska Centralbyråns underdåniga berättelse rörande Kommunala rösträtten år 1904*. Bidrag till Sveriges officiella statistik (BiSOS). R) Valstatistik. XVII. Stockholm, 1907. http://www.scb.se/Pages/List____257403.aspx

[46] *Statistiska Centralbyråns underdåniga berättelse rörande Riksdagsmannavalen åren 1906–1908*. Bidrag till Sveriges officiella statistik (BiSOS). R) Valstatistik. XVIII. Stockholm, 1909. http://www.scb.se/Pages/List____257403.aspx

[47] *Statistiska Centralbyråns underdåniga berättelse rörande Landstingsmannavalen och den Kommunala rösträtten år 1910*. Bidrag till Sveriges officiella statistik (BiSOS). R) Valstatistik. XIX. Stockholm, 1911. http://www.scb.se/Pages/List____257403.aspx

[48] *Riksdagsmannavalen åren 1909–1911*. Sveriges officiella statistik. Kungl. Statistiska centralbyrån, Stockholm, 1912. http://www.scb.se/Pages/List____292050.aspx

[49] *Riksdagsmannavalen år 1921*. Sveriges officiella statistik. Kungl. Statistiska centralbyrån, Stockholm, 1922. http://www.scb.se/Pages/List____292050.aspx

[50] *Riksdagsmannavalen åren 1922–1924*. Sveriges officiella statistik. Kungl. Statistiska centralbyrån, Stockholm, 1925. http://www.scb.se/Pages/List____292050.aspx

[51] *Riksdagsmannavalen åren 1961–1964 II*. Sveriges officiella statistik. Statistiska centralbyrån, Stockholm, 1965. http://www.scb.se/Pages/List____292050.aspx

[52] *Riksdagens historia*. Sveriges riksdag. http://www.riksdagen.se/sv/Sa-funkar-riksdagen/Demokrati/Riksdagens-historia/ (19 maj 2012)

[53] *Historik*. Valmyndigheten. http://www.val.se/det_svenska_valsystemet/allmant_om_val/historik/ (11 juni 2012)

A3. Andra länder

[54] Australien: *Commonwealth Electoral Act 1918*. http://www.comlaw.gov.au/Details/C2011C00063 (12 mars 2011)

[55] Australien: *How the House of Representatives votes are counted*. Australian Electoral Commission, 11 oktober 2011. http://www.aec.gov.au/Voting/counting/hor_count.htm (25 juli 2012)

[56] Australien: *How The Senate votes are counted*. Australian Electoral Commission, 2 juni 2011. http://www.aec.gov.au/Voting/counting/senate_count.htm (25 juli 2012)

[57] Australien, Australian Capital Territory: *Electoral Act 1992*. http://www.legislation.act.gov.au/a/1992-71/ (20 juli 2011)

[58] Australien, Australian Capital Territory: *Hare-Clark electoral system*. Australian Capital Territory Electoral Commission. http://www.elections.act.gov.au/education/factHC.html (13 mars 2011)

[59] Australien, Northern Territory: *Local Government (Electoral) Regulations*, Northern Territory Electoral Commission. http://notes.nt.gov.au/nteo/Electorl.nsf (17 juli 2011)

[60] Australien, Queensland: *Local Government Act 2009 - Schedule 2*. http://www.austlii.edu.au/au/legis/qld/consol_act/lga2009182/sch2.html (17 juli 2011)

[61] Australien, Tasmanien: *Electoral Act 2004*. http://www.austlii.edu.au/au/legis/tas/consol_act/ea2004103/ (12 mars 2011)

[62] Australien, Tasmanien: *Founders of our Electoral System*. Tasmanian Parliamentary Library. http://www.parliament.tas.gov.au/tpl/Backg/founders.htm (13 mars 2011)

[63] Australien, Tasmanien: *House of Assembly Elections*. Tasmanian Parliamentary Library. http://www.parliament.tas.gov.au/tpl/Backg/HAElections.htm (13 mars 2011)

[64] Australien, Tasmanien: *Report of Committee on General Election, 1909*. http://www.electoral.tas.gov.au/pages/ElectoralInformation/Election%20Reports/1909.pdf

[65] Australien, Tasmanien: *Tasmania's Hare-Clark Electoral System*. Tasmanian Electoral Commission. http://www.electoral.tas.gov.au/pages/ElectoralInformationMain.html (13 mars 2011)

[66] Belgien: *Code électoral*. http://www.ibz.rrn.fgov.be/index.php?id=292 (8 januari 2011)

[67] Belgien: *Loi électorale communale du 4 août 1932*. http://elections2006.wallonie.be/apps/spip/IMG/pdf/loi_electorale_1932-2.pdf (8 januari 2011)

[68] Bhutan: *Election Act of the Kingdom of Bhutan, 2008*. http://www.nab.gov.bt/show_forms.php?var=12 (18 oktober 2013)

[69] Danmark: *Beregning af kreds- og tillægsmandaternes stedlige fordeling ved folketingsvalg*. Indenrigs- og Sundhetsministeriet. http://valg.im.dk/Valg/Folketingsvalg/~/media/

Filer-valg-dk/Valg/Folketingsvalg/Beregn-mandater.ashx (28 april 2008)

[70] Danmark: *Folketingsvalget den 13. november 2007.* Indenrigs- og Socialministeriet, 01-10-2009. http://im.dk/Aktuelt/Publikationer/Publikationer_IN/FTvalg-2007.aspx (8 januari 2011)

[71] Danmark: *Folketingsvalgloven.* https://www.retsinformation.dk/forms/r0710.aspx?id=135719 (9 juli 2012)

[72] Danmark: *Opgørelse af folketingsvalg.* Indenrigs- og Sundhetsministeriet. http://valg.im.dk/~/media/Filer-valg-dk/Valgsystemet/opgoer-FTvalg.ashx (25 juli 2012)

[73] Danmark: *Valgloven for Monarkiets Rigsraad af 2 Oktober 1855.* Relevanta delar tryckta i [174].

[74] Estland: *Riigikogu Election Act.* http://www.vvk.ee/public/dok/RKseadus_eng_2010.pdf (8 januari 2011)

[75] Estland: *Verification of Election Results at Riigikogu Elections.* http://www.vvk.ee/info-for-voters/determing-results/verification-of-results-at-riigikogu-elections/ (25 juli 2012)

[76] EU: *Europaparlamentet.* http://www.europarl.europa.eu/portal/sv (6 april 2012)

[77] EU: *The European Parliament: Electoral Procedures.* http://www.europarl.europa.eu/parliament/expert/displayFtu.do?language=en&id=73&ftuId=FTU_1.3.4.html (7 april 2011)

[78] Finland: *Vallag 2.10.1998/714.* http://www.finlex.fi/sv/laki/ajantasa/1998/19980714 (7 maj 2011)

[79] Finland: *Regeringens proposition med förslag till lag om ändring av grundlagen, vallagen och partilagen.*
Sammanfattning: *Riksdagsvalsystemet ska förnyas.* Justitieministeriet. http://www.om.fi/text/sv/Etusivu/Ajankohtaista/Uutiset/1266333500855 (18 april 2011)
Förkastat av riksdagen 7/10 2011. https://www.eduskunta.fi/SV/Vaski/Sidor/trip.aspx?triptype=riksdagsarenden&docid=vlf+2/2011 (19 augusti 2018)

[80] Finland: *Föreningslag 26.5.1989/503* http://www.finlex.fi/sv/laki/ajantasa/1989/19890503 (15 juli 2011)

[81] Frankrike: *Constitution de l'an I (1793).* Digithèque de matériaux juridiques et politiques. mjp.univ-perp.fr/france/co1793.htm (20 maj 2012)

[82] Frankrike: *Code électoral.* http://www.legifrance.gouv.fr/affichCode.do?cidTexte=LEGITEXT000006070239 (11 juni 2012)

[83] Gibraltar: *The Gibraltar Parliament.* http://www.gibraltar.gov.gi/the-gibraltar-parliament (9 april 2011)

[84] Gibraltar: *Gibraltar Parliament Election Thursday 8th December 2011.* Government of Gibraltar I.T. & Logistics Department. http://www.gibraltar.gov.gi/images/stories/PDF/pressoffice/elections_2011/Elections_2011_The_Poll_And_Result.pdf (30

juni 2012)

[85] Grekland: *The Constitution of Greece.* http://www.hellenicparliament.gr/UserFiles/f3c70a23-7696-49db-9148-f24dce6a27c8/001-156%20aggliko.pdf (2 augusti 2012)

[86] Grekland: *Elections Results.* http://www.ypes.gr/en/Elections/NationalElections/Results/ (4 juli 2012)

[87] Irland: *Constitution of Ireland – Bunreacht na hÉireann, 1937.* http://www.taoiseach.gov.ie/attached_files/Pdf%20files/Constitution%20of%20Ireland.pdf (22 juli 2011)

[88] Irland: *Electoral Act, 1992.* http://www.irishstatutebook.ie/1992/en/act/pub/0023/ (15 februari 2011)

[89] Irland: *Seanad Electoral (Panel Members) Act, 1947.* http://www.irishstatutebook.ie/1947/en/act/pub/0042/ (6 mars 2011)

[90] Irland: *How the Seanad is Elected.* http://www.environ.ie/en/Publications/LocalGovernment/Voting/FileDownLoad,3724,en.pdf (1 mars 2011)

[91] Island: *Lög um kosningar til Alþingis nr. 24/2000.* http://www.althingi.is/lagas/nuna/2000024.html (25 juli 2012)

[92] Italien: *The Constitution of the Italian Republic* (25 October 2007). Camera dei deputati. http://en.camera.it/4?scheda_informazioni=23 (7 juli 2012)

[93] Italien: Electoral System. Chamber of Deputies. http://en.camera.it/4?scheda_informazioni=28 (7 juli 2012)

[94] Italien: *Testo unico delle leggi elettorali.* Chamber of Deputies. http://www.camera.it/148 (7 juli 2012)

[95] Italien: *Testo unico delle leggi recanti norme per l'elezione del Senato della Repubblica.* http://www.senato.it/documenti/repository/istituzione/legge_elettorale_senato.pdf (7 juli 2012)

[96] Italien: *Manuale elettorale*, 11 marzo 2008. Camera dei deputati. http://www.camera.it/application/xmanager/projects/camera/attachments/upload_file/upload_files/000/000/004/MANUALE_11marzo2008.pdf (7 juli 2012)

[97] Japan: *Election of Diet Members.* The House of Representatives. http://www.shugiin.go.jp/index.nsf/html/index_e_guide.htm (19 maj 2012)

[98] Kiribati: *Election of Beretitenti Act [Cap 29A].* http://www.paclii.org/ki/legis/consol_act/eoba231/ (4 augusti 2011)

[99] Kiribati: *Election of the Beretitenti (Amendment) Act 2002.* http://www.parliament.gov.ki/acts/2002/ElectionoftheBeretitenti(Amendment)Act%202002.pdf (4 augusti 2011)

[100] Kiribati: *Elections Ordinance [Cap 29B].* http://www.paclii.org/ki/legis/consol_act/eo167/ (4 augusti 2011)

[101] Liechtenstein: *Volksrechtegesetz (VRG).* http://www.gesetze.li/DisplayLGBl.jsp?Jahr=1973&Nr=50 (12 maj 2011)

[102] Litauen: *Law on Elections to the Seimas.* http://www3.lrs.lt/pls/inter2/dokpaieska.showdoc_l?p_id=389872 (14 april 2012)

[103] Luxemburg: *La loi électorale du 18 février 2003.* http://www.legilux.lu/leg/a/archives/2003/0302102/0302102.pdf (1 mars 2011)

[104] Macau: *Lei Eleitoral n.º 3/2001.* http://bo.io.gov.mo/bo/i/2001/10/lei03.asp (26 juli 2012)

[105] Mali: *Liste nominative des deputes de l'Assemblee Nationale de 2007.* http://www.matcl.gov.ml/index.php?option=com_rubberdoc&view=doc&id=44&format=raw&Itemid=89 (8 augusti 2012)

[106] Mali: *Tableau de repartition des sieges a l'Assemblee Nationale de 2007.* http://www.matcl.gov.ml/index.php?option=com_rubberdoc&view=doc&id=45&format=raw&Itemid=89 (8 augusti 2012)

[107] Malta: *Constitution.* http://justiceservices.gov.mt/LOM.aspx?pageid=27&mode=chrono (26 juli 2012)

[108] Malta: *General Elections Act (Cap. 354).* http://justiceservices.gov.mt/LOM.aspx?pageid=27&mode=chrono&gotoID=354 (26 juli 2012)

[109] Man: *Election to the House.* http://www.tynwald.org.im/keys/election.shtml (28 juli 2011)

[110] Nauru: *About Parliament.* Parliament of Nauru. http://www.naurugov.nr/parliament/about.html (24 mars 2011)

[111] Nederländerna: *Election result.* Tweede Kamer der Staten-Generaal, The Dutch House of Representatives. http://www.houseofrepresentatives.nl/how_parliament_works/elections/election_result/index.jsp#0 (12 april 2011)

[112] Nederländerna: *Elections Act.* http://www.kiesraad.nl/nl/Overige_Content/Bestanden/Engelse_website/Pdf_voor_Engelse_site-Elections_Act.pdf (20 maj 2012)

[113] Norge: *Lov 1814-05-17 nr 00: Kongeriget Norges Grundlov.* http://www.lovdata.no/all/hl-18140517-000.html (26 juli 2012)

[114] Norge: *Lov om valg til Stortinget, fylkesting og kommunestyrer (valgloven).* http://www.lovdata.no/all/hl-20020628-057.html (10 aug 2011)

[115] Nya Zeeland: *Local Electoral Act 2001 No 35 (as at 01 November 2010).* http://www.legislation.govt.nz/act/public/2001/0035/latest/viewpdf.aspx (2 augusti 2011)

[116] Nya Zeeland: *Single Transferable Vote.* The Department of Internal Affairs. http://www.stv.govt.nz (2 augusti 2011)

[117] Nya Zeeland: *STV Information.* The Department of Internal Affairs. http://www.dia.govt.nz/diawebsite.nsf/wpg_URL/Resource-material-STV-Information-Index?OpenDocument (2 augusti 2011)

[118] Rom: *Lex Malacitana.* Armin U. Stylow, La Lex Malacitana, descripción y texto. *Mainake* **23** (2001), 39–50. www2.uah.es/imagines_cilii/articulos/Articulo025.pdf. Engelsk översättning (delvis) i [329, Appendix III].

[119] Schweiz: *Bundesgesetz über die politischen Rechte (SR 161.1).* http://www.admin.ch/ch/d/sr/161_1 (17 mars 2011)

[120] Storbritannien: *Voting systems*, About my vote, The Electoral Commission. http://www.aboutmyvote.co.uk/how_do_i_vote/voting_systems.aspx (5 maj 2011)

[121] Storbritannien, London: *How the Mayor is elected.* London Elects. http://www.londonelects.org.uk/how_to_vote/how_the_mayor_is_elected.html (19 mars 2011)

[122] Storbritannien, Nordirland: *The Northern Ireland Assembly (Elections) (Amendment) Order 2009.* http://www.legislation.gov.uk/uksi/2009/256/pdfs/uksi_20090256_en.pdf (20 juli 2011)

[123] Storbritannien, Nordirland: *The European Parliamentary Elections (Northern Ireland) (Amendment) Regulations 2009.* http://www.legislation.gov.uk/uksi/2009/813/pdfs/uksi_20090813_en.pdf (20 juli 2011)

[124] Storbritannien, Nordirland: *The Local Elections (Northern Ireland) Order 1985.* http://www.openstv.org/files/NIrelandSI454.pdf (18 juli 2011)

[125] Storbritannien, Skottland: *Scotland Act 1998* http://www.legislation.gov.uk/ukpga/1998/46 (7 maj 2011)

[126] Storbritannien, Skottland: *Representation of the People. The Scottish Local Government Elections Order 2007.* http://www.legislation.gov.uk/ssi/2007/42 (7 maj 2011)

[127] Singapore: *Parliamentary Elections*, Elections Department of Singapore. Med länkar till *The Constitution of the Republic of Singapore (The Legislature - Part VI)* och *The Parliamentary Elections Act (Chapter 218).* http://www.elections.gov.sg/elections_parliamentary.html (23 mars 2011)

[128] Spanien: *Constitution.* http://www.senado.es/constitu_i/indices/consti_ing.pdf (12 april 2011)

[129] Spanien: *Número de senadores designados por las comunidades autónomas en la IX legislatura.* Senado. http://www.senado.es/legis9/senadores/index_i.html (12 april 2011)

[130] Sri Lanka: *Presidential Elections Act, No. 15 of 1981.* http://www.lawnet.lk/docs/statutes/stats_1956_2006/indexs/Vol2/1981Y0V0C15A.html (17 juli 2011)

[131] Sydafrika: *Electoral Act 73 of 1998* (amended 2003). IEC (Electoral Commission of South Africa). http://www.elections.org.za/content/WorkArea/DownloadAsset.aspx?id=989 (9 augusti 2012)

[132] Sydafrika: *2009 National and Provincial Elections Report*, IEC (Electoral Commission of South Africa). http://www.elections.org.za/

content/WorkArea/DownloadAsset.aspx?id=1287 (10 augusti 2012)

[133] Tjeckien: *Act of Law 247/1995 Coll., on elections to the Parliament of the Czech Republik.* http://www.psp.cz/cgi-bin/eng/docs/laws/1995/247.html (9 juni 2011)

[134] Tyskland: *Bundeswahlgesetz*, 17.3.2008.

[135] Tyskland: *Bundeswahlgesetz.* www.bundestag.de/dokumente/rechtsgrundlagen/bwahlg_pdf.pdf (26 juli 2012)

[136] Tyskland: *Überhangmandate.* Deutscher Bundestag. http://www.bundestag.de/service/glossar/U/ueberh_mandate.html (7 maj 2011)

[137] Tyskland: *Urteil. BVerfG, 2 BvC 1/07 vom 3.7.2008.* http://www.bverfg.de/entscheidungen/cs20080703_2bvc000107.html (25 juli 2012)

[138] Tyskland: *Urteil. BVerfG, 2 BvF 3/11 vom 25.7.2012.* http://www.bverfg.de/entscheidungen/fs20120725_2bvf000311.html (26 juli 2012)

[139] Tyskland, Nordrhein-Westfalen: *Urteil 16. Dezember 2008, VerfGH 12/08.* Verfassungsgerichtshof für das Land Nordrhein-Westfalen. http://www.vgh.nrw.de/entscheidungen/2008/081216_12-08.pdf (25 juli 2012)

[140] Tyskland: *Reichswahlgesetz (27.04.1920).* http://www.documentarchiv.de/wr/1920/reichswahlgesetz_1920.html (25 juli 2012)

[141] Tysk-romerska riket: *Bulla Aurea Karoli IV. Imperatoris Anno MCCLVI promulgata. (Die Goldene Bulle Kaiser Karls IV. vom Jahre 1356).* Utg. Wolfgang D. Fritz. Deutsch Akademie der Wissenschaften, Weimar, Hermann Böhlaus Nachfolger, 1972. daten.digitale-sammlungen.de/~db/bsb00000666/images
Engelsk övers.: *The Golden Bull of the Emperor Charles IV 1356 A.D.* Yale Law School. http://avalon.law.yale.edu/medieval/golden.asp (27 december 2011)

[142] USA: *Constitution.* http://www.house.gov/house/Constitution/Constitution.html (25 juli 2012)

[143] USA: *Historical Election Results.* National Archives and Records Administration. http://www.archives.gov/federal-register/electoral-college/historical.html (27 mars 2011)

[144] USA: *U.S. Electoral College.* National Archives and Records Administration. http://www.archives.gov/federal-register/electoral-college (24 mars 2011)

[145] USA: William C. Kimberling, *The Electoral College.* Federal Election Commisssion. www.fec.gov/pdf/eleccoll.pdf (27 mars 2011)

[146] USA: *The House explained.* United States House of Representatives. http://www.house.gov/content/learn/ (18 maj 2012)

[147] USA, Cambridge, MA: *Cambridge Municipal Elections.* http://www.cambridgema.gov/election/programsandservices/

cambridgemunicipalelections.aspx (7 mars 2011)

[148] USA, Cambridge, MA: *Massachusetts General Laws, Chapter 54A. Election of certain city and town officers by proportional representation or preferential voting.* (St. 1938, C. 341, § 1) http://www.cambridgema.gov/CityOfCambridge_Content/documents/massachusetts_chap54(revised).pdf (18 juli 2011)

[149] USA, Minneapolis, MN: *How the 2009 RCV Election Works.* http://www.ci.minneapolis.mn.us/elections/elections-works-rcv.asp (13 mars 2011)

[150] USA, Peoria, IL: Larry Aspin, *Cumulative Voting In Peoria City Council Elections 1991–2011.* City of Peoria, Illinois. http://www.ci.peoria.il.us/index.php?module=resourcesmodule&action=view&id=6771 (7 maj 2012)

[151] USA, Oklahoma: *Dove v. Oglesby*, 1926 OK 235, 114 Okla. 144, 244 P. 798. The Oklahoma State Courts Network. http://www.oscn.net/applications/oscn/deliverdocument.asp?citeid=53555

[152] USA, San Francisco, CA: *Ranked-Choice Voting.* Department of Elections, City & County of San Francisco. http://www.sfgov2.org/index.aspx?page=876 (8 maj 2012)

[153] Vatikanen: *Universi Dominici Gregis*, 22 februari 1996. http://www.vatican.va/holy_father/john_paul_ii/apost_constitutions/documents/hf_jp-ii_apc_22021996_universi-dominici-gregis_en.html (19 mars 2011)

[154] Vatikanen: *De aliquibus mutationibus in normis de electione romani pontificis*, 11 juni 2007. http://www.vatican.va/holy_father/benedict_xvi/motu_proprio/documents/hf_ben-xvi_motu-proprio_20070611_de-electione_lt.html (19 mars 2011)

[155] Vatikanen: *Normas Nonnullas*, 22 februari 2013. http://www.vatican.va/holy_father/benedict_xvi/motu_proprio/documents/hf_ben-xvi_motu-proprio_20130222_normas-nonnullas_en.html (11 mars 2013)

[156] Vatikanen: *Romano Pontifici Eligendo*, 1 oktober 1975. http://www.vatican.va/holy_father/paul_vi/apost_constitutions/documents/hf_p-vi_apc_19751001_romano-pontifici-eligendo_lt.html (11 mars 2013) Inofficiell engelsk översättning: http://www2.fiu.edu/~mirandas/romanopontificieligendo.htm (11 mars 2013)

[157] Vatikanen: *The College of Cardinals. General Documentation.* http://www.vatican.va/news_services/press/documentazione/documents/cardinali_documentazione/cardinali_documentazione_generale_en.html (14 mars 2013)

[158] Vatikanen: *Elenco degli Em.mi Cardinali che entrano in Conclave*, 12 mars 2013. http://www.vatican.va/sede_vacante/2013/elenco-card-conclave_20130312_it.html (14 mars 2013)

A4. Övrigt

[159] *Eurovision Song Contest Düsseldorf 2011. The voting.* http://www.eurovision.tv/page/dusseldorf-2011/about/voting (24 mars 2011)

[160] General Assembly of the United Nations, Rules of procedure and comments. http://www.un.org/en/ga/about/ropga/ (30 juni 2016)

[161] Svenska kyrkan: *FAQ - vanliga frågor om ärkebiskopsvalet 2013.* http://www.svenskakyrkan.se/default.aspx?id=989487 (17 oktober 2013)

[162] Svenska kyrkan: *Kyrkoordningen.* http://www.svenskakyrkan.se/default.aspx?id=637938 (17 oktober 2013)

[163] Svenska kyrkan: *Slutlig räkning, nomineringsval, ärkebiskop 2013.* www.svenskakyrkan.se/default.aspx?id=1039184 (17 oktober 2013)

[164] Svenska kyrkan: *Utlandskyrkorna gör indirekta val.* http://www.svenskakyrkan.se/default.aspx?id=1021968 (19 oktober 2013)

[165] *Val av ledamöter och suppleanter i institutionsstyrelse.* Uppsala universitet 2000-10-25. http://regler.uu.se/digitalAssets/50/50701_Val_till_institutionsstyrelse.pdf (26 juli 2012)

B. Andra referenser

[166] *ACE Electoral Knowledge Network*, Chile: A System Frozen by Elite Interests. http://aceproject.org/ace-en/topics/es/esy/esy_cl (2 augusti 2012)

[167] *ACE Electoral Knowledge Network*, Comparative Data, Electoral System (Chamber 1). http://aceproject.org/epic-en/CDTable?question=ES005 (2 augusti 2012)

[168] *ACE Electoral Knowledge Network*, Comparative Data, Head of State. http://aceproject.org/epic-en/CDTable?question=ES001&view=country (2 augusti 2012)

[169] *ACE Electoral Knowledge Network*, Electoral Systems Glossary. http://aceproject.org/ace-en/topics/es/electoral-systems-glossary (2 augusti 2012)

[170] *ACE Electoral Knowledge Network*, Electoral Systems Index. http://aceproject.org/ace-en/topics/es/topic_index (7 mars 2011)

[171] *ACE Electoral Knowledge Network*, Mali: A Two-Round System in Africa. http://aceproject.org/ace-en/topics/es/esy/esy_ml (7 augusti 2012)

[172] C[rispin] Allard, Estimating the probability of monotonicity failure in a UK general election. *Voting matters* **5** (1996), 1–4.

[173] Douglas J. Amy, The forgotten history of the single transferable vote in the United States. *Representation* **34** (1996), nr 1, 13–20.

[174] Poul Andræ, *Andræ og hans Opfindelse Forholdstals-Valgmaaden: Et Mindeskrift i Anledning af 50 Aars-Dagen for Forholdstals-Valgmaadens Indførelse.* Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag, København, 1905.

[175] M[ichel] L. Balinski & G[abrielle] Demange, Algorithms for proportional matrices in reals and integers. *Math. Programming* **45** (1989), nr 2, (Ser. B), 193–210.

[176] M[ichel] L. Balinski & G[abrielle] Demange, An axiomatic approach to proportionality between matrices. *Math. Oper. Res.* **14** (1989), nr 4, 700–719.

[177] Michel Balinski & Rida Laraki, *Majority Judgment: Measuring, Ranking, and Electing.* MIT Press, Cambridge, MA, 2010.

[178] Michel Balinski & Friedrich Pukelsheim, Die Mathematik der doppelten Gerichtigkeit. *Spektrum der Wissenschaft*, April 2007, 76–80.

[179] M[ichel] L. Balinski & H. P[eyton] Young, Stability, coalitions and schisms in proportional representation systems. *American Political Science Review* **72** (1978), nr 3, 848–858.

[180] Michel L. Balinski & H. Peyton Young, *Fair Representation.* 2nd ed., Brookings Institution Press, Washington, D.C., 2001.

[181] Benjamin Beckmann, *Das Landtagswahlsystem in Nordrhein-Westfalen.* Diplomarbeit, Universität Dortmund, 2006. `http://www.wahlrecht.de/doku/download/2006-beckmann-landtagswahlrecht-nordrhein-westfalen.pdf`

[182] Carl Berg, *Kort redogörelse för sammansättningen och bildandet av utländska riksförsamlingar.* Stockholm, 1903. Bilaga II till *Betänkande med förslag till proportionellt valsätt vid val till riksdagens andra kammare jämte vissa ändringar i regeringsformen och riksdagsordningen.* Bihang till Riksdagens protokoll 1904, andra samlingen, 2:dra afdelningen, första bandet.

[183] Oloph Bexell, Prokanslersämbetets avveckling och frågan om Nathan Söderbloms utnämning 1914. *Nya professorer – installation 2014*, s. 7–41, Uppsala universitet, 2014.

[184] N. H. Bingham, C. M. Goldie & J. L. Teugels, *Regular Variation.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1987.

[185] Jean-Charles de Borda, Mémoire sur les élections au scrutin. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année MDCCLXXXI*, 657–665 och 31–34, Paris 1784. `http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k35800`

[186] Steven J. Brams & Peter C. Fishburn, *Approval Voting.* 2nd ed. Springer, New York, 2007.

[187] Steven J. Brams & Peter C. Fishburn, A nail-biting election. *Social Choice Welfare* **18** (2001), nr 3, 409–414.

[188] Albert P. Brewer, First- and second-choice votes in Alabama. *The Alabama Review* **46** (1993), 83–94.

[189] A[nton] Buhagiar & J[osef] Lauri, STV in Malta: a crisis? *Voting matters* **26** (2009), 1–7.

[190] Sten Carlsson, Ståndsriksdagens slutskede (1809–1866). *Riksdagen genom tiderna*, s. 181–210. Sveriges riksdag och Riksbankens jubileumsfond, 1985.

[191] Sten Carlsson, Tvåkammarriksdagens första skede (1867–1921). *Riksdagen genom tiderna*, s. 211–244. Sveriges riksdag och Riksbankens jubileumsfond, 1985.

[192] Jesper Carlström, *Kommentarer om mandatfördelningen i riksdagen.* 7 maj 2007. `www.math.su.se/polopoly_fs/1.70511.1326702948!/2mandat.pdf` (27 juli 2012)

[193] Andrew McLaren Carstairs, *A Short History of Electoral Systems in Western Europe.* George Allen & Unwin, London, 1980.

[194] G. Cassel, *Proportionella val.* Stockholm, 1903. Bilaga I till *Betänkande med förslag till proportionellt valsätt vid val till riksdagens andra kammare jämte vissa ändringar i regeringsformen och riksdagsordningen.* Bihang till Riksdagens protokoll 1904, andra samlingen, 2:dra afdelningen, första bandet.

[195] Kostas Chryssogonos, *An introduction to Greek electoral law.* Centre for European Constitutional Law – Themistokles & Dimitris Tsatsos Foundation. `http://www.cecl.gr/rigasnetwork/databank/REPORTS/r8/GR_8_Chryssogonos.html` (3 juli 2012)

[196] Josep M. Colomer & Iain McLean, Electing popes: approval balloting and qualified-majority rule. *The Journal of Interdisciplinary History* **29** (1998), nr 1, 1–22.

[197] Jean Antoine Nicolas Caritat de Condorcet, *Plan de Constitution présenté à la Convention nationale les 15 et 16 février 1793, l'an II de la République. (Constitution girondine.)* Digithèque de matériaux juridiques et politiques. `http://mjp.univ-perp.fr/france/co1793pr.htm` (19 maj 2012)

[198] Harald Cramér, Lars Edvard Phragmén. *Kungl. Svenska Vetenskapsakademiens levnadsteckningar* **9** (1955–1967), 255–277.

[199] *Dagens Nyheter, Dn.se*, Flera partier vill blockera SD i de viktiga utskotten. 23 september 2010. `http://www.dn.se/nyheter/valet-2010/flera-partier-vill-blockera-sd-i-de-viktiga-utskotten` (1 juli 2012)

[200] Lars Davidsson, *Valsystem och representationseffekter – en jämförande studie av 25 länder.* SOU 2007:40.

[201] *Den Store Danske Encyklopædi*: Andræs metode. (Jørgen Elklit.) Danmarks Nationalleksikon, 1994.

[202] Alfred de Grazia, Mathematical derivation of an election system, *Isis* **44** (1953), nr 1/2, 42–51.

[203] Democracy Reporting International, *Assessment of the Election Framework. Election Law of 2008*, 2008. `http://www.democracy-reporting.org/files/report_lebanon_0902.pdf` (18 augusti 2012)

[204] Victor d'Hondt. *Système pratique et raisonné de représentation proportionnelle*, Muquardt, Bryssel, 1882.

[205] Victor d'Hondt: Moyen facile de trouver le diviseur. *La Représentation Proportionnelle, Revue Mensuelle* **2** (1883), nr 6, 129–130.

[206] Robert G. Dixon, Electoral college procedure. *The Western Political Quarterly*, **3** (1950), nr 2, 214–224.

[207] Charles Lutwidge Dodgson, *The Principles of Parliamentary Representation.* London, 1884.

[208] Henry Richmond Droop, On methods of electing representatives, *Journal of the Statistical Society of London* **44** (1881), nr 2, 141–202.

[209] Mathias Drton & Udo Schwingenschlögl, Asymptotic seat bias formulas. *Metrika* **62** (2005), nr 1, 23–31.

[210] *Electoral Reform Society*, Alternative Vote. `http://www.electoral-reform.org.uk/alternative-vote` (17 juli 2011)

[211] *Electoral Reform Society*, Single Transferable Vote. `http://www.electoral-reform.org.uk/single-transferable-vote` (8 maj 2012)

[212] *Electoral Reform Society*, Supplementary Vote. `http://www.electoral-reform.org.uk/supplementary-vote` (8 maj 2012)

[213] *Electoral Systems in Europe: An Overview.* The European Centre for Parliamentary Research and Documentation (ECPRD), 2000. `https://ecprd.secure.europarl.europa.eu/ecprd/getfile.do?id=5063`

[214] Jørgen Elklit, *Danske valgsystemer: Fordelingsmetoder, spærreregler, analyseredskaber*. 9. udgave, Institut for Statskundskab, Aarhus Universitet. August 2005. `http://www.mit.ps.au.dk/elklit/Publications.htm`

[215] *Encyclopædia Britannica.* Encyclopædia Britannica Online, 2012. `http://www.britannica.com` (9 april 2012)

[216] Gábor Erdélyi, Lena Piras & Jörg Rothe, The complexity of voter partition in Bucklin and fallback voting: solving three open problems. *Proc. of 10th Int. Conf. on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS 2011)*, Tumer, Yolum, Sonenberg and Stone (eds.), s. 837–844. International Foundation for Autonomous Agents and Multiagent Systems, 2011.

[217] A[gner] K[rarup] Erlang, Flerfoldsvalg efter rene Partilister. *Nyt Tidsskrift for Matematik B* **18** (1907), 82–83.

[218] *European Democracies.* Electoral Reform Society, 2004. `http://www.electoral-reform.org.uk/downloadfile.php?PublicationFile=38` (3 augusti 2012)

[219] Maurice Equer. Arithmétique et représentation proportionelle. *La Grande Revue*, **14** (1910), No. 12, 25 June 1910, Supplemént.

[220] *FairVote*, An early 20th century American use of an alternative voting method. `http://archive.fairvote.org/?page=2077` (3 augusti 2012)

[221] *FairVote*, Equal-and-Even Cumulative Voting in Peoria. http://archive.fairvote.org/?page=1939 (7 maj 2012)

[222] David M. Farrell, *Electoral Systems.* 2nd ed., Palgrave Macmillan, Basingstoke, 2011.

[223] David M. Farrell & Ian McAllister, The 1983 change in surplus vote transfer procedures for the Australian Senate and its consequences for the single transferable vote. *Australian Journal of Political Science*, **38** (2003), 479–491.

[224] David M. Farrell & Ian McAllister, 1902 and the origins of preferential electoral systems in Australia. *Australian Journal of Politics and History*, **51** (2005), nr 2, 155–167.

[225] Martin Fehndrich, *Historisches zu Überhangmandaten.* Wahlrecht.de. http://www.wahlrecht.de/ueberhang/ueberhist.html (27 juli 2012)

[226] Martin Fehndrich, *Interne und externe Überhangmandate.* Wahlrecht.de. http://www.wahlrecht.de/ueberhang/internextern.htm (7 maj 2011)

[227] Martin Fehndrich, *D'Hondt – Beispiel.* Wahlrecht.de. http://www.wahlrecht.de/verfahren/dhondt123.html (27 juli 2012)

[228] I. Flodström, *Proportionella valmetoder. En systematisk öfversikt.* J. Beckmans förlag, Stockholm, 1900.

[229] Norbert Gaffke & Friedrich Pukelsheim, Divisor methods for proportional representation systems: an optimization approach to vector and matrix apportionment problems. *Math. Social Sci.* **56** (2008), nr 2, 166–184.

[230] Michael Gallagher, *Effective threshold in electoral systems.* Trinity College Dublin. http://www.tcd.ie/Political_Science/staff/michael_gallagher/ElSystems/Docts/effthresh.php (19 juli 2012)

[231] Michael Gallagher & Paul Mitchell, *The Politics of Electoral Systems.* Oxford Univ. Press, 2005.

[232] Marjorie B. Gassner, *J. Theoretical Politics* **3** (1991), 321–342.

[233] James Gilmour, Calculation of transfer values – proposal for STV-PR rules for local government elections in Scotland. *Voting matters* **17** (2003), 20–24.

[234] Geoffrey Grimmett, Stochastic Apportionment. *Amer. Math. Monthly* **111** (2004), nr 4, 299–307.

[235] Geoffrey Grimmett, in collaboration with Jean-François Laslier, Friedrich Pukelsheim, Victoriano Ramírez González, Richard Rose, Wojciech Słomczyński, Martin Zachariasen and Karol Życzkowski, *The allocation between the EU member states of the seats in the European Parliament, Cambridge Compromise.* PE 432.760, European Parliament, 2011. http://tinyurl.com/6f3ff6u (14 juli 2012)

[236] Geoffrey R. Grimmett, European apportionment via the Cambridge Compromise. *Mathematical Social Sciences* **63** (2012), 68–73.

[237] Gunnvald Grønvik, Valgordninga: Er prøvene bestått? *Norsk Statsvitenskapelig Tidsskrift* **26** (2010), nr 2, 131–148.

[238] Gunnvald Grønvik, Plassering av utjamningsmandater på fylkespartier. *Norsk Statsvitenskapelig Tidsskrift* **26** (2010), nr 2, 161–167.

[239] Eduard Hagenbach-Bischoff: Manière de trouver le chiffre répartiteur. *La Représentation Proportionnelle, Revue Mensuelle* **7** (1888), 266–272.
Tidigare tryckt i *Bulletin de la Société Suisse pour la Représentation Proportionnelle – Bulletin des Schweizerischen Wahlreform-Vereins für Proportionale Volksvertretung* **5** (1888), 235–243.

[240] Thomas Hare, On the application of a new statistical method to the ascertainment of the votes of majorities in a more exhaustive manner. *Journal of the Statistical Society of London* **23** (1860), nr 3, 337–356.

[241] Lothar Heinrich, Friedrich Pukelsheim & Udo Schwingenschlögl, On stationary multiplier methods for the rounding of probabilities and the limiting law of the Sainte-Laguë divergence. *Statistics & Decisions* **23** (2005), 117–129.

[242] Thorkell Helgason, *Apportionment of Seats to Althingi, the Icelandic Parliament.* April 2010. `www.landskjor.is/media/frettir/AnalysisIcelandElection2009.pdf` (27 juli 2012)

[243] Stephen Herbert, *The Single Transferable Vote in Practice.* SPICe briefing 03/85, The Scottish Parliament, 2003.

[244] Jörgen Hermansson, *Valsystem.* SNS, Stockholm, 2010.

[245] I. D[avid] Hill, Meek or Warren counting. *Voting matters* **1** (1994), 13–14.

[246] I. D[avid] Hill, A problem for Andrae and Hare. *Voting matters* **10** (1999), 4–5.

[247] I. D[avid] Hill, How to ruin STV. *Voting matters* **12** (2000), 13–14.

[248] I. D[avid] Hill, Difficulties with equality of preference. *Voting matters* **13** (2001), 8–9.

[249] I. D[avid] Hill, Sequential STV. *Voting matters* **20** (2005), 5–7.

[250] I. D[avid] Hill & Simon Gazeley, Sequential STV – a new version. *Voting matters* **15** (2002), 13–16.

[251] I. D[avid] Hill & Simon Gazeley, Sequential STV – a further modification. *Voting matters* **20** (2005), 6–8.

[252] I. D[avid] Hill, B[rian] A. Wichmann & D[ouglas] R. Woodall, Algorithm 123 – Single transferable vote by Meek's method. *Computer Journal* **30** (1987), nr 3, 277–281.

[253] Clarence Hoag & George Hallett, *Proportional Representation.* MacMillan, New York, 1926.

[254] George Howatt, *Democratic representation under the Hare–Clark system. The need for seven-member electorates.* Parliament of Tasmania, 1958.

[255] Edward V. Huntington, A new method of apportionment of representatives. *Quarterly Publications of the American Statistical Association* **17** (1921), nr 135, 859–870.
Sammanfattning: The mathematical theory of the apportionment of representatives. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **7** (1921), 123–127.

[256] E[dward] V. Huntington, The apportionment of representatives in Congress. *Trans. Amer. Math. Soc.* **30** (1928), nr 1, 85–110.

[257] Aanund Hylland, En merknad til en artikkel fra 1907 om forholdsvalg. *Nordisk Matematisk Tidskrift* **23** (1975), 15–19.

[258] Ross Hyman, Divisor method proportional representation in preference-ballot elections. *Voting matters* **28** (2011), 15–31.

[259] Günter Hägele & Friedrich Pukelsheim, The electoral systems of Nicholas of Cusa in the Catholic Concordance and beyond. *The Church, the Councils, & Reform – The Legacy of the Fifteenth Century*, 229–249. Catholic University of America Press, Washington, DC, 2008.

[260] *Inter-Parliamentary Union*, PARLINE database on national parliaments. `http://www.ipu.org/parline-e/mod-electoral.asp` (3 augusti 2012; 19 oktober 2013)

[261] Svante Janson, Another note on the Droop quota and rounding. *Voting matters* **29** (2011), 32–34.

[262] Svante Janson, Den naturliga spärren med jämkade uddatalsmetoden. Rapport till 2011 års vallagskommitté, 2012. `http://www2.math.uu.se/~svante/papers/#V5`

[263] Svante Janson, Asymptotic bias of some election methods. *Annals of Operations Research* **215** (2014), nr 1, 89–136.

[264] Svante Janson & Svante Linusson, SD fick två mandat för mycket i landstingsvalet. *Svenska Dagbladet, nätupplagan*, 24 oktober 2010. `http://www.svd.se/5551087.svd`

[265] Svante Janson & Svante Linusson, The probability of the Alabama paradox. *J. Appl. Probab.* **49** (2012), nr 3, 773–794.

[266] U. W. Kitzinger, The Austrian electoral system, *Parliamentary Affairs*, **XII** (1958), nr 3, 392–404.

[267] Klaus Kopfermann, *Mathematische Aspekte der Wahlverfahren.* Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1991.

[268] Jan Lanke, *En egendomlighet i vallagen.* Rapport 1985:3, Statistiska institutionen, Lunds universitet, Lund, 1985.

[269] [Pierre-Simon] de Laplace, *Théorie analytique des probabilités.* 3. upplagan, Courcier, Paris 1820; *Œuvres completes de Laplace, vol. 7*, Gauthier-Villars, Paris, 1886. `http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k775950`

[270] Dominique Lepelley, Frédéric Chantreuil & Sven Berg, The likelihood of monotonicity paradoxes in run-off elections. *Math. Social Sciences* **31** (1996), 133–146.

[271] Peter Leutgäb & Friedrich Pukelsheim, List apparentements in local elections – a lottery. *Homo Oeconomicus* **26** (2009), nr 3/4, 489–500.

[272] Jonathan Levin & Barry Nalebuff, An introduction to vote-counting schemes. *Journal of Economic Perspectives*, **9** (1995), nr 1, 3–26.

[273] Marij Lines, Approval voting and strategy analysis: a Venetian example. *Theory and Decision* **20** (1986), 155–172.

[274] Svante Linusson & Gustav Ryd, *A dynamic electoral method for double proportionality.* KTH, 2012. `http://www.math.kth.se/~linusson/artiklar.html`

[275] Titus Livius, *Ab urbe condita.* `http://www.thelatinlibrary.com/liv.html` (23 juli 2012)
Engelsk översättning: *From the Founding of the City*, övers. Canon Roberts, 1905. `http://en.wikisource.org/wiki/From_the_Founding_of_the_City` (23 juli 2012)

[276] Jonathan Lundell & I. D[avid] Hill, Notes on the Droop Quota. *Voting matters* **24** (2007), 3–6.

[277] Arthur W. Macmahon, First session of the seventy-first Congress. *The American Political Science Review* **24** (1930), nr 1, 38–59.

[278] Sebastian Maier & Friedrich Pukelsheim, *BAZI: a free computer program for proportional representation apportionment.* `www.uni-augsburg.de/bazi` (20 maj 2012)

[279] Joseph Malkevitch, Apportionment. *AMS Feature Column*, May 2002, Amer. Math. Soc. `http://www.ams.org/samplings/feature-column/fcarc-apportion1` (27 juli 2012)

[280] Joseph Malkevitch, Apportionment II. *AMS Feature Column*, June 2002, Amer. Math. Soc. `http://www.ams.org/samplings/feature-column/fcarc-apportionii1` (27 juli 2012)

[281] Albert W. Marshall, Ingram Olkin & Friedrich Pukelsheim, A majorization comparison of apportionment methods in proportional representation. *Social Choice and Welfare* **19** (2002), 885–900.

[282] *Mathematical Database*, What is Proportional Representation? `http://db.math.ust.hk/articles/prop_rep/e_prop_rep.htm` (19 maj 2012)

[283] B[rian] L. Meek, Une nouvelle approche du scrutin transférable. *Matématiques et Sciences Humaines* **25** (1969), 13–23.
Engelsk översättning: A new approach to the single transferable vote I. *Voting matters* **1** (1994), 1–7.

[284] B[rian] L. Meek, Une nouvelle approche du scrutin transférable (fin). *Matématiques et Sciences Humaines* **29** (1970), 33–39.
Engelsk översättning: A new approach to the single transferable vote II. *Voting matters* **1** (1994), 7–11.

[285] Michael F. Metcalf, Den gustavianska riksdagen (1772–1809). *Riksdagen genom tiderna*, s. 161–180. Sveriges riksdag och Riksbankens jubileumsfond, 1985.

[286] Michael F. Metcalf, Frihetstidens riksdag (1719–1772). *Riksdagen genom tiderna*, s. 117–159. Sveriges riksdag och Riksbankens jubileumsfond, 1985.

[287] Per Molander, Att rösta på nytt sätt. *Forskning och Framsteg* 1989, nr 5.

[288] *Museum of Western Colorado*, Grand Junction history. `https://www.museumofwesternco.com/education/history-of-the-grand-valley/grand-junction-history/?decade=1900` (3 augusti 2012)

[289] *Nationalencyklopedien.* Bra Böcker, Höganäs, 1992.

[290] Robert A. Newland, The STV quota. *Representation* **24** (1984), 14–17.

[291] Robert A. Newland & Frank S. Britton, *How to Conduct an Election by the Single Transferable Vote.* 3rd ed., 1997. Electoral Reform Society. `http://www.cix.co.uk/~rosenstiel/stvrules` (19 juli 2011)

[292] Gerard Newman, with revisions by Scott Bennett, *Electoral systems.* Research Brief, nr 10, 2005–06, Parliamentary Library, Parliament of Australia. `http://parlinfo.aph.gov.au/parlInfo/download/library/prspub/XSUI6/upload_binary/xsui62.pdf` (27 juli 2012)

[293] C[laude] Nicolet, *The World of the Citizen in Republican Rome.* Batsford, London 1980.

[294] *Nordisk Familjebok.* 2. uppl. (Uggleupplagan), Stockholm, 1904–1922. `http://runeberg.org/nf/`

[295] John J. O'Connor & Edmund F. Robertson, *The MacTutor History of Mathematics archive.* University of St Andrews, Scotland. `http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/` (27 juli 2012)

[296] *OpenSTV*, Single Transferable Vote and Instant Runoff voting software. `http://www.openstv.org` (20 juli 2011)

[297] F. W. Owens, On the apportionment of representatives. *Quarterly Publications of the American Statistical Association* **17** (1921), nr 136, 958–968.

[298] *Quota Notes*, Local government. Newsletter of the Proportional Representation Society of Australia, September 1991. `http://www.prsa.org.au/qn/63.html` (17 juli 2011)

[299] *Quota Notes*, S. A. municipal electoral systems. Newsletter of the Proportional Representation Society of Australia, March 1998. `http://www.prsa.org.au/qn/1998a.html` (17 juli 2011)

[300] Kai-Friederike Oelbermann, Antonio Palomares & Friedrich Pukelsheim, The 2009 European parliamentary elections: from votes to seats in 27 ways. *European Electoral Studies* **5** (2010), nr 1, 148–182.

[301] Jeffrey C. O'Neill, Comments on the STV rules proposed by British Columbia. *Voting matters* **22** (2006), 14–20.

[302] A[ntonio] Palomares & V[ictoriano] Ramírez, Thresholds of the divisor methods. International Conference on Numerical Algorithms, Vol. II (Marrakesh, 2001). *Numer. Algorithms* **34** (2003), nr 2-4, 405–415.

[303] Olof Petersson, Valsystemet i Frankrike, Belgien och Tyskland. *Statsvetenskaplig tidskrift* **97** (1994), 23–28.

[304] E[dvard] Phragmén, Sur une méthode nouvelle pour réaliser, dans les élections, la représentation proportionelle des partis. *Öfversigt av Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1894*, N:o 3, Stockholm, 133–137.

[305] E[dvard] Phragmén, *Proportionella val. En valteknisk studie.* Svenska spörsmål 25, Lars Hökersbergs förlag, Stockholm, 1895.

[306] E[dvard] Phragmén, Till frågan om en proportionell valmetod. *Statsvetenskaplig Tidskrift* **2** (1899), nr 2, 297–305. http://cts.lub.lu.se/ojs/index.php/st/article/view/1949

[307] Platon, *Lagarna.* Engelsk översättning: *Laws.* Project Gutenberg. http://www.gutenberg.org/ebooks/1750 (14 juli 2012)

[308] G[eorge] Pólya, Über die Verteilungssysteme der Proportionalwahl. *Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft* **54** (1918), 363–387.

[309] G[eorge] Pólya, Sur la représentation proportionnelle en matière électorale. *L'Enseignement Mathématique* **20** (1918), 355–379.

[310] G[eorge] Pólya, Proportionalwahl und Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Zeitschrift für die ges. Staatswissenschaft* **74** (1919), 297–322.

[311] *Proportional Representation Foundation*, Evolution of STV PR. http://prfound.org/practice/evolution-of-stv-pr/ (13 mars 2011)

[312] *Proportional Representation Society of Australia*, History of the Society and its Branches. http://www.prsa.org.au/history.htm (17 juli 2011)

[313] Friedrich Pukelsheim, Die Väter der Mandatszuteilungsverfahren. *Spektrum der Wissenschaft*, September 2002, p. 83.

[314] Friedrich Pukelsheim, *Proportional Representation. Apportionment Methods and Their Applications.* Springer, Cham, Switzerland, 2014.

[315] Friedrich Pukelsheim, Sebastian Maier & Peter Leutgäb, Zur Vollmandat-Sperrklausel im Kommunalwahlgesetz. *Nordrhein-Westfälische Verwaltungsblätter* 2009, nr 3, 85–90.

[316] V[ictoriano] Ramírez & A[ntonio] Palomares, The senatorial election in Spain. Proportional Borda methods for selecting several candidates. *Ann. Oper. Res.* **158** (2008), 21–32.

[317] P. Orman Ray, Primary legislation, 1924–1925. *The American Political Science Review*, **20** (1926), nr 2, 349–352.

[318] Göran Rystad, Stormaktstidens riksdag (1611–1718). *Riksdagen genom tiderna*, s. 59–115. Sveriges riksdag och Riksbankens jubileumsfond, 1985.

[319] A. Sainte-Laguë, La représentation proportionnelle et la méthode des moindres carrés. *Ann. Sci. École Norm. Sup.* (3) **27** (1910), 529–542. Sammanfattning: *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, **151** (1910), 377–378.

[320] Olli Salmi, *D'Hondt without lists.* http://groups.yahoo.com/group/election-methods-list/message/10068 (8 april 2012)

[321] Olli Salmi, *D'Hondt without lists.* `http://www.mail-archive.com/election-methods-list@eskimo.com/msg08476.html` (8 april 2012)

[322] Eberhard Schanbacher, *Parlamentarische Wahlen und Wahlsystem in der Weimarer Republik.* Droste Verlag, Düsseldorf, 1982.

[323] Karsten Schuster, Friedrich Pukelsheim, Mathias Drton & Norman R. Draper. Seat biases of apportionment methods for proportional representation. *Electoral Studies* **22** (2003), 651–676.

[324] Herman Schück, Riksdagens framväxt: tiden intill 1611. *Riksdagen genom tiderna*, s. 7–58. Sveriges riksdag och Riksbankens jubileumsfond, 1985.

[325] U[do] Schwingenschlögl, Seat biases of apportionment methods under general distributional assumptions. *Appl. Math. Lett.* **21** (2008), nr 1, 1–3.

[326] Udo Schwingenschlögl & Mathias Drton, Seat allocation distributions and seat biases of stationary apportionment methods for proportional representation. *Metrika* **60** (2004), nr 2, 191–202.

[327] Roger Sewell, David McKay & Iain McLean, Probabilistic electoral methods, representative probability and maximum entropy. *Voting matters* **26** (2009), 16–38.

[328] Tony Anderson Solgård & Paul Landskroener, Municipal voting system reform: overcoming the legal obstacles. *Bench & Bar* **59** (2002), nr 9.

[329] E[astland] S[tuart] Staveley, *Greek and Roman Voting and Elections.* Thames and Hudson, London, 1972.

[330] Eivind Stensholt, Nonmonotonicity in AV. *Voting matters* **15** (2002), 5–10.

[331] Nils Stjernquist, *Tvåkammartiden. Sveriges riksdag 1867–1970.* Sveriges Riksdag, 1996.

[332] Nils Stjernquist, Riksdagen i vår tid: perioden från 1921. *Riksdagen genom tiderna*, s. 245–336. Sveriges riksdag och Riksbankens jubileumsfond, 1985.

[333] *Svensk Uppslagsbok.* Förlagshuset Norden, Malmö, 1947–1955.

[334] *Svenska Akademiens stadgar.* Svenska Akademiens Handlingar Ifrån År 1786. Wikisource. `https://sv.wikisource.org/wiki/Svenska_Akademiens_handlingar/Akademiens_Stadgar` (8 april 2018)

[335] *Svt.se*, Spelet om ministerposterna. 12 januari 2007. `http://svt.se/2.53343/1.743994/spelet_om_ministerposterna` (3 augusti 2012)

[336] *Svt.se*, Vit rök i Rom - en ny påve har valts. 20 april 2005. `http://svt.se/svt/jsp/Crosslink.jsp?a=374319&lid=puff_505386&lpos=extra_2` (19 mars 2011)

[337] Björn von Sydow, Tage Erlanders första valsystem. *Scandia* **52** (1986), nr 1, 115–136.

[338] Björn von Sydow, *Vägen till enkammarriksdagen : demokratisk författningspolitik i Sverige 1944–1968.* Tiden, Stockholm, 1989.

[339] *Taiwan Heute*, Legislative election presents voters with many new faces. 27/11 1998. `http://taiwanheute.nat.gov.tw/fp.asp?xItem=`

16755&ctNode=103 (19 maj 2012)

[340] Nore B. Tenow, Felaktigheter i de Thieleska valmetoderna. *Statsvetenskaplig Tidskrift* 1912, 145–165.

[341] T[horvald] N. Thiele, Om Flerfoldsvalg. *Oversigt over det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger* 1895, København, 1895–1896, 415–441.

[342] *The Secular and Ecclesiastical Treasuries.* Kunsthistoriches Museum Vienna, Residenz Verlag, 1991.

[343] Nicolaus Tideman, The Single Transferable Vote, *Journal of Economic Perspectives*, **9** (1995), nr 1, 27–38.

[344] Ch[aralampos] Tsitouras, Greatest remainder bi-proportional rounding and the Greek parliamentary elections of 2007. *Appl. Math. Comput.* **217** (2011), nr 22, 9254–9260.

[345] C. H[ugh] E. Warren, Counting in STV elections. *Voting matters* **1** (1994), 12–13.

[346] C. H[ugh] E. Warren, The handsomely supported candidate ploy. *Voting matters* **10** (1999), 2.

[347] Robert J. Weber, Approval voting. *Journal of Economic Perspectives*, **9** (1995), nr 1, 39–49.

[348] *Wikipedia*: Counting Single Transferable Votes. http://en.wikipedia.org/wiki/Counting_Single_Transferable_Votes (13 mars 2011)

[349] *Wikipedia*: Elections in Greece. http://en.wikipedia.org/wiki/Elections_in_Greece (3 juli 2012)

[350] *Wikipedia*: Voting system. http://en.wikipedia.org/wiki/Voting_system (18 juli 2011)

[351] *willradio.tv.online, Illinois Public Media*, Wissmiller wins coin flip for DeWitt county board. http://will.illinois.edu/news/spotstory/wissmiller-wins-coin-flip-for-dewitt-county-board/ (3 december 2012)

[352] Walter F. Willcox, The apportionment of representatives. *The American Economic Review*, **6** (1916), nr 1, supplement, 3–16.

[353] D[ouglas] R. Woodall, Computer counting in STV elections. *Representation* **23** (1983), 4–6. Reprinted in *Voting matters* **1** (1994), 11–12.

[354] D[ouglas] R. Woodall, An impossibility theorem for electoral systems. *Discrete Math.* **66** (1987), nr 1-2, 209–211.

[355] D[ouglas] R. Woodall, Properties of preferential election rules. *Voting matters* **3** (1994), 8–15.

[356] D[ouglas] R. Woodall, Monotonicity – an in-depth study of one example. *Voting matters* **4** (1995), 5–7.

[357] Douglas R. Woodall, QPQ, a quota-preferential STV-like election rule. *Voting matters* **17** (2003), 1–7.

[358] H. P[eyton] Young, Social choice scoring functions. *SIAM J. Appl. Math. 28* (1975), nr 4, 824–838.

[359] Wilko Zicht, *Landtagswahlrecht*. Wahlrecht.de. `http://www.wahlrecht.de/landtage/index.htm` (8 maj 2011)

[360] Wilko Zicht, *Europawahlrecht*. Wahlrecht.de. `http://www.wahlrecht.de/ausland/europa.htm` (8 maj 2011)

[361] Wilko Zicht & Martin Fehndrich, *Negatives Stimmgewicht*. Wahlrecht.de. `http://www.wahlrecht.de/systemfehler/` (5 juli 2012)