

## Uppgifter 5 - 8

**OBS! Ange alltid lösningsvägen. Ett enda tal som svar räcker inte.** Uppgifterna får lösas individuellt eller i grupper om högst två studenter. Inlämning: 2:e oktober.

### Uppgift 5 5 poäng

**5.1** Låt slumpvariabeln  $X$  vara antalet bilar en bilhandlare säljer per dag. På grund av lång erfarenhet i branschen vet handlaren fördelningen för  $X$ :

$k$	0	1	2	3	4	5	6
$p_X(k)$	0.4	0.25	?	0.08	0.04	0.02	0.01

a) Av misstag fick vi inte veta värdet för  $k = 2$ . Hur stor måste värdet vara? Beräkna sedan väntevärdet och standardavvikelsen för antalet bilar handlaren säljer per dag. Hur många bilar kan han förvänta sig att sälja inom ett år?

b) Ange fördelningsfunktionen för slumpvariabeln  $X$  på ett lämpligt sätt.

c) En bilhandlare i en större stad säljer 3 gånger så många bilar per dag, alltså  $Y = 3X$ . Ange väntevärde och varians för denna handlarens dagliga försäljning.

**5.2** En tvådimensionell slumpvariabel har följande fördelning  $p_{X,Y}(j, k)$ :

$X \setminus Y$	1	2	3
1	0.1	0.2	0.3
2	0	?	0.2

a) En sannolikhet saknas. Lägg till den! Beräkna sedan marginalfördelningen för  $X$  och  $Y$  samt väntevärden för båda.

b) Är  $X$  och  $Y$  oberoende? Motivera ditt svar! Beräkna väntevärdet  $E(X \cdot Y)$ .

**Uppgift 6** 5 poäng

$X$  är en kontinuerlig slumpvariabel med följande täthetsfunktion:

$$f_X(x) = \begin{cases} cx(1-x) & \text{om } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

- Bestäm konstanten  $c$ .
- Beräkna fördelningsfunktionen  $F_X(x)$ .
- Beräkna väntevärdet och varians för  $X$ .
- Beräkna sannolikheten att  $X$  ligger mellan  $1/2$  och  $2/3$ .
- Beräkna väntevärdet för slumpvariabeln  $Y = X^2$

**Uppgift 7** 5 poäng

Den totala vägsträckan innan en bil som kör med 60 km/h stannar efter en nödbromsning är summan av reaktionsvägen ( $X_1$ ) bilen kör innan föraren har hunnit att börja bromsa, och bromsvägen efter påbörjat bromsning ( $X_2$ ). Vi kan anta att  $X_1$  och  $X_2$  är oberoende och fördelade på följande sätt:  $X_1 \in N(14, 3)$  och  $X_2 \in N(36, 4)$  (allt i meter,  $N(\mu, \sigma)$ ).

- Ange fördelningen för den totala vägsträckan  $Y = X_1 + X_2$ .
- Vad är sannolikheten att bilen behöver mer än 55 meter för att stanna?
- Vad är sannolikheten att bilen stannar efter mer än 45 men mindre än 55 meter?
- Vad är sannolikheten att bilen behöver mindre än 30 meter för att stanna?
- Två förare har olika reaktionstider som är fördelade på följande sätt:  $X_1 \in N(1.1, 0.3)$  och  $X_2 \in N(1.3, 0.4)$  (sekunder). Vad är sannolikheten att förare 1 reagerar snabbare än förare 2?

**Uppgift 8** 5 poäng

En automat producerar skruvar. Man vet att 5% av alla skruvar är felaktiga (inte inom toleransgränserna).

- Man tar 10 skruvar. Vad är sannolikheten att få exakt två felaktiga?
- Man tar 5 skruvar. Vad är sannolikheten att få högst två felaktiga?
- Man förpackar 1000 skruvor per kartong. Låt s.v.  $X$  vara antalet felaktiga i en sådan kartong. Beräkna väntevärdet och standardavvikelsen för  $X$ .
- Hur stor är sannolikheten att det finns minst 60 felaktiga i en slumpmässigt vald kartong?
- Hur stor är sannolikheten att det finns minst 45 dock högst 55 felaktiga i en kartong?