Uppsala Universitet
Matematiska Institutionen
Thomas Erlandsson

1. En person P befinner sig i en roddbåt på avståndet 1 km från stranden som är rätlinjig. P bor ytterligare 5 km längre bort längs stranden. P vill komma hem så fort som möjligt. Var ska P gå iland om om P går två gånger så fort som P ror?

2. En cirkel med radien r är inskriven i en likbent triangel. Bestäm den minsta area en sådan triangel kan ha.

3. Beräkna
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin^{-1} x - x}{x - \tan^{-1} x}.$$

4. Beräkna
$$\lim_{x\to\infty} e^{x^2 - x/2}\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x^3}.$$

5. Visa att man kan välja a så att gränsvärdet
$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\cot x - \frac{a}{x^2}\right)$$
existerar ändligt och ange gränsvärdet.

6. Skissera kurvan
$$y = \frac{x}{1+x^2}.$$
Ange särskilt asymptoter, lokala maxima och minima samt inflexionspunkter.

SVAR V.G.V!

SVAR

1. Ro mot en punkt $\frac{\sqrt{3}}{3}$ km längre ned längs stranden.
2. Liksidig triangel med sidan $2r\sqrt{3}$.
3. $\frac{1}{2}$
4. $e^{-1/3}$. Ledning:
$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-x^3} = e^{-x^3\ln(1+1/x)}.$$
5. $a = 1$. Gränsvärdet $-\frac{1}{3}$
6. x-axeln horisontell asymptot. Lok max och största värde i x=1. Lok min och minsta värde i x=-1. Inflexion i $x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$.